

普通高等院校机电工程类规划教材

**Mechanism Systematic Dynamics**

# 机械系统动力学

杨义勇 金德闻 编著

普通高等院校机电工程类规划教材

**Mechanism Systematic Dynamics**  
**机械系统动力学**

杨义勇 金德闻 编著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书内容是集 20 多年的课程教学经验,在唐锡宽和金德闻 1984 年编写的《机械动力学》一书的基础上进行体系变更、内容更新、扩充和改写后编著而成的。

全书共 9 章:第 1 章绪论,介绍了机械系统中常见的动力学问题、机械动力学问题的类型和解决问题的一般过程,是学习后面内容的基础;第 2、3 章讲述刚性机械系统的动力学分析与设计,包括机构惯性力平衡的原理与方法;第 4 章和第 5 章是含弹性构件的机械系统的动力学,后者内容为含柔性转子机械的平衡原理与方法;第 6 章是含间隙副机械的动力学;第 7 章是含变质量机械系统动力学;第 8、9 章介绍机械动力学数值仿真数学基础与相关软件,并给出了仿真实例。书后附有 103 道练习题。

本书可作为高等院校机械工程专业本科和研究生教材,也可作为从事机械工程研究和设计的技术人员的参考书籍。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

## 图书在版编目(CIP)数据

机械系统动力学/杨义勇,金德闻编著. —北京:清华大学出版社,2009.6  
ISBN 978-7-302-18773-8

I. 机… II. ①杨… ②金… III. 机械工程—动力学—高等学校—教材 IV. TH113  
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 161816 号

责任编辑:黎 强

责任校对:王淑云

责任印制:王秀菊

出版发行:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机:010-62770175

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 刷 者:北京市世界知识印刷厂

装 订 者:三河市新茂装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:21 字 数:511 千字

版 次:2009 年 6 月第 1 版 印 次:2009 年 6 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:40.00 元

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

邮 购:010-62786544

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:028285-01

# 前 言

机械动力学课程在清华大学的开设已有 20 多年历史。近几年,杨义勇在中国地质大学(北京)也开设了机械系统动力学这一学位课程。上述课程所使用的教材均以唐锡宽、金德闻编写的《机械动力学》(高等教育出版社 1984 年出版)为基础,加上多种补充教材和讲义。在多年的教学过程中,随着对课程地位、学生学习的目的和课程体系的不断探索,金德闻先后编写了《高速转子的振动与平衡》、《机械动力学设计》等补充教材和研究生学位课程讲义《现代机械设计理论与方法》中的“机械动力学”部分,金德闻、唐锡宽还配套编写了《机械动力学学习题、作业实验汇编》;杨义勇则编写了《机械系统动力学》讲义。作者在对上述教材和讲义进行体系变更、内容更新、扩充和改写的基础上,写成了这本新的《机械系统动力学》。

机械动力学是应用力学基本理论解决机械系统中的动力学问题的一门学科,其核心问题是建立机械系统的运行状态与其内部参数、外界条件之间的关系,从而找到解决问题的途径。该学科是机械性能设计的重要部分,在高速机械和精密机械中,机械动力学性能的分析与设计是不可缺少的,有时甚至是至关重要的。机械动力学课程教学的目的就是使学生了解机械系统中动力学问题的类型和掌握应用力学的基础知识解决这些问题的基本方法和途径。机械系统千变万化,但它们存在的动力学问题有一定规律性,解决这些问题的方法也有共性。

本书对机械动力学的内容和体系的安排有以下特点:

(1) 按照系统的组成和运行条件将机械系统分为刚性系统和考虑构件弹性的系统两大部分,以便根据它们不同的性质分别讲述处理动力学问题的方法。

(2) 全书在介绍解决动力学问题的方法中,以解决问题的过程为线索,从机械系统力学模型的建立到动力学方程的建立、求解和分析,再回到这些结果的运用来讲述。由此形成了不同机械系统之间的横向联系,这将有助于学生在了解各种机械系统处理方法的同时也掌握它们之间的共同规律。

(3) 在处理刚性机械系统动力学问题中,运用“类速度”和引入“偏类速度”机构学的概念来获取动力学方程,这不仅应用方便,而且形成了机构运动学问题和动力学问题之间的有机联系。此外,增加了对凯恩方程的介绍和应用,并指出凯恩方法中的“偏速率”与机构学中“偏类速度”的一致性,可作为机构学与一般力学方法之间的衔接点。

(4) 在含弹性构件的机械系统中,由于存在不同的机构,包括定轴传动机构、连杆机构、凸轮机构等,这些机构的处理方法有所不同,因此根据机构的特点把机构学的分析方法与动力学的一般原理相结合,分别讲述这些机构的动力学问题。

