

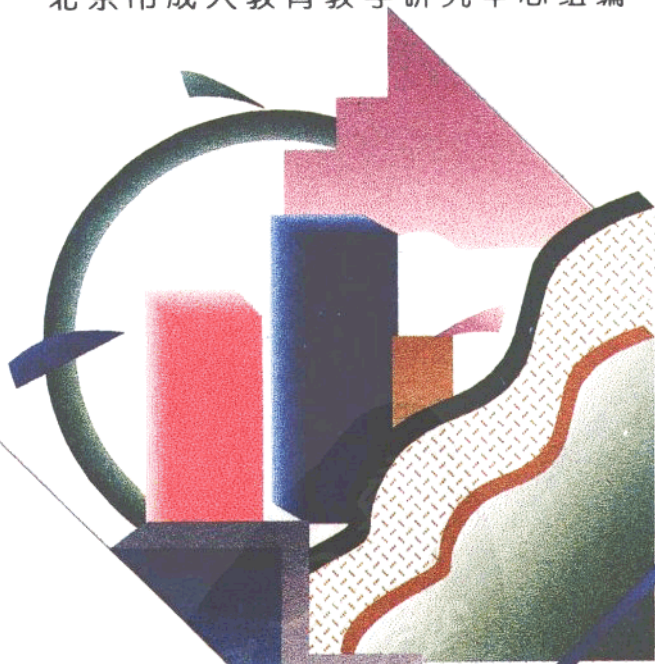
成人中等专业学校课本

数 学

上 册

(财经、管理类)

北京市成人教育教学研究中心组编



北京工业大学出版社

说 明

本教材是根据《北京市全日制成人中等专业学校数学（财经、管理类）教学大纲》编写的，供各成人中等专业学校及农民科技学校财经、管理类各专业使用，其中上册也适用于成人中等专业学校文科类及农林、养殖类专业使用。

本教材的编写力求符合成人教育的特点，尽量适应财经、管理类各专业学习的需要。在内容的选择上本着精简够用的原则，突出重点，简明扼要，删去了一些理论性较强的繁琐的推理和证明，注意了体系的完整性和内容的科学性。习题的配备密切结合教学内容的需要，每章后的小结和复习题供复习时使用。上册中凡是带“※”号的章节文科各专业不做要求，凡是带“△”号的章节农林、养殖类各专业不做要求。上、下册中凡带“○”号的财经、管理类各专业不做要求。

本教材的编写过程中，曾得到部分成人中专学校教师的大力支持和帮助，在此表示感谢。

参加教材编写的人员有：张学忠、王君、陈泰康、程泰生、王淑敏，还有张双、马大卫、陈希梅、李丽、程洪日。全书由张学忠、王君统稿，杨光绘图。限于水平，难免出现缺点和错误，敬希广大师生批评指正。

北京市成人教育教学研究中心

1996年8月

目 录

第一章 函数	(1)
一、指数与对数	(1)
(一) 指数	(1)
(二) 对数	(13)
二、函数	(20)
(一) 集合及其运算	(20)
(二) 函数	(28)
(三) 二次函数	(35)
(四) 一元二次不等式	(45)
(五) $ x < a$ 、 $ x > a$ 型的不等式	(49)
小结 (一)	(52)
复习题 (一)	(56)
三、幂函数、指数函数与对数函数	(59)
(一) 幂函数	(59)
(二) 函数的单调性和奇偶性	(64)
(三) 反函数	(67)
(四) 指数函数	(70)
(五) 对数函数	(74)
小结 (二)	(79)
复习题 (二)	(81)
第二章 三角函数	(84)
一、任意角的三角函数	(84)

