系统辨识与参数估计

王贞祥　高立群　李　玮　崔立彦　编著

东北大学出版社

系统辨识与参数估计

王贞祥　高立群
李　玮　崔立彦　编著

东北大学出版社

（辽）新登字第8号

内容提要

本书是作者根据近十年来给研究生与本科生教学讲稿改编而成的，是一本“系统辨识”入门书，书中主要介绍了一些静态模型与动态模型辨识中常用的方法，也介绍了作者在避免数据饱和现象时所采用的改进方法，最后简单介绍了辨识设计中的某些实际问题与闭环系统辨识时的特殊问题。

本书可作为大学本科高年级学生与研究生的教材与教学参考书，也可作为具有高等数学与数理统计初步知识的工程技术人员的参考书或入门书。

系统辨识与参数估计

王贞祥　高立群
李　玮　崔立彦　编著

东北大学印刷厂印刷　　东北大学出版社出版发行
（沈阳市·南湖）

开本：787×1092 1/32　印张：6.375　字数：143千字
1993年11月第1版　1993年11月第1次印刷
印数：1—1000

责任编辑：何永连　版式设计：秦力
封面设计：唐敏智

ISBN 7—81006—689—7/TP·35　定价：6.80元

目　录

绪　论

20 世纪 60 年代，自动控制学科主要应用于生产过程、武器控制等领域。这些系统包括从最简单的继电控制系统到利用伺服机械的复杂的多回路控制系统。

与此同时，自动控制理论的发展相当迅速，其应用领域迅速开拓。在系统的描述方法上已从古典的频率域描述方法发展到现代的状态空间描述方法。经典的控制概念已被现代控制理论所超越。现在自动控制学科已深入到各种领域，例如经济学、医学(生理学)、生态学、航天技术等。

模拟机、数字计算机的出现及其发展与完善则为现代控制理论的研究与应用奠定了物质基础。

现代控制理论以掌握被控对象的模型(包括数学模型)为前提。如果被控对象没有足够的数学模型作为前提，则要综合控制就不可能，更谈不上最优控制或次最优控制。因此，如何去获得这些模型就成为自动控制中的关键问题之一。可惜在这一领域中的研究成果远没有达到现代控制理论所达到的高度。因为如何去确定被控对象的数学模型还存在着各种困难，例如被控对象的某些先验知识很难准确掌握，实际过程中的某些干涉信息也很难掌握与了解，这就造成现代控制理论还不能在许多领域中获得实际应用的局面。因此，建模(也就是运用系统辨识及系统参数估计的方法去建立数学模型)的问题已被越来越多的人所关注和重视。

1960 年在莫斯科召开的国际自动控制联合会的学术会议上，涉及系统辨识和参数估计方面的文章还很少。然而在此以后

形势发生了根本性的变化，人们对这门学科给予了很大的重视。有关的论文与讨论会也日益增多。

现在，系统辨识理论已发展成为现代系统理论的一个重要分支。

一般说来，系统辨识理论也与控制理论相类似，对于单变量线性定常系统的辨识理论和方法目前已趋于成熟，但对于多变量、大系统时变系统、非线性系统的建模，目前还处于探索阶段，其某些结果还不能令人满意，有待于进一步去探索与研究。

对于非线性系统的辨识方面，其中有一类相当广泛的非线性过程，可采用多阶脉冲响应表示的 Volterra 函数级数给出。当然本讲义只能介绍一些目前比较成熟的线性系统的建模方法。

一、模型分类

通常有两类模型：物理模型与数学模型。

1. 物理模型

物理模型是根据模型简化规则对原系统制造一种缩小了的复制品。人们认为：物理模型可以是一个具体对象、线路或其它的某一装置，该装置的性能应根据所要求的精度等同于原系统，或至少和原系统比较相像的某种事物。例如，大型水电站的设计方案实施前，先要在实验室建立一个相似的模拟系统，经过实测与考验，然后根据实测数据中所发现的问题，再修改设计方案，只有经过几次反复（当然也可能一次成功）修改后的方案才能投放施工。

