

高新技术专著系列

# Principle and Application of LDPC

## LDPC码 基础与应用

贺鹤云 编著

- 性能接近香农极限的“好”码是存在的
- 一本入门不难、深入浅出的书
- 国内系统介绍LDPC码的图书太少，太少

 人民邮电出版社  
POSTS & TELECOM PRESS

高新技术专著系列

Principle and  
Application of LDPC

**LDPC 码  
基础与应用**

贺鹤云 编著

人民邮电出版社  
北京

## 图书在版编目(CIP)数据

LDPC码基础与应用 / 贺鹤云编著. —北京: 人民邮电出版社, 2009. 7

(高新技术专著系列)

ISBN 978-7-115-20632-9

I. L… II. 贺… III. 纠错码—编码理论 IV. TN911. 22

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第039666号

## 内 容 提 要

LDPC码是当前数字通信领域最热门的研究课题之一。本书从理论到实践由浅入深地介绍了LDPC码的编译原理及其在不同信道下的应用。

本书分为8章,内容包括,分组码和卷积码基础及先进技术、BP算法、因式图和迭代译码、密度进化、LDPC卷积码和广义LDPC码以及软件仿真和硬件实现方法;并以大量篇幅介绍了LDPC码在无线局域网、深空宇航、磁性记录介质、光纤衰落信道等方面的应用。

本书可供通信、电子类研究单位的工程技术人员使用,也可作为通信电子类高校师生的参考读物。

高新技术专著系列

## LDPC码基础与应用

- 
- ◆ 编 著 贺鹤云  
责任编辑 梁 凝  
执行编辑 李 强
  - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号  
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn  
网址 <http://www.ptpress.com.cn>  
北京铭成印刷有限公司印刷
  - ◆ 开本: 700×1000 1/16  
印张: 22  
字数: 415千字 2009年7月第1版  
印数: 1—2500册 2009年7月北京第1次印刷

---

ISBN 978-7-115-20632-9/TN

定价: 68.00元

读者服务热线: (010)67129264 印装质量热线: (010)67129223

反盗版热线: (010)67171154

## 作者简介

贺鹤云 中国电子科技集团第 54 研究所研究员，1962 年毕业于西安交通大学应用数学专业（五年制）。主要工作经历：1966—1967 年，参加我国第一颗卫星轨道设计（中科院数学所天体力学室协作）；1969—1970 年，参加序列译码器（Fano 算法）的研制（中科院计算所协作）；1975—1978 年，担任我国 09 卫星通信系统艇站、岸站副总设计师，该系统成功用于我国相关项目的通信保障，获部级科技进步奖；1987—1989 年，担任军用卫星通信可搬移站总设计师，参加国庆 40 周年全军新武器装备陈列，获部级科技进步奖；1992—1995 年，担任远望三号航天测量船卫星通信系统和远一、远二西安站改造总设计师，在我国载人航天发射过程中，该系统圆满完成在岸站与远航数千公里以外的船站之间测控数据、勤务调度图像的超远距离传输任务，获原信息产业部科技进步奖。发表有关逆调制环相位隔离性、小卫星、在轨测试、微型机应用和卫星通信等方面的论文 30 余篇。

# 前 言

我们生活在伟大的信息革命时代。人类社会无论日常工作生活还是政治、经济、军事、科技活动都离不开信息的可靠传输。现代数字通信系统几乎都采用了信道纠错编码技术，可以提供一定的编码增益。本书所介绍的 LDPC 码是一种性能非常接近香农 (Shannon) 极限的“好”码，能提供约 8dB 或更高的编码增益，可用来大大降低无线设备的发送功率并减小天线尺寸，因此研究 LDPC 码具有巨大的实际意义和经济价值。

LDPC (Low Density Parity Check) 码是一种基于稀疏奇偶校验矩阵的分组码，是哥拉格 (Gallager) 于 1962 年发现的。然而，由于当时计算机处理能力的限制和相关理论的薄弱，因此并未受到人们的足够重视。1993 年通信领域发生一个重要事情。C. Berrou 等三人向世界介绍了他们的纠错码——Turbo 码。纠错码理论经过近 50 年缓慢的发展，突然取得了巨大进步。Turbo 码新技术的复杂度比现有标准的编码方案 (如卷积码) 仅仅大一个小的因数，却可使得纠错性能接近加性高斯白噪声信道下香农 (Shannon) 极限，差别小于 0.5dB。1960 年 Gallager 完成他的博士论文《低密度监督校验码》。在这篇论文中，Gallager 至少引进了两个深远的概念：评估编码系统最大似然性能的强有力的界限技术和低密度监督校验码 (LDPC) 及其相关的迭代译码算法。