(一) 角的概念的推广与弧度制	(84)
(二) 任意角的三角函数	(92)
(三) 同角的三角函数间的关系	(101)
(四) 诱导公式	(108)
二、三角函数的图像与性质	(116)
(一) 正弦函数和余弦函数的图像与性质	(117)
(二) 正切函数和余切函数的图像与性质	(127)
小结 (一)	(132)
复习题 (一)	(134)
三、两角和与差的三角函数 ^{*△}	(137)
(一) 两角和与差的三角函数	(138)
(二) 倍角的正弦、余弦和正切	(145)
(三) 半角的正弦、余弦和正切	(150)
(四) 三角函数的积化和差与和差化积	(153)
四、解斜三角形 ^{*△}	(159)
(一) 正弦定理与余弦定理	(160)
(二) 解斜三角形	(167)
小结 (二)	(172)
复习题 (二)	(174)
第三章 直线与二次曲线	(178)
一、直线 [*]	(178)
(一) 两点间的距离与线段的中点坐标	(178)
(二) 直线的倾斜角和斜率	(184)
(三) 直线方程的几种形式	(188)
(四) 两条直线的位置关系	(196)
(五) 点到直线的距离	(202)
小结 (一)	(205)

复习题 (一)	(207)
二、二次曲线 ^{*△}	(209)
(一) 曲线与方程	(209)
(二) 圆	(214)
(三) 椭圆	(218)
(四) 双曲线	(224)
(五) 抛物线	(231)
小结 (二)	(236)
复习题 (二)	(238)
第四章 概率初步[△]	(241)
一、排列、组合与二项式定理	(241)
(一) 排列	(241)
(二) 组合	(250)
(三) 二项式定理 [*]	(255)
小结 (一)	(260)
复习题 (一)	(261)
二、概率初步	(263)
(一) 随机事件及其运算	(263)
(二) 频率、概率、古典概型	(267)
(三) 概率的加法定理与乘法定理	(272)
(四) 独立试验序列概型	(278)
(五) 离散型随机变量的概率分布及数字特征	(280)
(六) 正态分布 [*]	(290)
小结 (二)	(296)
复习题 (二)	(299)
附录 标准正态分布表	(301)

第一章 函 数

一、指 数 与 对 数

(一) 指数

在初中,我们已经学习过正整数指数幂,并学习过正整数指数幂的运算法则:

- (1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;
- (2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0, m > n$);
- (3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$;
- (4) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$;
- (5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ($b \neq 0$).

但是只有正整数指数幂,很多问题是无法解决的.例如在上述法则里,法则(2)规定 $m > n$,那么 $x^5 \div x^5, x^3 \div x^5$ 等,就不能使用法则(2)来进行运算.所以我们有必要将指数概念加以推广,从正整数指数幂推广到有理数指数幂.上述关于正整数指数幂的五条运算法则就可以归纳为三条运算法则了.

1. 零指数幂

我们来看下面的例子:

$$5^3 \div 5^3 = 1, a^5 \div a^5 = 1 \quad (a \neq 0).$$

可以看出:同底数的幂相除,当除数的幂指数与被除数

的幂指数相等时, 所得的商等于 1.

另一方面, 如果应用正整数指数幂的运算法则 (2)

$a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$), 就会得到:

$$5^3 \div 5^3 = 5^{3-3} = 5^0.$$

这时, 就出现了零指数.

为了使同底数幂的除法法则在除数的幂指数与被除数的幂指数相等时也能适用, 我们规定:

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

也就是说, 任何不等于零的实数的零次幂都等于 1.

例如: $5^0 = 1$, $(-3)^0 = 1$, $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$, $1^0 = 1$, $(-1)^0 = 1$,

$(\sqrt{2} - \sqrt{3})^0 = 1$, $0.002^0 = 1$.

特别需要注意: 零的零次幂没有意义.