2. 数学模型

数学模型是用数学结构（例如简单的代数方程、微分方程

组、差分方程等数学工具)来反映要建模系统的各物理量之间的关系。例如,由质量,阻尼器和弹簧组成的力学系统,根据牛顿定律就可写出输入与输出变量间的关系,它就是简单的二阶微分方程。

根据描述系统所用的数学工具,又可把数学模型分为:静态模型与动态模型。静态模型由代数方程来描述系统;动态模型由微分方程、差分方程、偏微分方程等来描述系统。

根据描述系统的方法又可分为参数模型与非参数模型,前面所提到的描述系统方法都称为参数模型。而非参数模型则是直接或非直接地从物理系统的试验分析中得到的响应,例如系统的脉冲响应就是非参数模型。

模型还可分随机性模型与确定性模型,在系统辨识中总是处理随机性模型的辨识问题。

二、如何建立模型

可以按照不同的三种方式提出数学模型,建模过程如图 0-1-1 所示。

1. 理论分析法

如图 0-1-1 左边框图所示。这种方法的特点是根据一系列物理化学机理去建立模型。

首先系统设计人员要根据模型的用途,系统的结构及对精度的要求作出某些必要的简化与假设。当然,这种简化必须抓住系统的主要矛盾或主要因果关系,简化后的系统应能反映实际系统。

接着根据其对应的物理机理(如能量守恒定律、动量守恒定

律等),化学反应机理,写出运动方程,得出模型,然后求解,这时模型的结构及参数可直接推导出来。

有时所得出的模型仍然过于复杂,则再次根据“工程问题”的要求作出第二次简化与假设,再把得到的模型在实际应用中加以检验,合理就采用,不合理则要重新分析,重新作出简化与假设,直至满意为止。

2. 实验分析法

如图 0-1-1 右边框图所示。

对于某些系统其机理模型过于复杂,或其机理至今还没搞清,例如生物系统中人的身高与各种因素之间的关系,经济增长率与各种税收的关系等问题至今还没有一个确定性的定理加以定量描述。因此只能根据经验,归纳出某些关系来。