1996 年，D. MacKay 从现代编码理论观点出发，重新研究 LDPC 码，这种优秀的编码理论开始复兴。如今，随着计算机技术的增强和相关理论 (如图论，置信传播等) 的发展，LDPC 码又重新引起了人们的兴趣，并且成为编码领域被关注的热点之一。10 多年来，国外 (尤其 IEEE 期刊上) 发表的有关 LDPC 码的论文很多。在国内，各大院校和研究所也纷纷投入到 LDPC 码的研究中来，但国内期刊上发表有关 LDPC 码的论文较少，虽然有少数教科书也提一下 LDPC 码，但系统介绍 LDPC 码的专著极少。为弥补这一缺陷，笔者感到有一种责任，要写书介绍这个“好”码。本书力图深入浅出，全面、系统、深入地论述 LDPC 码的编译码原理及其在不同信道下的应用。本书对 LDPC 码的研究已纳入国家“十一五”规划中。笔者在写作过程中，得到“LDPC 编解码 IC 设计与应用”课题的支持，本书收录了该课题的相关研究成果。

本书分为 8 章。

第 1 章介绍通信和信息论初步知识。因为 50 多年来，寻找逼近香农容量极限的“好”码始终是信道编码追求的目标。那么香农容量极限是怎么回事？有必要首先对它有一定了解。本章简要介绍信息论初步知识，重点讨论香农 (Shannon) 第二编码定理和香农容量公式，给出香农容量公式的推导。

第 2 章介绍分组码和卷积码的基础知识和若干先进技术，它们相对来说比较成熟。经典的 LDPC 码是一种特殊的分组码，具有分组码的一切属性。后来出现的 LDPC 卷积码又发挥了卷积码的特性。而广义 LDPC 码则采用 RS 码或 BCH 码替代线性校验约束码，故掌握分组码和卷积码的基础知识对学习研究 LDPC 码是十分有用的。

第 3 章是 LDPC 码概论，简要介绍 LDPC 码的发展历史、特点、分类，几种 LDPC 码稀疏校验矩阵的构造、编译码算法、研究的社会价值、国内外的研究现状和 LDPC 码的应用前景等。

第 4 章详细论述规则 LDPC 码稀疏校验矩阵的随机构造法、置信度传播 (BP) 译码算法、最小和译码算法等。LDPC 码最基本、应用最广的算法是 BP 算法 (和  $\_$  积算法)，可以说 BP 算法是本书核心内容之一。本章给出从 Gallager 概率译码到 BP 算法的详细推导，又用因式图给出和  $\_$  积迭代算法的直观解释，使读者可以“知其然，知其所以然”，能较透彻理解、熟练应用，必要时可以加以改进提高。最小和译码算法就是其简化改进的结果。

第 5 章论述不规则随机 LDPC 码的构造和密度进化算法等。那些性能逼近香农容量极限甚至超过 Turbo 码的 LDPC 码都是不规则码。本章将主要介绍这些不规则 LDPC 码稀疏校验矩阵的随机构造法和性能等。另外，BP 迭代算法能否收敛是很重要的理论和实际问题，直接求证 BP 迭代算法的收敛性在数学上是很困难的，但密度进化算法可以间接地给出是否收敛的明确答案，还能找到最佳的节点度分布。本章将细致介绍密度进化算法。

第 6 章介绍高维有限域  $GF(2^q)$  上的准循环 LDPC 码，它是另一类有时被称为代数结构的 LDPC 码。本章避开高维有限域中让人感到抽象难懂的部分，用向量表示高维有限域中的元素，利用有限域乘群或加群的简单性质和某些规则构造准循环 LDPC 码，其对应 Tanner 图中没有长为 4 的循环圈，因此，仿真的误码曲线显示出其性能优良，甚至超过同类随机 LDPC 码，而且其实现电路简单，具有良好的应用前景。

第 7 章介绍 LDPC 卷积码和广义 LDPC 码。前面几章介绍的是 Gallager 经典 LDPC 码的体系，它们都采用分组码，往往省掉“分组”二字。本章所介绍的码是经典 LDPC 分组码在两个不同方向的推广。LDPC 卷积码，是 Tanner 早就提出来的，它特别适用于连续信号。广义 LDPC 码，其校验约束