2. 负整数指数幂

我们来看下面的例子:

$$5^3 \div 5^5 = \frac{5^3}{5^5} = \frac{1}{5^2},$$

$$a^2 \div a^5 = \frac{a^2}{a^5} = \frac{1}{a^3} \quad (a \neq 0).$$

另一方面, 如果应用 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 的法则, 就会得到:

$$5^3 \div 5^5 = 5^{3-5} = 5^{-2},$$

$$a^2 \div a^5 = a^{2-5} = a^{-3} \quad (a \neq 0).$$

这时, 就出现了负整数指数.

为了使同底数幂的除法法则在除数的幂指数大于被除数的幂指数时也能适用, 我们规定:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0, n \text{ 是正整数})$$

也就是说,任何不等于零的实数的 $-n$ (n 是正整数) 次幂, 等于这个数的 n 次幂的倒数.

$$\text{例如: } 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}, \quad (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8},$$

$$(-1)^{-2} = \frac{1}{(-1)^2} = 1, \quad (-3)^{-1} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}.$$

注意: 零的负整数次幂没有意义.

规定了零指数幂和负整数指数幂的意义以后, 就把幂指数从正整数推广到整数范围. 正整数指数幂的运算法则仍然适用.

在本章中, 如果没有特殊说明, 当指数是零或负整数时, 底数都不等于 0.

例 1 计算 (要求结果中不含负指数):

$$(1) \left(\frac{3}{2}\right)^{-4}; \quad (2) 10^{-3};$$

$$(3) 3^{-5} \cdot 3^2; \quad (4) (2a^{-2})^{-3}.$$

$$\text{解: } (1) \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^4} = \frac{1}{\frac{81}{16}} = \frac{16}{81};$$

$$(2) 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001;$$

$$(3) 3^{-5} \cdot 3^2 = 3^{-5+2} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27};$$

$$(4) (2a^{-2})^{-3} = 2^{-3} \cdot (a^{-2})^{-3} = \frac{1}{2^3} \cdot a^{-2 \times (-3)} = \frac{1}{8} a^6.$$

例 2 计算 (要求结果中不含负指数):

$$(1) (-x^3y) \cdot 3x^{-2}y^{-3}; \quad (2) (-3x^2y^{-1})^{-2};$$

$$(3) 6x^{-1}y^{-3} \div 2xy^{-3}.$$

$$\text{解: } (1) (-x^3y) \cdot 3x^{-2}y^{-3} = -3x^{3+(-2)}y^{1+(-3)}$$

$$= -3xy^{-2} = -\frac{3x}{y^2};$$

$$\begin{aligned}(2) \quad (-3x^2y^{-1})^{-2} &= (-3)^{-2} \cdot (x^2)^{-2} \cdot (y^{-1})^{-2} \\ &= \frac{1}{(-3)^2} \cdot x^{2 \times (-2)} \cdot y^{(-1) \times (-2)} \\ &= \frac{1}{9} x^{-4} y^2 = \frac{y^2}{9x^4};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad 6x^{-1}y^{-3} \div 2xy^{-3} &= \frac{6}{2} x^{-1-1} y^{-3-(-3)} \\ &= 3x^{-2} y^0 = \frac{3}{x^2}.\end{aligned}$$

例 3 利用负整数指数, 将下列各式化成不含分母的式子:

$$(1) \frac{z^3}{xy^2}; \quad (2) \frac{1}{3a^2b}; \quad (3) \frac{x^3}{(-a)^2}.$$

$$\text{解: } (1) \frac{z^3}{xy^2} = z^3 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y^2} = x^{-1} y^{-2} z^3;$$

$$(2) \frac{1}{3a^2b} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b} = 3^{-1} a^{-2} b^{-1};$$

$$(3) \frac{x^3}{(-a)^2} = \frac{1}{(-a)^2} \cdot x^3 = (-a)^{-2} x^3 = a^{-2} x^3.$$

在初中, 我们曾利用 10 的正整数次幂来表示一些数. 例如 5 100 000 可以表示为 5.1×10^6 . 现在指数的概念从正整数推广到了整数, 我们就可以利用 10 的整数次幂来表示任何数了. 这种表示数的方法叫做**科学记数法**. 也就是说, 任何一个数都可以表示为 $\pm a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq a < 10$, n 是整数.