对于这类系统,首先要有某些先验知识或某些假设,然后通过实验,测取输入输出数据,经过辨识,得出模型,再在实践中加以检验。

3. 综合分析法

如图 0-1-虚线所示。

有些系统需要综合上述两种方法中的优点,互为补充。例如有关系统的结构,阶数,可采用理论分析加以确定,参数则可以采用实验方法加以估计。

应当指出,系统辨识的理论,到目前为止还没有形成一门完整的统一的体系。还有待于今后的发展与完善。

本讲义在编写过程中得到控制理论教研室的支持,在此表示感谢。

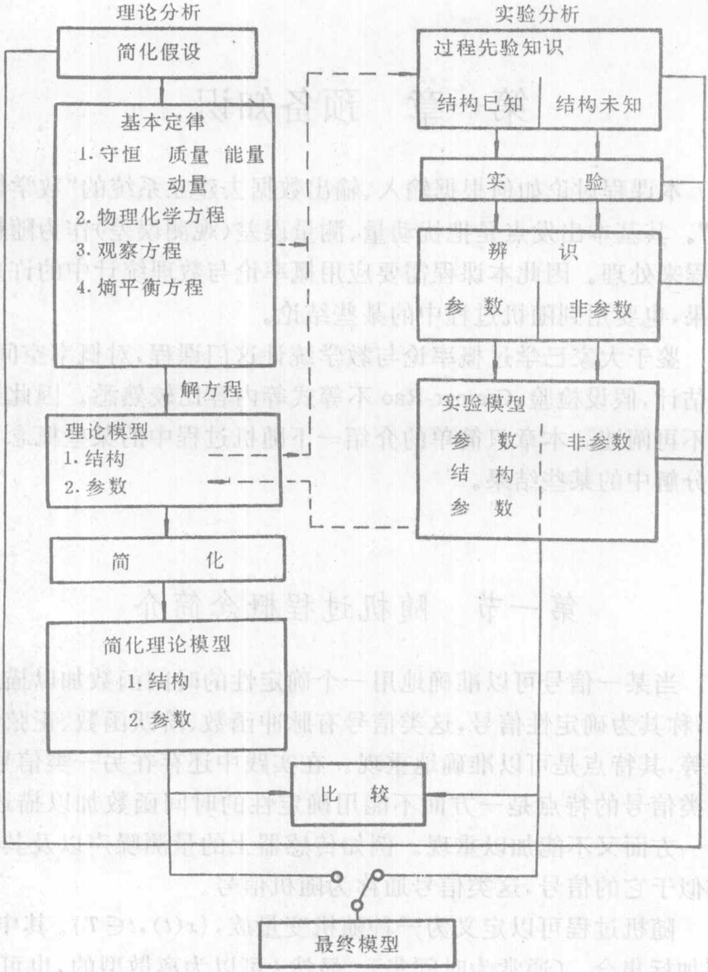
理论分析
实验分析
简化假设
过程先验知识
结构已知
结构未知
基本定律
1. 守恒 质量 能量 动量
2. 物理化学方程
3. 观察方程
4. 熵平衡方程
实 验
辨 识
参 数
非参数
解方程
实验模型
参 数
非参数
结 构
参 数
理论模型
1. 结构
2. 参数
简 化
简化理论模型
1. 结构
2. 参数
比 较
最终模型

图 0-1-1

第一章 预备知识

本课程讨论如何根据输入、输出数据去建立系统的“数学模型”。其基本出发点是把扰动量、测量误差(观测误差)作为随机过程来处理。因此本课程需要应用概率论与数理统计中的许多结果,也要用到随机过程中的某些结论。

鉴于大家已学过概率论与教学统计这门课程,对概率空间、点估计,假设检验,Cramer-Rao 不等式等内容比较熟悉。因此这里不再阐述。本章只简单的介绍一下随机过程中的某些概念与谱分解中的某些结果。

第一节 随机过程概念简介

当某一信号可以准确地用一个确定性的时间函数加以描述时,称其为确定性信号,这类信号有脉冲函数、阶跃函数、正弦信号等,其特点是可以准确地重现。在实践中还存在另一类信号。这类信号的特点是一方面不能用确定性的时间函数加以描述。另一方面又不能加以重现。例如传感器上的量测噪声以及其它类似于它的信号,这类信号通称为随机信号。

随机过程可以定义为一种随机变量族,$\{x(t),t\in T\}$。其中 T 叫加标集合。〔通常为时间集〕。显然 t 可以为离散型的,也可以为连续型,即 $t\in\{\cdots-1,0,+1,\cdots\}$,或 $0\leqslant t\leqslant T$。

在概率论中随机变量 x 定义为它是采样空间 Ω 中的元素 ω $(\in\Omega)$ 在实数轴上的影射。即 $x(\omega)$。因此随机变量 x 是 ω 的函数。而随机过程 $\{x(\tau),t\in T\}$ 中的 x 则是两个自变量的函数。即：$\{x(t,\omega),t\in T,\omega\in\Omega\}$，$\Omega$ 为样本空间，对于固定的 $t(\in T)$，则 $x(t,\cdot)$ 就是概率论中所讲的随机变量，对于固定的 ω，则 $x(\cdot,\omega)$ 就是时间函数，称其为过程的一个样本函数，或一个实现，或一个轨迹。根据随机过程 $\{x(t,\omega),t\in T,\omega\in\Omega\}$ 的统计性质，可以把随机过程分为不同类型。

一、平稳随机过程

设 $\{x(t),t\in T\}$ 是一个随机过程，假设对任意 K 个时刻，$t_i\in T$，$i=1,2,\cdots K$，能够确定一个 K 维随机变量 $\{x(t_1),x(t_2),\cdots,x(t_k)\}$，其分布函数为

$$F(\xi_1,\xi_2,\cdots\xi_K;t_1,t_2,\cdots t_K)$$
$$=P\{x(t_1)\leqslant\xi_1,x(t_2)\leqslant\xi_2,\cdots x(t_K)\leqslant\xi_K\} \qquad (1\text{-}1\text{-}1)$$