(5) 在介绍含间隙运动副的机械系统动力学中,按照连续接触和非连续接触的模型分类给出了不同的处理方法。此外,增加了间隙对机械动力学性能影响的实例分析,以便学生对间隙副问题有更为实际的理解。

(6) 随着计算机技术的发展,使用计算机建立机械系统的力学模型,并用数值仿真的方法预测系统的真实运动和动力学特性是动力学设计和研究的重要手段。本书专门安排

一章介绍有关的软件系统,并将近年来科研工作中的成果作为应用实例给出,以便于学生了解应用这些软件可以解决的问题。

本书内容共有 9 章。第 1 章的绪论介绍了机械系统中常见的动力学问题,从学科核心问题上区分机械动力学问题的类型和解决动力学问题的一般过程。这一章是学习后面内容的基础。第 2 章、第 3 章讲述刚性机械系统的动力学分析与设计,其中第 2 章按照系统的自由度,即单自由度和多自由度的系统,分别介绍它们对应的机构动力学模型的建立方法、求解及应用。机构惯性力平衡问题是机械动力学设计的重要的基本问题,也有系统的解决方法,因此第 3 章专门讲述了机构惯性力平衡的原理与方法。第 4 章和第 5 章论述含弹性构件的机械系统的动力学。根据不同机构不同的问题和不同的处理方法,第 4 章分别介绍了传动机构、连杆机构和凸轮机构的动力学问题;第 5 章则又回到含弹性构件机械中一个极其重要的问题——含弹性转子的机械的动平衡问题,它既属于动力学设计问题,也是机械运行中的问题。虽然转子动力学已形成一门专门学科,但因其机械动力学中的重要性,本书仍然介绍了转子动力学的基本内容,这可以为进一步学习打下基础。第 6 章是含间隙副机械的动力学。运动副中的间隙是影响机械运行性能的重要因素,对运动的精度和稳定性都有重要影响。本章以间隙模型的类型为线索,介绍不同接触状态下的模型建立方法,并通过实例使学生具体了解间隙副对机械性能的影响。第 7 章是含变质量构件的机械系统动力学,叙述了平面机构力矩形式和能量形式的动力学方程,对火箭动力学等问题也有初步介绍,这对从事航天工程研究的读者有一定意义。第 8 章是机械动力学数值仿真算法基础,该章介绍了数值仿真的数学基础。第 9 章为机械动力学仿真软件与实例,介绍了用 ADAMS 软件的建模与仿真计算、Pro/E 动态仿真与工程分析,并给出了仿真实例。

本书后面附有练习题,有些题目工作量较大,可作为从建模到计算,再对计算结果进行讨论的小型课题。如果能与相关的实验设备相结合,则可以形成从建模、计算到实验验证的大型课题,使学生对解决动力学问题的过程有较完整的了解。

学习这门课程需要的先修课程是高等数学、理论力学、机构学和计算方法,此外还需要具备分析力学和振动理论基础知识。为了便于学生学习,本书在用到上述课程的基础理论时,给出了所用到的结论或公式。需要了解它们的来源时,可参阅其他相关书籍。

本书第 1、2 章由清华大学金德闻和中国地质大学(北京)杨义勇撰写,第 3~6 章由金德闻编写,第 7、8 章由杨义勇编写,第 9 章由杨义勇、金德闻撰写。上海交通大学邹慧君教授对编写本书提出了诸多宝贵意见,中国地质大学(北京)的王成彪教授、吕建国教授也对本书的编写给予了热情支持,清华大学张济川教授对本书所述的机械系统动力学实验的完成也作出了重要贡献;此外,第 6 章和第 8、9 章中的动力学分析实例是由清华大学博士生贾晓红和 H. O. Dimo 分别完成的,在此谨向上述各位学者和研究生一并表示感谢。

由于作者的水平有限,编写过程有些仓促,书中可能难免会有一些错讹,敬请各位读者给予批评指正。

作 者

2009 年 4 月于北京

# 目 录

前 言 .....	I
<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
1.1 机械系统中常见的动力学问题 .....	1
1.2 解决机械动力学问题的一般过程 .....	2
1.3 机械系统的动力学模型 .....	3
1.3.1 刚性构件 .....	3
1.3.2 弹性元件 .....	4
1.3.3 阻尼 .....	5
1.3.4 流体润滑动压轴承 .....	5
1.3.5 机械系统的力学模型 .....	6
1.4 建立机械系统的动力学方程的原理与方法 .....	7
1.4.1 牛顿第二定律 .....	7
1.4.2 达朗贝尔原理 .....	8
1.4.3 拉格朗日方程 .....	8
1.4.4 凯恩方程 .....	8
1.4.5 影响系数法 .....	9
1.4.6 传递矩阵法 .....	10
1.5 动力学方程的求解方法 .....	10
1.5.1 欧拉法 .....	10
1.5.2 龙格-库塔法 .....	11
1.5.3 微分方程组与高阶微分方程的解法 .....	12
1.5.4 矩阵形式的动力学方程 .....	12
1.6 机械动力学实验与仿真研究 .....	13
<b>第 2 章 刚性机械系统动力学</b> .....	15
2.1 概述 .....	15
2.2 单自由度机械系统的动力学模型 .....	15
2.2.1 系统的动能 .....	16
2.2.2 广义力矩的计算 .....	17
2.2.3 动力学方程 .....	17
2.3 不同情况下单自由度系统的动力学方程及其求解方法 .....	18