不是线性代数方程，而是 RS 码或 BCH 码，以便提高性能。

第 8 章讨论 LDPC 码在无线局域网、深空宇航、卫星广播电视、磁性记录介质和光纤衰落信道等方面的应用。本章 8.1 节首先论述模拟仿真信号在信道中传输又叠加噪声的过程和算法的软件仿真，建议可采用 Matlab 来完成，并给出详细举例和说明；然后讨论采用 FPGA 和 ASIC 实现时，如何用 VHDL 语言描述硬件的功能和如何用 EDA 来进行调试，最后成为产品的问题。8.2 节研究如何用典型 FPGA 芯片的硬件结构实现 LDPC 码。8.3~8.11 节则分别讨论 LDPC 码在无线局域网、深空宇航、磁性记录介质和光纤衰落信道和数字卫星电视 DVB-S2 等方面应用的具体问题。领域不同，所面临的主要矛盾也不同，所采用的解决办法也有区别。对它们都分别进行了详细介绍。

衷心感谢中华通信系统有限公司无线电监测业务部主管贺昕博士，她参与了本书编写大纲的制订、编写至最后书稿的审定和确定体例格式等全过程，为本书做出巨大贡献；衷心感谢中国电子科技集团第 54 研究所通信软件与专用集成电路专业部主任、高级工程师李斌，他在百忙之中参与了重要的第 8 章应用部分的编写和讨论；衷心感谢中国电子科技集团第 54 研究所遥控专业部贺琛，她参与了第 3 章和 8.1 节的编写。在本书编写和出版过程中，他们给予了本人很多关心、支持和帮助，提出了许多宝贵的具体改进意见。没有他们的支持、指点和帮助，我就不可能完成本书的写作和出版工作。感谢我的家人王荣秀一年来对本人写作的理解和生活上无私的支持和关心。

由于 LDPC 码技术的理论和实现应用方面发展很快，加之编者水平有限，本书中内容不当甚至错误在所难免，敬请读者提出宝贵意见。

编 者

2009 年 5 月

# 目 录

## 第 1 章

### 通信和信息论初步

1.1	数字通信系统	2
1.1.1	通信和通信系统	2
1.1.2	信道编码	3
1.2	消息、信号与信息	3
1.2.1	消息、信号与信息的定义	3
1.2.2	信息的度量	4
1.3	有扰离散信道的容量	6
1.3.1	有扰离散信道的描述	6
1.3.2	有扰离散信道的信息传输速率和信道容量	6
1.3.3	译码准则	8
1.4	香农第二编码定理	9
1.4.1	减小平均错误译码概率最小值 $P_{Emin}$ 的方法	9
1.4.2	香农第二定理 (信道编码定理)	10
1.4.3	信道编码定理的应用	12
1.5	连续信道的香农容量公式	13
1.5.1	连续消息的信息度量	14
1.5.2	连续信道的香农容量公式	16
1.5.3	香农容量公式的指导意义	21
	参考文献	24



## 第 2 章 分组码和卷积码基础

2.1	分组纠错编码的基本概念	27
2.1.1	概述	27
2.1.2	常用的差错控制方式	27
2.1.3	差错控制码的分类	30
2.1.4	码重、码距及检错、纠错能力	30
2.1.5	最小汉明距离译码	31
2.2	线性分组码	33
2.2.1	线性分组码的生成矩阵和校验矩阵	33
2.2.2	线性分组码的译码	36
2.2.3	汉明码	39
2.3	循环码	40
2.3.1	循环码的定义和性质	40
2.3.2	系统循环码的编码	45
2.3.3	系统循环码编码的电路实现	48
2.3.4	循环码的译码及电路实现	49
2.3.5	循环冗余校验码	52
2.4	有限域	53
2.4.1	剩余类	53
2.4.2	有限域的定义	54
2.4.3	扩展域 $GF(2^m)$ 中非零元素的多项式表示和加法	56
2.4.4	有限域的本原多项式	56
2.4.5	扩展域 $GF(2^3)$	57
2.4.6	本原多项式的简单判定	59
2.5	BCH 码	60
2.5.1	本原 BCH 码	60
2.5.2	非本原 BCH 码	64
2.5.3	BCH 码的译码	66
2.6	RS 码 (Reed-Solomon 码)	67
2.7	卷积码	71
2.7.1	卷积码的编码构成和描述	71