例 4 用科学计数法表示下列各数:

- (1) 0.000 4; (2) 0.3;
(3) -1.002; (4) -0.000 000 090 9.

解: (1) $0.000\ 4 = 4 \times 0.000\ 1 = 4 \times 10^{-4}$;

(2) $0.3 = 3 \times 0.1 = 3 \times 10^{-1}$;

(3) $-1.002 = -1.002 \times 10^0$;

(4) $-0.000\ 000\ 090\ 9 = -9.09 \times 0.000\ 000\ 01$
 $= -9.09 \times 10^{-8}$.

例 5 计算:

$$(1) \left(\frac{a^{-2}b}{-2a^3b^{-4}} \right)^{-2}; \quad (2) \frac{2a^{-4}b^{-3}}{(-4a^{-1}b)(3a^{-3}b^{-2})};$$

$$(3) \frac{(x^{-1}+y^{-1})(x^{-1}-y^{-1})}{x^{-2}y^{-2}}.$$

$$\begin{aligned} \text{解: (1)} \left(\frac{a^{-2}b}{-2a^3b^{-4}} \right)^{-2} &= [(-2)^{-1}a^{-5}b^5]^{-2} \\ &= (-2)^2 a^{10} b^{-10} = \frac{4a^{10}}{b^{10}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \frac{2a^{-4}b^{-3}}{(-4a^{-1}b)(3a^{-3}b^{-2})} &= \frac{2a^{-4}b^{-3}}{-12a^{-1+(-3)}b^{1+(-2)}} \\ &= \frac{2a^{-4}b^{-3}}{-12a^{-4}b^{-1}} \\ &= -\frac{1}{6}a^{-4-(-4)}b^{-3-(-1)} \\ &= -\frac{1}{6}a^0b^{-2} = -\frac{1}{6b^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \frac{(x^{-1}+y^{-1})(x^{-1}-y^{-1})}{x^{-2}y^{-2}} &= \frac{(x^{-1})^2 - (y^{-1})^2}{x^{-2}y^{-2}} \\ &= \frac{x^{-2} - y^{-2}}{x^{-2}y^{-2}} \\ &= \frac{x^{-2}}{x^{-2}y^{-2}} - \frac{y^{-2}}{x^{-2}y^{-2}} \\ &= \frac{1}{y^{-2}} - \frac{1}{x^{-2}} = y^2 - x^2. \end{aligned}$$

3. 根式

在初中我们已经学习过二次方根和三次方根的概念,现在我们把方根的概念加以推广.

若 $x^n = a (n > 1, n \text{ 为正整数})$, 则称 x 为 a 的 n 次方根.

求 a 的 n 次方根的运算, 叫做把 a 开 n 次方, 其中, a 叫做被开方数, n 叫做根指数.

由于 $(-2)^4 = 16, 2^4 = 16$, 所以我们把 (-2) 和 2 都叫做 16 的 4 次方根.

因此, 正数的偶次方根有两个, 它们互为相反数.

我们知道, 任何一个非零实数的偶次方都是正数, 所以负数没有偶次方根.

$\because (-2)^5 = -32, \therefore -2$ 是 -32 的 5 次方根;

又 $\because 2^5 = 32, \therefore 2$ 是 32 的 5 次方根.

因此, 正数的奇次方根只有一个, 仍是正数; 负数的奇次方根只有一个, 仍是负数.

我们知道, 零的任意(非零)次方仍是零. 所以, 零的 n 次方根仍是零.

正数 a 的正的 n 次方根叫做 a 的 n 次算术根, 记作 $\sqrt[n]{a}$; 零的 n 次算术根仍为零.