2.3.1	等效转动惯量和广义力矩均为常数 .....	18
2.3.2	等效转动惯量为常数,广义力矩是机构位置的函数 .....	19
2.3.3	等效转动惯量为常数,广义力矩为速度的函数 .....	20
2.3.4	等效转动惯量是位移的函数,等效力矩是位移和速度的函数 .....	22
2.3.5	等效转动惯量是位移的函数 .....	26
2.4	基于拉格朗日方程的多自由度机械系统建模方法 .....	27
2.4.1	系统的描述方法 .....	27
2.4.2	两自由度五杆机构动力学方程 .....	29
2.4.3	差动轮系的动力学方程 .....	35
2.4.4	开链机构的动力学方程 .....	39
2.5	具有力约束的两自由度系统的动力学方程 .....	40
2.6	凯恩方法及其应用 .....	43
<b>第3章</b>	<b>刚性平面机构惯性力的平衡 .....</b>	<b>46</b>
3.1	机械系统中构件的质量替代 .....	46
3.1.1	两点静替代 .....	46
3.1.2	两点动替代 .....	47
3.1.3	广义质量静替代 .....	47
3.2	机构平衡的基本条件与平衡方法 .....	49
3.2.1	机构总质心的位置 .....	49
3.2.2	机构的惯性力和惯性力矩在坐标轴上的分量 .....	49
3.2.3	平面机构惯性力和惯性力矩的平衡条件 .....	50
3.2.4	平面机构的惯性力的平衡方法 .....	50
3.3	机构惯性力平衡的质量替代法 .....	51
3.3.1	含转动副的机构惯性力平衡 .....	51
3.3.2	含移动副的广义质量替代法 .....	52
3.4	机构惯性力平衡的线性独立向量法 .....	55
3.4.1	平衡条件的建立与平衡量的确定 .....	55
3.4.2	用加重方法完全平衡惯性力需满足的条件 .....	59
3.4.3	使惯性力完全平衡应加的最少平衡量数 .....	62
3.5	机构惯性力的部分平衡法 .....	63
3.5.1	用回转质量部分平衡机构的惯性力与最佳平衡量 .....	63
3.5.2	用平衡机构部分平衡惯性力 .....	67
3.6	在机构运动平面内的惯性力矩的平衡 .....	70
3.6.1	机构惯性力矩的表达式 .....	70
3.6.2	任意四杆机构的惯性力矩 .....	71
3.6.3	惯性力平衡的四杆机构的惯性力矩 .....	72
3.6.4	惯性力矩平衡条件 .....	75

3.6.5	用平衡机构平衡惯性力矩 .....	76
<b>第4章</b>	<b>含弹性构件的机械系统动力学分析与设计 .....</b>	<b>79</b>
4.1	概述 .....	79
4.2	考虑轴扭转变形时传动系统动力学分析 .....	80
4.2.1	串联传动系统的等效力学模型 .....	81
4.2.2	串联齿轮传动系统的动力学方程 .....	86
4.2.3	用振型分析法研究无外力作用时系统的自由振动 .....	86
4.2.4	有外力作用时的振动分析 .....	92
4.2.5	传递矩阵法在传动系统扭转弹性动力学分析中的应用 .....	93
4.3	含弹性构件的平面连杆机构的有限元分析法 .....	102
4.3.1	单元坐标和系统坐标 .....	103
4.3.2	系统力和单元力 .....	106
4.3.3	单元位移函数 .....	108
4.3.4	单元动力学方程 .....	110
4.4	含弹性从动件的凸轮机构 .....	120
4.5	含多种弹性构件机构的机械系统 .....	124
4.6	考虑构件弹性的机构设计 .....	127
4.6.1	特定运动规律下的凸轮机构设计 .....	128
4.6.2	高速凸轮运动规律设计 .....	129
4.6.3	高速平面连杆机构设计 .....	129
<b>第5章</b>	<b>挠性转子的系统振动与平衡 .....</b>	<b>134</b>
5.1	转子在不平衡力作用下的振动 .....	134
5.1.1	刚性转子在弹性支承上的振动 .....	134
5.1.2	挠性转子在刚性支承上的振动 .....	135
5.1.3	挠性转子在弹性支承上的振动 .....	136
5.2	单圆盘挠性转子的振动 .....	138
5.2.1	转子的自由振动 .....	138
5.2.2	转子有不平衡时的不平衡响应 .....	139
5.2.3	圆盘运动的动坐标表示法 .....	141
5.3	多圆盘挠性转子的振动 .....	142
5.3.1	多圆盘转子的动力学方程 .....	142
5.3.2	多圆盘转子的临界速度和振型 .....	143
5.3.3	多圆盘转子的不平衡响应 .....	145
5.4	具有连续质量的挠性转子振动 .....	146
5.4.1	自由振动的自然频率和振型函数 .....	146
5.4.2	不平衡响应分析 .....	148
5.5	复杂转子系统动力学分析 .....	151