2.7.2 卷积码的译码 .....	77
2.8 若干先进编码技术 .....	81
2.8.1 软判决和软输出 .....	81
2.8.2 串行级联码 .....	87
2.8.3 突发错误和交织技术 .....	89
2.8.4 迭代译码技术 .....	91
2.9 Turbo 码 .....	92
2.9.1 Turbo 码基本概念 .....	92
2.9.2 Turbo 码的迭代译码 .....	94
2.9.3 Turbo 码性能 .....	95
参考文献 .....	97

### 第3章

#### LDPC 码概论

3.1 LDPC 码发展简史 .....	99
3.2 LDPC 码的分类 .....	100
3.2.1 LDPC 规则码和 LDPC 不规则码 .....	100
3.2.2 高阶域 $GF(9)$ 上的 LDPC 规则码 .....	102
3.2.3 LDPC 卷积码和广义 LDPC 码 .....	103
3.3 LDPC 码的性能特点 .....	104
3.4 LDPC 码应用举例 .....	105
3.5 LDPC 码的研究进展 .....	107
参考文献 .....	109

### 第4章

#### LDPC 规则码

4.1 LDPC 规则码随机构造法 .....	112
4.1.1 构造规则码校验矩阵的一般要求 .....	112
4.1.2 用对角线法构造规则码校验矩阵 .....	113
4.1.3 构造稀疏校验矩阵的图例 .....	114
4.2 Gallager 概率译码和 BP 迭代译码算法 .....	122
4.2.1 Gallager 概率译码算法 .....	123
4.2.2 BP 算法 .....	127

4.3	用对数似然比表示的 BP 算法 .....	130
4.4	最小和译码算法 .....	133
4.4.1	标准的最小和译码算法 .....	133
4.4.2	改进的最小和译码算法 .....	134
4.5	因式图和迭代译码算法 .....	135
4.5.1	边缘函数、因式图以及和_积算法 .....	135
4.5.2	借助因式图构建系统模型 .....	142
4.6	编码算法 (高斯消去法求逆矩阵) .....	147
4.6.1	全下三角形式的编码算法 .....	147
4.6.2	$\beta$ -矩阵的编码算法 .....	149
4.7	线性化校验矩阵构造法 .....	151
	参考文献 .....	153

## 第 5 章

### LDPC 不规则码

5.1	LDPC 不规则码的直觉和度分布 .....	155
5.1.1	LDPC 不规则码的直觉 .....	155
5.1.2	节点的度分布 .....	156
5.2	密度进化算法和迭代收敛性 .....	157
5.2.1	连续密度进化 .....	158
5.2.2	高斯近似 .....	160
5.3	逼近 Shannon 容量的不规则 LDPC 码的设计 .....	162
5.3.1	概述 .....	162
5.3.2	逼近容量的度分布对 .....	163
5.4	最逼近 Shannon 容量的不规则码 .....	168
5.4.1	离散的密度进化 .....	168
5.4.2	优化 .....	171
	参考文献 .....	172

## 第 6 章

### 有限域 $GF(2^q)$ 上的 QC-LDPC 码

6.1	基于有限域乘群构造 QC-LDPC 码 .....	175
6.1.1	概述 .....	175

6.1.2	LDPC 码的要点	176
6.1.3	有限域乘群的位置矢量表示	176
6.1.4	基于有限域乘群的 QC-LDPC 码的一般构造	177
6.1.5	基于有限域乘群构造 QC-LDPC 码校验矩阵 $H^{(1)}$ 的特殊方法	179
6.1.6	基于有限域乘群和 RS 码构造 QC-LDPC 码校验矩阵 $H^{(2)}$	185
6.2	基于有限域加群的 QC-LDPC 码的构造	187
6.3	QC-LDPC 码的修饰技术	192
6.3.1	规则 QC-LDPC 码的修饰	192
6.3.2	不规则 QC-LDPC 码的修饰	195
6.4	QC-LDPC 码用于二进删除/突发信道	204
6.4.1	QC-LDPC 码用于二进删除信道	204
6.4.2	QC-LDPC 码用于突发删除信道	207
6.4.3	一类渐近最佳纠正删除突发的 QC-LDPC 码	209
	参考文献	213