如果

$$f(\xi_1,\xi_2,\cdots\xi_K;t_1,t_2,\cdots t_K)$$
$$=F(\xi_1,\xi_2,\cdots\xi_K;t_1+\tau,t_2+\tau,\cdots t_k+\tau)$$

则 $\{x(t),t\in T\}$ 称为严平稳随机过程，其中

$$t_i\in T$$
$$t_i+\tau\in T\quad i=1,2,\cdots K$$

对于严平稳随机过程其一阶矩和二阶中心矩具有下列性质，即

$$Ex(t)=E(x(t+\tau))=m_x \qquad (1\text{-}1\text{-}3)$$
$$Ex(t)=Dx(t+\tau)$$

$$= R(\tau) \tag{1-1-4}$$

其它任何高阶矩也应具有类似的性质。由此可见，检查一个随机过程是否是严平衡随机过程是相当困难的。因为通常事先并不知道 $x(t)$ 的分布函数或分布密度。

通常只检验一阶矩与二阶矩。因此凡满足式(1-1-3)，(1-1-4)的随机过程又称为宽平稳过程。

宽平稳过程具有下面三条性质：

① $E\{x(t)\ x(t)^T\}$ 为有限矩阵，其中 $x(t)$ 为随机向量。

② $E\{x(t)\} = m_x$ 为常数向量。

③ $E\{[x(t) - m_x][x(t+\tau) - m_x]^T\} = R(\tau)$ 为一矩阵，它只依赖于 τ 值，其中 $t, \tau \in T$。

二、白噪声、布朗运动

布朗运动是随机过程中的一个基本模式(又称 Wiener 过程)。

1. 布朗运动的数学描述方法。

令 $t_0 < t_1 < t_2 \cdots < t_N$。其中 $t_i \in T, i = 0, 1, \cdots, N$。则随机过程 $\{x(t,\omega), t \in T, \omega \in \Omega\}$ 可以构成 N 个随机变量：

$$\delta_1(\cdot) = x(t_1, \cdot) - x(t_0, \cdot)$$

$$\delta_2(\cdot) = x(t_2, \cdot) - x(t_1, \cdot)$$

$$\vdots$$

$$\sigma_N(\cdot) = x(t_N, \cdot) - x(t_{N-1}, \cdot)$$

如果所构成的随机变量 $\delta_1(\cdot)$ 彼此独立，则称 $\{x(t,\omega), t \in T, \omega \in \Omega\}$ 为独立增量过程。

用 $\beta(\cdot, \cdot)$ 表示扩散系数为常数的布朗运动。根据观察得

知，对于布朗运动可用下面关系来描述。

① 首先它是一个独立增量过程；

② 对任意 $t_1, t_2 \in T, t_2 > t_1$。其增量的一阶矩，二阶矩为

$$E\{\beta(t_2) - \beta(t_1)\} = 0$$

$$E\{[\beta(t_2) - \beta(t_1)]^2\} = q(t_2 - t_1)$$

其中 q 称为扩散系统；

③ $\beta(t_0, \omega_i) = 0 \qquad \omega_i \in \Omega$。

其图形如图 1-1-1 所示

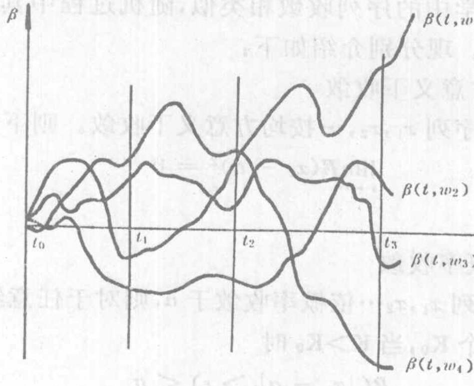

图 1-1-1

上面三条物理意义说明如下：

① 当花粉滴入水中时，定义该点为座标原点，即 $\beta(t_0, \omega_i) = 0$，$\omega_i \in \Omega$，Ω 为花粉分子量集合（即第 3 条）。