式子 $\sqrt[n]{a}$ 叫做根式, n 叫根指数, a 叫被开方数. 例如: $\sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{x}, 2c\sqrt{(a+b)}, \sqrt[3]{-15}$ 等都是根式, 其中 $2c$ 是根式 $\sqrt{(a+b)}$ 的系数.

由 n 次方根的定义, 对任意(使根式有意义的)实数 a 有如下结果:

$$(1) (\sqrt[n]{a})^n = a;$$

$$(2) \text{ 当 } n \text{ 为奇数时, } \sqrt[n]{a^n} = a;$$

(3) 当 n 为偶数时, $\sqrt[n]{a^n} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0); \\ -a & (a < 0). \end{cases}$

例如: $(\sqrt[5]{2})^6 = 2$; $(\sqrt[5]{-2})^5 = -2$; $\sqrt[5]{(-2)^5} = -2$;

$$\sqrt[5]{(-2)^6} = |-2| = 2; \sqrt[5]{2^6} = 2.$$

因为 $\sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{32}$ 、 $\sqrt[3]{-3} = -\sqrt[3]{3}$, 所以在求任何负数的奇次方根时, 可以把负号移到根号外面, 再求正数的算术根. 因此, 我们研究根式的性质时, 只要研究算术根的性质就可以了(在本书中如无特殊说明, 根号内出现的字母或含字母的解析式均表示非负数).

我们来看下面的例子:

$$(\sqrt[8]{x^6})^8 = x^6;$$

$$(\sqrt[4]{x^3})^8 = [(\sqrt[4]{x^3})^4]^2 = (x^3)^2 = x^6.$$

$\sqrt[8]{x^6}$ 与 $\sqrt[4]{x^3}$ 都是 x^6 的 8 次算术根, 而 x^6 的 8 次算术根只有一个, 所以:

$$\sqrt[8]{x^6} = \sqrt[4]{x^3}.$$

一般地, 可以得到:

$$\sqrt[n]{a^{mp}} = \sqrt[m]{a^p} \quad (a \geq 0, m, n, p \text{ 是正整数}, p, n > 1)$$

这就是说, 如果一个根式的被开方数是一个非负数的幂, 那么这个根式的根指数和被开方数的幂指数都乘以或者都除以同一个正整数, 根式的值不变. 这个性质叫做**根式的基本性质**.

对于根式的基本性质, 应当特别注意 $a \geq 0$ 这个条件, 否则就不一定具有这个性质. 例如: $\sqrt[5]{(-3)^2} = \sqrt[5]{9} = \sqrt[5]{9}$, 而 $\sqrt[5]{(-3)^2} \neq \sqrt[5]{(-3)}$.

4. 分数指数幂

由根式的基本性质可以知道：

$$\sqrt[3]{a^6} = a^2 = a^{\frac{6}{3}} \quad (a \geq 0);$$

$$\sqrt[2]{a^4} = a^2 = a^{\frac{4}{2}} \quad (a \geq 0).$$

由此可以看出，当根式的被开方数的指数能被根指数整除时，根式可以写成分数指数幂的形式。

为了使计算方便，当根式的被开方数的指数不能被根指数整除时，我们也把根式写成分数指数幂的形式。例如：

$$\sqrt[5]{a^3} = a^{\frac{3}{5}}, \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}, \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}.$$

我们规定：

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0, m, n \text{ 是正整数}, n > 1)$$

也就是说，正数的 $\frac{m}{n}$ 次幂（ m, n 为正整数，且 $n > 1$ ）等于这个正数的 m 次幂的 n 次算术根。

正数的负分数指数幂的意义与正数的负整数指数幂的意义相仿，即，

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \quad (a > 0, m, n \text{ 是正整数}, n > 1)$$

这就是说，正数的 $-\frac{m}{n}$ 次幂（ m, n 为正整数，且 $n > 1$ ）等于这个正数的 m 次幂的 n 次算术根的倒数。

应当注意：零的正分数次幂等于零；零的负分数次幂没有意义。

在本章中，如果没有特别说明，当指数是分数时，底数都表示正数。

规定了分数指数幂的意义后,指数从整数推广到了有理数范围,正整数指数幂的运算法则,对于有理数指数幂也同样适用.