## 第 7 章

### LDPC 卷积码和广义 LDPC 码

7.1	LDPC 卷积码的定义和校验矩阵构造	217
7.1.1	概述	217
7.1.2	一类 LDPC 卷积码的定义	217
7.2	LDPC 卷积码的距离界限	219
7.3	利用 LDPC 码的多电平编码调制	221
7.3.1	所用的 LDPC 卷积码 (LDPC 码)	221
7.3.2	迭代译码的多电平编码	222
7.3.3	以单码的多电平映射	223
7.3.4	仿真结果	224
7.4	广义 LDPC 码定义和校验矩阵的构造	226
7.4.1	概述	226
7.4.2	GLDPC 码的构造和译码	227
7.4.3	仿真结果	228
	参考文献	233

## 第 8 章

### LDPC 码的应用

8.1	编译码软件仿真和硬件描述仿真 .....	236
8.1.1	概述 .....	236
8.1.2	随机数和随机分布的模拟产生 .....	237
8.1.3	编译码仿真举例 .....	239
8.1.4	硬件描述仿真 .....	248
8.2	LDPC 译码器的典型硬件实现 .....	252
8.2.1	LDPC 译码器典型结构和配置 .....	253
8.2.2	连接网络 .....	254
8.2.3	变量节点处理器和校验节点处理器 .....	256
8.3	LDPC 码在无线局域网中的应用 .....	256
8.3.1	概述 .....	256
8.3.2	LDPC 码的译码 .....	257
8.3.3	硬件结构 .....	259
8.3.4	结果讨论 .....	262
8.4	开发 LDPC 码在深空宇航中的应用 .....	264
8.4.1	设计和构造 .....	265
8.4.2	实现 .....	267
8.4.3	性能分析和标准化 .....	270
8.5	比特串行的最小和译码器以及 FPGA 实现 .....	272
8.5.1	引言 .....	272
8.5.2	简化的校验更新函数 .....	275
8.5.3	节点结构 .....	277
8.5.4	FPGA 实现 .....	279
8.6	似循环 LDPC 码用于磁性记录信道：码设计和 VLSI 实现 .....	280
8.6.1	FPGA 仿真器 .....	281
8.6.2	仿真结果和讨论 .....	282
8.6.3	QC-LDPC 译码器（高吞吐率）的设计 .....	286
8.6.4	ASIC 实现和小结 .....	288
8.7	LDPC 编码调制用于超高速光纤传输 .....	289
8.7.1	引言 .....	290
8.7.2	编码调制的基本原理 .....	290

8.7.3	BI-LDPC-CM 与相干检测的组合 .....	294
8.7.4	迭代解映射和译码 .....	296
8.7.5	LDPC 码 .....	297
8.7.6	性能分析 .....	300
8.8	Rayleigh 衰落信道中规则随机 LDPC 码的分析 .....	304
8.8.1	引言 .....	304
8.8.2	LDPC 编译码 .....	305
8.8.3	信道模型 .....	305
8.8.4	仿真结果和讨论 .....	306
8.9	MIMO 多址系统中 LDPC 编码调制的性能分析 .....	309
8.9.1	引言 .....	309
8.9.2	LDPC 编码调制方案 .....	310
8.9.3	数值评估和仿真结果 .....	312
8.10	高速低存储量似循环 LDPC 码译码器的 FPGA 实现 .....	317
8.10.1	引言 .....	317
8.10.2	LDPC 码的图表示 .....	317
8.10.3	以硬件为目标的码的构造 .....	318
8.10.4	修正的 Turbo 译码算法 .....	319
8.10.5	FPGA 译码器结构 .....	320
8.10.6	仿真结果 .....	322
8.11	DVB-S2 中 LDPC 码编码器的 FPGA 实现 .....	325
8.11.1	引言 .....	326
8.11.2	DVB-S2 中 LDPC 码的编码规则 .....	326
8.11.3	DVB-S2 中 LDPC 码的编码器结构 .....	327
8.11.4	DVB-S2 中 LDPC 码编码器 FPGA 实现 .....	327
	参考文献 .....	330



第 1 章  
通信和信息论初步

## 1.1

# 数字通信系统

### 1.1.1 通信和通信系统

可以说，自从有了人类，就有了伴随着人类的通信。打手势、写书信、电话、电报和电视等都是传递消息的方式，都是通信。通信的目的是传递消息，也就是传输信息。近代的通信主要指“电通信”或“光通信”，即通信是借助电或光信号及有关设备来完成的。