② 根据观察，花粉在水中的扩散速度为 q。

③ 它是对称的等可能性的向四周扩散。

由此得出：

$$E[\beta(t_i)] = m_\beta(t_i) = 0$$

$$E\{\beta^2(t_i)\}=q(t_i-t_0)$$

假设 $t_j>t_i$ 则

$$\beta(t_j)=\beta(t_i)+[\beta(t_j)-\beta(t_i)]$$

所以

$$\begin{aligned}E[\beta(t_i)\beta(t_j)]&=E[\beta^2(t_i)]+E\{\beta(t_2)[\beta(t_j)-\beta(t_i)]\}\\&=q(t_i-t_0)\\&=q[\min(t_i,t_j)-t_0]\end{aligned}$$

2. 随机过程收敛概念介绍

与高等数学中的序列收敛相类似，随机过程中其序列也可以存在收敛性。现分别介绍如下：

(1) 均方意义下收敛

所谓随机序列 $x_1,x_2,\cdots$ 按均方意义下收敛。则下式成立

$$\lim_{k\to\infty}E(x_k-a)^2=0$$

用 $x_k\xrightarrow{q.m}a$ 表示。

(2) 依概率收敛

设随机序列 $x_1,x_2\cdots$ 依概率收敛于 α，则对于任意给定的 $\varepsilon,\sigma>0$ 总存在一个 K_0，当 $K>K_0$ 时

$$P(|x_k-a|>\varepsilon)<\sigma$$

此式表明，当随机序列 x_k 中 $K>K_0$ 时，它偏离 α 的距离大于 ε 这件事的概率小于 σ，称 x_k 随机序列依概率收敛于 α。用 $x_k\xrightarrow{\text{Prob}}\alpha$ 表示。

(3) 依概率 1 收敛

设随机序列 $x_1,x_2\cdots$ 依概率 1 收敛于 α，则对于任意给定的 ε，下式成立。

$$P(\lim|x_k-a|)<\varepsilon=1$$

用 $x_k \xrightarrow{a.s} \alpha$ 表示

上述三种收敛概念中，依“概率收敛”为最弱，因为

$$x_k \xrightarrow{q.m} \alpha \Rightarrow x_k \xrightarrow{\text{prob}} \alpha$$

$$x_k \xrightarrow{a.s} \alpha \Rightarrow x_k \xrightarrow{\text{prob}} \alpha$$

但第①种与第③种之间不存在关系。

3. 布朗运动的某些性质

(1) 布朗运动在均方意义下是不可微的

如果过程$\{x(t,\omega),t\in T,\omega\in\Omega\}$在均方意义下可微，则极限

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{x(t+\Delta t,\cdot)-x(t,\cdot)}{\Delta t}$$

就定义为 $\dot{x}(t)$

现在检验布朗运动的表达式。因为

$$E\left\{\frac{\beta(t+\Delta t,\cdot)-\beta(t,\cdot)}{\Delta t}\right\}=0$$

而 $E\left\{\left[\frac{\beta(t+\Delta t,\cdot)-\beta(t,\cdot)}{\Delta t}\right]^2\right\}=\frac{q\Delta t}{\Delta t^2}=\frac{q}{\Delta t}$ 因此当 $\Delta t\to 0$ 时均方值趋于无穷大。由此可见在均方意义下布朗运动不可微。

(2) 白噪声

为了对连续时间意义下对白噪声有所了解，假设布朗运动 $\beta(t,\cdot)$是由另一个假想的过程 $W(\cdot,\cdot)$经过积分而得，即

$$\beta(t,\cdot)=\int_{t0}^{t}W(\tau,\cdot)d\tau \qquad t,\tau\in T$$

显然这种假设其均方意义下是不收敛的，因为

$$W(t,\cdot)=\mathrm{d}\beta(t,\cdot)/dt$$

现在就以此假设出发，研究 $W(t,\omega)$是一个什么过程。它具有什么性质。

根据假设可知