例 6 求下列各式的值:

$$1\,000^{\frac{1}{3}}; \quad 32^{-\frac{3}{5}}; \quad \left(\frac{8}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}.$$

解: (1) $1\,000^{\frac{1}{3}} = (10^3)^{\frac{1}{3}} = 10;$

(2) $32^{-\frac{3}{5}} = (2^5)^{-\frac{3}{5}} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8};$

(3) $\left(\frac{8}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left[\left(\frac{2}{5}\right)^3\right]^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$
 $= \frac{2^{-2}}{5^{-2}} = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}.$

例 7 计算下列各题,并把结果化成不含负指数和分数指数幂的式子:

(1) $(-3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{6}})(6a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{2}{3}}) \div (-2a^{\frac{5}{6}}b^{-\frac{1}{6}});$

(2) $(a^6b^{-9})^{-\frac{2}{3}};$ (3) $\sqrt[4]{\left(\frac{16a^{-4}}{81b^4}\right)^3}.$

解: (1) $(-3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{6}})(6a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{2}{3}}) \div (-2a^{\frac{5}{6}}b^{-\frac{1}{6}})$

$$= \frac{-18}{-2} a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{5}{6}} b^{\frac{1}{6} + \frac{2}{3} - (-\frac{1}{6})}$$

$$= 9a^0b = 9b;$$

(2) $(a^6b^{-9})^{-\frac{2}{3}} = (a^6)^{-\frac{2}{3}} \cdot (b^{-9})^{-\frac{2}{3}}$

$$= a^{-4}b^6 = \frac{b^6}{a^4};$$

(3) $\sqrt[4]{\left(\frac{16a^{-4}}{81b^4}\right)^3} = \left(\frac{2^4a^{-4}}{3^4b^4}\right)^{\frac{3}{4}} = \frac{(2^4a^{-4})^{\frac{3}{4}}}{(3^4b^4)^{\frac{3}{4}}}$

$$= \frac{2^3 a^{-3}}{3^3 b^3} = \frac{8}{27 a^3 b^3}.$$

例 8 计算:

$$(1) (a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - b^{-\frac{1}{2}}); \quad (2) (a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})^2.$$

$$\begin{aligned} \text{解: } (1) (a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - b^{-\frac{1}{2}}) &= (a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{-\frac{1}{2}})^2 \\ &= a - b^{-1} = a - \frac{1}{b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})^2 &= (a^{\frac{1}{4}})^2 + 2a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}} + (b^{\frac{1}{4}})^2 \\ &= a^{\frac{1}{2}} + 2\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{b} + b^{\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{a} + 2\sqrt[4]{ab} + \sqrt{b}. \end{aligned}$$

例 9 利用分数指数计算:

$$(1) \sqrt[4]{xy^2 \cdot \sqrt[3]{xy^2}}; \quad (2) (2\sqrt[3]{m^2n})^2;$$

$$(3) \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x \cdot \sqrt[6]{x}}.$$

$$\begin{aligned} \text{解: } (1) \sqrt[4]{xy^2 \cdot \sqrt[3]{xy^2}} &= [xy^2(xy^2)^{\frac{1}{3}}]^{\frac{1}{4}} \\ &= (xy^2x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}} = (x^{1+\frac{1}{3}}y^{2+\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}} \\ &= x^{\frac{4}{3} \times \frac{1}{4}} y^{\frac{8}{3} \times \frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{2}{3}} \\ &= \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{xy^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (2\sqrt[3]{m^2n})^2 &= 2^2(m^2n)^{\frac{2}{3}} = 4(m^2)^{\frac{2}{3}}n^{\frac{2}{3}} \\ &= 4m^{\frac{4}{3}}n^{\frac{2}{3}} = 4m^{1+\frac{1}{3}}n^{\frac{2}{3}} \\ &= 4m \cdot \sqrt[3]{m} \cdot \sqrt[3]{n^2} = 4m\sqrt[3]{mn^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x \cdot \sqrt[6]{x}} &= \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}}}{x \cdot x^{\frac{1}{6}}} \\
 &= x^{\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) - \left(1 + \frac{1}{6}\right)} = x^0 = 1.
 \end{aligned}$$