5.5.1	复杂转子系统的力学模型	152
5.5.2	传递矩阵	153
5.5.3	状态向量间的传递关系	155
5.5.4	自然频率和振型的求解	155
5.5.5	系统的强迫振动	157
5.5.6	不平衡响应计算	157
5.5.7	系统阻尼影响	158
5.6	挠性转子平衡原理	158
5.7	挠性转子平衡方法	161
5.7.1	振型平衡法	161
5.7.2	影响系数法	163
5.7.3	平衡量的优化	166
<b>第6章</b>	<b>含间隙运动副的机械系统动力学</b>	<b>169</b>
6.1	采用连续接触间隙副模型的机械运动精度分析——小位移法	169
6.1.1	转动副和移动副中的间隙	169
6.1.2	用小位移法确定机构位置的误差	170
6.2	采用连续接触间隙副模型的机械动力学分析	173
6.2.1	机构运动分析	175
6.2.2	动力学方程	182
6.2.3	方程的求解	184
6.2.4	铰销力及输出角误差	185
6.3	采用两状态间隙移动副模型的机械动力学分析	189
6.3.1	两状态间隙移动副的力学模型	189
6.3.2	动力学方程	191
6.3.3	方程的求解	192
6.4	采用两状态间隙转动副模型的机械动力学分析	200
6.4.1	间隙转动副模型的建立	200
6.4.2	动力学方程	203
6.4.3	方程的求解	204
6.4.4	计算步骤	206
6.5	间隙对机械动力学性能的影响	211
6.5.1	两状态间隙模型	213
6.5.2	动力学方程	214
6.5.3	方程求解结果与实验结果	217
<b>第7章</b>	<b>含变质量构件的机械系统</b>	<b>221</b>
7.1	变质量质点运动的基本方程	221

7.2	变质量构件的动力学方程	223
7.2.1	变质量刚体的动力学方程	223
7.2.2	由相对运动产生的变质量构件的动力学方程	225
7.3	能量形式的变质量构件的动力学方程	231
7.3.1	以能量形式表示的动力学方程	231
7.3.2	动能的计算	232
7.4	含变质量构件的单自由度系统的动力学分析	234
7.4.1	含变质量构件机械系统分析	234
7.4.2	等效力与等效转动惯量	235
7.4.3	能量形式的动力学方程	239
<b>第8章</b>	<b>机械系统动力学数值仿真算法基础</b>	<b>242</b>
8.1	概述	242
8.2	数值积分方法	243
8.3	常微分方程的数值解法	246
8.4	齐次方程与非齐次方程的解	251
8.5	矩阵迭代法	262
8.6	算法程序	266
<b>第9章</b>	<b>机械系统动力学仿真软件与实例</b>	<b>270</b>
9.1	ADAMS 动力学建模与仿真	270
9.1.1	软件简介	270
9.1.2	动力学问题的求解方法与坐标系	270
9.1.3	ADAMS 的建模与求解过程	274
9.1.4	ADAMS 仿真分析模块	276
9.2	Pro/E 动态仿真与工程分析	290
9.2.1	集成运动模块	291
9.2.2	机构运动与有限元法分析	292
9.3	机械系统仿真分析实例	295
9.3.1	具有冗余自由度机械臂的构型优化	295
9.3.2	粗糙表面磨削机械臂的动力学仿真	299
<b>参考文献</b>		<b>304</b>
<b>练习题</b>		<b>306</b>