最简单的通信系统由信源、信道和信宿组成。一般来说，信源是提供消息的人、设备或事物。信宿是接收消息的人、设备或事物。信道是传递消息的通道，是从信源到信宿间传递物理信号的传输介质和设施。有关设施：如天线、调制器、解调器、功率和低噪声放大器和上下变频器等。所以这里信道的概念是广义的。为了研究方便，常把信道分成调制信道和编码信道两种，如图 1.1 所示。它是典型的点对点单向通信系统方框图。在此基础上容易构成点对点双向通信系统、点到多点的单向广播系统和多点对多点的单向通信系统（MIMO）等。

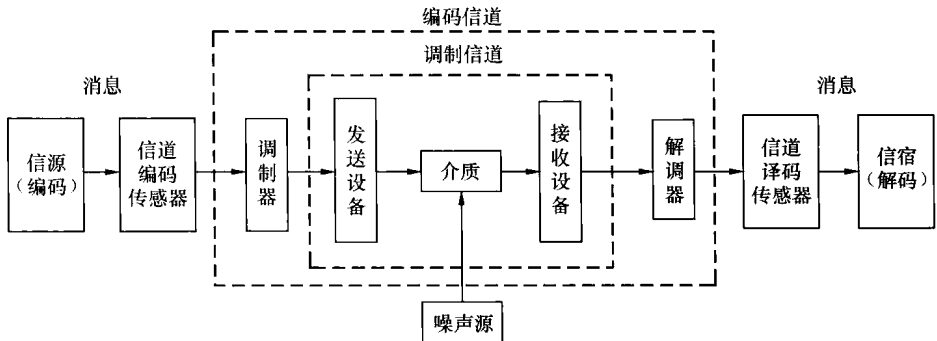


图 1.1 通信系统方框图

调制信道的输入、输出一般是模拟波形信号，用连续函数描述，以调制信道为信道的通信系统是模拟通信系统。调制信道具有以下共性：

- (1) 许多信道是线性的，满足叠加原理；
- (2) 信号通过信道后有时间延迟，幅度或能量有损耗；
- (3) 受到加性噪声的影响。

编码信道的输入、输出一般是码字符号序列，即是数字信号。以编码信道为信道的通信系统是数字通信系统。因为编码信道包括调制信道，所以编码信道的特性紧密地依赖于调制信道。更精确地说，编码信道的输入、输出码字符号数目



和转移概率是由调制信道决定的。

## 1.1.2 信道编码

数字通信系统中有两个基本问题：有效性和可靠性。有效性反映消息在信源中进行去粗取精处理的程度，是数字通信中信源编码的主要问题。信源编码技术使得用尽量少的码字符号来描述话音、图像等消息。可靠性说明信宿对接收到的消息进行判断评估、去伪存真处理的能力，是数字通信中信道编码的主要任务。可靠性可以用误码率或误比特率来表达，信道编码技术就是要尽量减小误码率或误比特率。信息论最初就是从解决通信系统中的有效性和可靠性而发展起来的。本书讨论的中心内容是信道编码，尤其是 LDPC 码的原理和应用。

数字信号在传输过程中会受到各种噪声和干扰的影响，从而使信号码元的波形遭到破坏，故传输到接收端后会造成错误的判决。而对于普遍存在并且最实用的加性噪声的干扰影响，通常采用以下几种解决方法。比如，合理选择调制制度，改变解调方法以及增加发送功率，也可以从差错控制方面采取措施<sup>[1]</sup>。采用纠错编码技术可以保证数据的可靠传输，即在发送端给业务码元加入一些具有一定相关性的检验码，使得在接收端能发现或纠正错误，这就可以大大改善通信性能，提高数据传输质量，比如降低比特误码率，降低功率，减小天线尺寸等。

前面提到，LDPC 码是纠错性能接近香农极限的“好”码。那么，什么是香农极限呢？为弄清楚这个基本问题，我们来学习一点信息论基础知识。

## 1.2

# 消息、信号与信息

### 1.2.1 消息、信号与信息的定义

消息、信号与信息是通信中人们最常使用的 3 个基本术语，它们的确切定义是什么？我们知道通信的目的是传递消息。概括地讲：信源产生消息，信道传递消息，信宿接收消息。所以，消息是信源的输出，是传输的对象，是能为人们感知的符号、文字、数字、话音和图像以及各种物理参量。为使人们感知，看或听得见，信源或信宿常配备有适当传感器如话筒、扬声器和显示器等。