例 10 计算:

$$0.1^{-2} + \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(-3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{2}-1)^0 - |-1^3|.$$

$$\begin{aligned}
 \text{解: } &0.1^{-2} + \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(-3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}} \\
 &\quad - (\sqrt{2}-1)^0 - |-1^3| \\
 &= (10^{-1})^{-2} + \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 - 1 \\
 &= 10^2 + \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - \left[\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^{\frac{1}{3}} - 2 \\
 &= 100 + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 2 \\
 &= 98.
 \end{aligned}$$

说明:利用分数指数幂进行根式的乘、除、乘方、开方运算一般比较简单.

习 题 (一)

1. (口答)说出下列各式的结果:

$$(1) 5^{-2}, \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}, 1^{-10}, (-1)^{-3}, (-1)^{-4}, 10^{-4},$$

$$(2) a^{-3}, (a-b)^{-1}, (a+b)^0, a^{-1} + b^{-1},$$

$$(3) 5^{-5} \cdot 5^3, 7^{-7} \div 7^{-9}, x^{-3} \div x^3, (a^{-3})^0, (a^{-3})^{-2}.$$

2. 计算:

$$(1) (-3)^2 - (-3)^0; \quad (2) 3^{-2} + (-3)^{-3};$$

$$(3) (-2)^3 + (-2)^{-3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3};$$

$$(4) \left(\frac{7^{-5} \cdot 7^2}{7^{-3}}\right)^{-2}.$$

3. 计算:

$$(1) (x^4 y^{-3})(2x^{-2} y^2); \quad (2) 3(2a^2 x^{-1})^{-2};$$

$$(3) (a+a^{-1})(a-a^{-1}); \quad (4) \frac{a^{-1} \cdot b^{-1}}{a^{-1} + b^{-1}};$$

$$(5) 5a^{-2}b^{-3} \div 5^{-1}a^2b^{-3} \times 5^{-2}ab^4c.$$

4. 计算:

$$(1) \left(\frac{25}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}; \quad (2) (81)^{\frac{3}{4}};$$

$$(3) \left(1\frac{7}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}; \quad (4) 10\,000^{-\frac{1}{4}}.$$

5. 化简:

$$(1) x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{5}{6}}; \quad (2) a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}} \div a^{-\frac{1}{2}};$$

$$(3) (a^{-\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}c^{-1})^{-3}; \quad (4) 4a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{3}} \div \left(-\frac{2}{3}a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}\right);$$

$$(5) \left(\frac{9a^{-4}}{16b^6}\right)^{-\frac{2}{3}}; \quad (6) 4x^{\frac{1}{4}}(-3x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{3}}) \div (-6x^{-\frac{1}{2}}y^{-\frac{2}{3}});$$

$$(7) (3x^{-\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{3}})(-2x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{2}{3}})(-3x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{2}{3}}).$$

6. 计算:

$$(1) 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt[4]{2} \times \sqrt[8]{2}; \quad (2) 2\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2};$$

$$(3) \sqrt[4]{49x^2y^2}; \quad (4) \sqrt{\frac{3y}{x}} \cdot \sqrt{\frac{3x^2}{y}};$$

$$(5) (\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y^2})^{-3} \div \sqrt{x^{-1}y^{-4}};$$

$$(6) \frac{a \times \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \times \sqrt[10]{a^7}};$$