# 第 1 章 绪 论

动力学(dynamics)是研究系统状态变化规律的学科。所谓的“系统”是指由各个部分组成的相互关联的整体。根据所研究的对象的不同,从天体到人类社会到一个原子都可构成不同的“系统”。机械系统的大小可因所研究的任务而有所不同:由构件经运动副连接组成的机构,由原动机、传动机构和执行机构组成的机器,以及由机械和控制元件组成的整机均可称为机械系统。“系统状态”是指系统的表现。不同系统有不同的状态描述方法和参数。例如电系统可用输出的电流、电压来描述,化学反应系统可用其反应速度、反应生成物的质与量来描述。对于机械系统则以其运动参数(位移、速度、加速度)、构件受力参数或功率参数(输出功率、效率)来描述。系统的状态是由系统固有的特征参数和外界条件所决定的,状态变化都遵循一定的规律,研究这些规律便是“动力学”的任务。我们所说的机械系统的运动状态、受力状态与其几何参数、结构设计、构件的质量(惯量)、原动力、工作对象以及外界条件密切相关。因此研究这些因素之间的关系和状态变化规律,便是机械动力学的任务。机构运动学(kinematics)研究的是机构几何参数与机构运动状态的关系,在有些书中也将其归入动力学的范畴。按照目前更广泛采用的分类方法,本书没有把运动学包括在内。

人们使用机械系统是为了实现某种工作愿望。在机械设计中,往往需要首先进行运动学分析与设计。但是为了使机构系统能按人们的意愿工作,只有运动学分析与设计是远远不够的。运动学是以主动件的位置为自变量,分析机械运动,运动学设计是从几何概念上提供了实现这种方式运动的可能性;动力学分析结果是机械在时间域中的状态,因此能否真正实现预期的运动或在运行过程中会发生什么问题,以及能否保证机械系统正常工作等问题都有赖于动力学分析与设计。

## 1.1 机械系统中常见的动力学问题

机械系统中常见的动力学问题从应用的角度可分为以下几个方面。

### 1. 机械振动

这是机械运行过程中普遍存在的重要问题。有许多因素可能引起振动,包括惯性力的不平衡、外载变化以及系统参数变化等。消除振动的方法可以用平衡的方法、改进机械本身结构或用主动控制的方法等。

### 2. 机械运行状态

一般来说,机械有两种运行状态,一种是稳定运行状态,在这种状态下,机械的运行是稳定的周期性的运动。另一种状态属于瞬时状态。在这种状态下,机械运动呈非周期状态。机械的启动、停车,或在意外事故时,就呈现这种状态。对机械运动状态分析不仅可了解机械正常工作的状况,而且对于机械运行状态的监测、故障分析和诊断都很必要。通

过动力学分析可以知道哪些故障对机械状态有什么影响,从而确定监测的参数及部位,为故障分析提供依据。

### 3. 机械的动态精度

在一些情况下,特别是对轻型高速机械,由于构件本身的变形或者运动副中的间隙的影响,使机械运动达不到预期的精度,在这种情况下,机械的运动状态不仅和作用力有关,还和机械运动的速度有关,因此我们称之为“动态精度”。研究构件的弹性变形、运动副间隙对机械运动的影响是机械动力学研究的一个重要方面。

### 4. 机械系统的动载分析

机械中的动载荷往往是机件磨损和损坏的重要因素。要确定运动副及机件所受的动载荷,必须进行动力学分析。

### 5. 机械系统的动力学设计

包括驱动部件的选择,构件参数(质量分布、刚度)设计,机械惯性力平衡设计等。

### 6. 机械动力学性能的主动控制

这是近来发展比较迅速的一个方面。许多机械的工作环境是变化的,因此需要采用相应的手段来控制其动力学特性,以保证系统在不同条件下按预期要求工作。控制的因素包括输入的动力、系统的参数或外加控制力等。在分析控制方法的有效性和控制参数的范围等问题上,均需要动力学分析。

## 1.2 解决机械动力学问题的一般过程

解决机械动力学问题一般包括以下几个部分:

- (1) 根据机械系统的组成和所需解决的问题,建立系统的力学模型。
- (2) 运用基本的力学原理和方法建立系统的动力学方程,即系统的数学模型。
- (3) 运用数学方法和工具求解动力学方程。
- (4) 用实验装置或数字仿真方法检验所得结果,分析结果的合理性以证实模型的正确性。

从解决动力学问题的角度来看,机械系统可以用图 1-1 来描述,它包括输入系统的主动动力、系统自身固有的参数和系统的状态参数三个主要部分。在外界条件干扰和对系统参数(如阻尼、刚度)进行控制的情况下,还要增加它们对系统的影响。

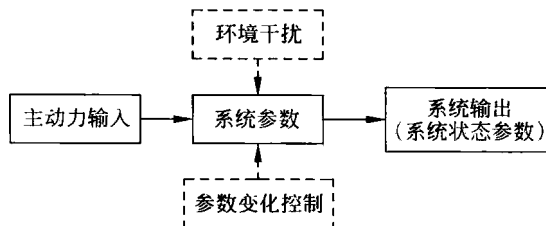


图 1-1 机械动力学问题描述

解决动力学问题所需的数学模型,实质上是这些部分之间相互关系的数学表达。因此,从这个角度来看,机械动力学问题又可归结为以下3类:

(1) 机械系统运动状态的求解,即已知输入和系统参数,求解系统的输出状态参数。通常称为系统响应问题,属正向动力学问题。

(2) 已知系统参数和输出,求解系统的输入。这类问题属于逆向动力学问题,常用于求解输入力矩函数或进行环境识别。

(3) 系统参数设计,即已知输入和输出,求解系统的参数。

为了更好地理解解决动力学问题的一般过程,在以下几节中将对过程中的各个步骤及所需的基础知识予以介绍。所涉及的一般数学、力学原理与方法,在此只给出结果,不予证明,有关理论证明读者可参考其他书籍。

### 1.3 机械系统的动力学模型

机械系统的动力学模型是根据机械系统本身的结构和进行动力学研究的目的而确定的。机械的组成不同,则动力学模型也不同。同一种机械用于不同目的的分析,模型也可能不同。所以动力学模型的复杂程度也随上述两方面因素而异,从最简单的单质量系统到包含几十、几百甚至上千质量和参数的系统。

一个机械系统往往是由不同性质的元件组成的。在建立系统模型时,首先要对这些元件进行力学简化,常见的元件和简化方法如下。

#### 1.3.1 刚性构件

刚性构件(rigid body)在机械系统中可能作移动,绕固定轴转动,或一般运动(既有转动,又有移动),不同情况的简化方法如图1-2所示。图1-2(a)为质量为 $m$ 的刚性构件,当它仅作移动时,其动力学特性与物体大小无关,可视为一集中质量。 $F$ 为作用于其上的外力,在其作用下,质量的运动状态发生变化,产生加速度 $a$ 。图1-2(b)为一绕固定轴旋转的构件,质心在 $s$ 点。由于其运动状态是转动,其动力学特性不仅与质量大小有关,还与质量的分布状态——转动惯量 $J_0$ 有关。此外,质心位置也是重要的参数, $M$ 为作用其上的外力矩, $\epsilon$ 是它转动的角加速度。对于一般运动的构件,如图1-2(c)所示,其参数除质量 $m$ 和转动惯量 $J_s$ 外,还有构件长度 $l$ 、质心位置 $l_s$ 。

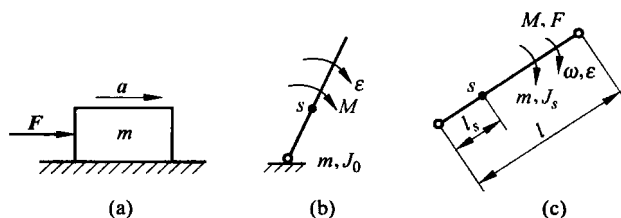


图 1-2 刚性构件的力学模型

### 1.3.2 弹性元件

建立弹性元件(elastic member)的力学模型,关键是如何处理弹性元件的质量及刚度的分布。常用的弹性元件的模型有以下几种。

#### 1. 无质量的弹性元件

机械中常见的诸如弹簧之类的元件,由于与其他构件相比质量很小,可视为无质量的弹性元件,如图 1-3(a)所示。

当弹簧力与位移为线性关系时,有

$$f = -kx$$

式中  $k$ ——弹簧的刚度系数; $x$ ——弹簧的伸长(或压缩)量; $f$ ——弹簧的弹性恢复力。有些用橡胶、软木、毛毡制成的弹性元件,其弹性恢复力往往具有非线性性质,即

$$f = -kx^n$$

式中  $n$  根据材料或弹簧结构确定。

#### 2. 连续质量(continuous mass)模型

在许多情况下,弹性元件质量不可忽略,有时它们甚至是机械系统的传动或执行元件。这时可以把质量和弹性均看成连续的系统。图 1-3(b)为一维弹性元件,其质量分布为  $m(x)$ ,分布刚度系数为  $k(x)$ 。通常这些函数关系特别是刚度系统函数,在元件的形状或连接状态比较复杂时,难以导出,因此在处理工程实际问题时,常常要进行简化。

#### 3. 离散集中质量系统(decentralized mass)

离散集中质量系统是把连续的弹性元件,例如图 1-3(b)中的轴简化成多个集中质量,如图 1-3(c)所示。这些质量之间以无质量的弹性段相连接。这种处理方法可使动力学方程易于求解。集中质量的数目视所研究的问题而定。一般说来离散数目多,精确度就高,但太多的离散质量有可能由于计算的舍入误差而降低精度。

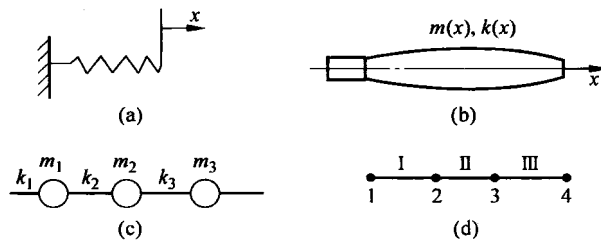


图 1-3 弹性元件的力学模型

#### 4. 有限元模型

有限元的方法是处理连续系统的有效手段。随着计算机的普遍应用,可用它来分析各种不同的系统,如流体、温度场,甚至人体组织结构的分析。这种方法的基本思想是将一连续系统,如图 1-3(b)所示的连续轴分成 I、II、…若干单元,各单元通过节点 1、2、…相联结,见图 1-3(d)。在单元内部仍是一个连续体。单元内各点状态之间的关系用假设的函数来表示。这样既把系统看成了连续系统,又可降低系统的自由度。关于有限元方法,本书将在第 4 章中,予以介绍。

### 1.3.3 阻尼

机械系统中,有三种不同形式的阻尼,它们共同的特征是由于它们的存在而产生能量消耗。

#### 1. 粘滞阻尼

这是常见的一种阻尼,阻尼力与相对运动的速度成正比,方向与相对速度相反,即

$$F_c = -c \dot{x}$$

式中  $c$ ——粘滞阻尼常数。图 1-4(a)是这种阻尼常用的表示方法。

#### 2. 干摩擦阻尼

干摩擦阻尼的性质实际上是很复杂的,但通常认为其大小为常数,方向与相对运动速度相反(图 1-4(b)),即

$$|F_f| = \mu N$$

或

$$F_f = -\mu N \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}$$

式中  $\mu$ ——摩擦系数;  $N$ ——接触面正压力;  $\dot{x}$ ——接触面的相对速度。

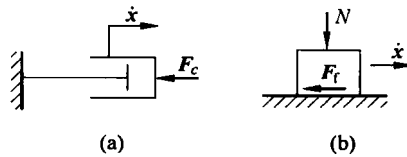


图 1-4 阻尼元件的力学模型

#### 3. 固体阻尼或内阻尼

这是存在于弹性元件材料内部的阻尼,通常认为是由于材料的粘性(hysteresis)引起的。许多因素,如材料的化学成分、应力的形式与大小、应力变化的频率以及温度都影响固体阻尼。根据假定,可认为阻尼力与应力成正比。由于应力是和位移成正比的,因此可表达为

$$|F_i| = r \dot{x}$$

式中  $r$ ——固体阻尼系数。虽然上式形式上和弹簧力相同,但它与弹簧力并不一样,最大的区别是它的方向是与运动速度方向相反,而弹簧力与位移方向相反。所以对固体阻尼应表示为

$$F_i = -r |x| \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}$$

### 1.3.4 流体润滑动压轴承

流体润滑的油膜轴承,是机械中常用的元件。它的力学特性与流体的力学性质有关,它既具有弹簧特性又有阻尼特性,通常简化成图 1-5 的形式。 $x$ 、 $y$  方向的力  $F_x$ 、 $F_y$  分别为

$$\begin{cases} F_x = k_{xx}x + k_{xy}y + c_{xx}\dot{x} + c_{xy}\dot{y} \\ F_y = k_{yx}x + k_{yy}y + c_{yx}\dot{x} + c_{yy}\dot{y} \end{cases}$$

或写成

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

式中  $k_{xx}$ 、 $k_{yy}$  分别为  $x$ 、 $y$  方向刚度系数； $k_{xy}$ 、 $k_{yx}$  为交叉刚度系数； $c_{xx}$ 、 $c_{yy}$  为  $x$ 、 $y$  方向的阻尼系数； $c_{xy}$ 、 $c_{yx}$  为交叉阻尼系数。有交叉项的原因是流体的力学性质所致。当流体承受一个方向的压力时，能向各个方向扩散。

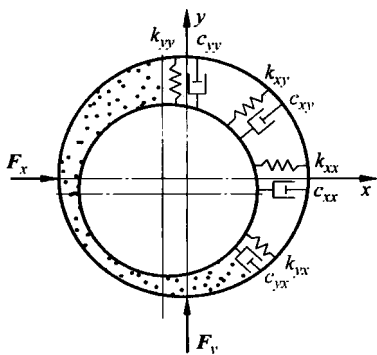


图 1-5 油膜轴承的简化形式

### 1.3.5 机械系统的力学模型

在建立机械系统的模型时，首先要根据组成元件的性质确定采用哪一种模型，同时还要依据机械运行的速度和所要解决的问题。同一个构件，在不同运动速度下，可以是刚体，也可以是弹性体；在需要研究的问题不同时，也有不同的处理方法。

例如，由一个旋转构件组成的旋转机械（离心机、鼓风机等），当它的运行速度不高而且轴间跨距不大时，可简化成如图 1-6(a) 所示的刚性系统。当轴的长度比直径大得多，且运行速度较高时，轴的横向变形不可忽略，则可简化成如图 1-6(b) 所示的离散质量系统。在需要研究轴承特性对系统的影响时，则应将轴承的力学特性引入动力学模型，如图 1-6(c) 所示。如果整个机械安装在比较软的基础上，或要考虑基础对机械运行状态的影响时，还可建立如图 1-6(d) 所示的动力学模型。

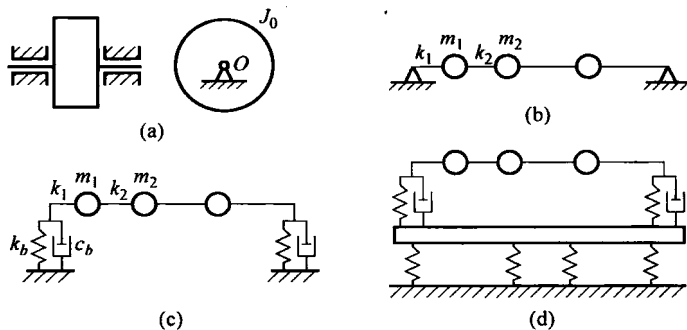


图 1-6 旋转机械的不同的力学模型

另一方面，机械系统中又往往包含着各种机构，例如凸轮、齿轮、连杆机构，根据这些机构的特点和运行速度也有不同的建模方法。关于此类问题将在以后各章中详细叙述。

关于系统的自由度问题，系统独立的动力学方程的数目与系统的自由度相等。系统的自由度数应等于确定该系统中各个质量的位置所需的独立的坐标数，因此系统的自由度与系统质量的数目有关，也与每个质量的约束条件有关。例如图 1-3(b) 所示的弹性



杆,如果用连续质量模型,则相当于无穷多个质点,其自由度为无穷多。当采用有限元模型时,可通过单元内假定的单元函数使自由度成为有限数量。确定一个质点的位置的独立坐标数,还与该质量约束条件有关。例如图 1-7(a)所示的质量  $m$ ,当它作平面运动时,其自由度为 2。若用一无质量的刚性杆与其固结,并只能绕  $O$  点运动,则  $m$  与  $O$  点的距离应保持为  $l$ ,这一个约束条件去掉了一个自由度,因此自由度下降为 1。图 1-7(b)所示的四杆机构,若不计各构件变形,则当其中某一构件如杆  $AB$  的转角确定后,其他构件的位置均能确定,故该系统在认为构件为刚体时,自由度为 1。若机构中某一构件,例如  $BC$  为弹性构件,系统的自由度将取决于用什么方法来处理  $BC$  杆的连续质量。可以用离散的集中质量模型,或用有限元方法等,使机械系统自由度数为有限数量。

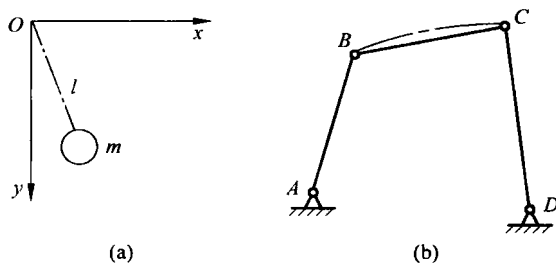


图 1-7 系统自由度示例

## 1.4 建立机械系统的动力学方程的原理与方法

系统的动力学方程又称为运动方程<sup>①</sup>,是建立系统的输入、系统的参数与系统的状态三者之间关系的数学表达式。它们是根据系统的动力学模型,应用基本的力学方程或原理建立的,通常是微分方程。常用于建立动力学方程的力学原理有牛顿第二定律、达朗贝尔原理、拉格朗日方程、凯恩方程。基于这些原理还有一些常用的建立系统动力学方程的方法,例如影响系数法,传递矩阵法,这些方法仍然是建立在基本力学原理之上。为了读者学习方便,本节将给出这些原理的数学式,介绍这些方法的基本概念。有关的推导和证明,读者可参阅力学书籍。

### 1.4.1 牛顿第二定律

一个质点的动力学方程为

$$\begin{cases} \frac{dM}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}, \\ m\mathbf{a} = \mathbf{F} \end{cases} \quad (1-1)$$

式中  $M$ ——质点动量;  $\mathbf{v}$ ——质点速度;  $m$ ——质点质量;  $t$ ——时间;  $\mathbf{F}$ ——作用力;  $\mathbf{a}$ ——加速度。式(1-1)就是牛顿第二定律的表达式。

<sup>①</sup> 为了避免与运动学方程混淆,本书一律称为动力学方程。