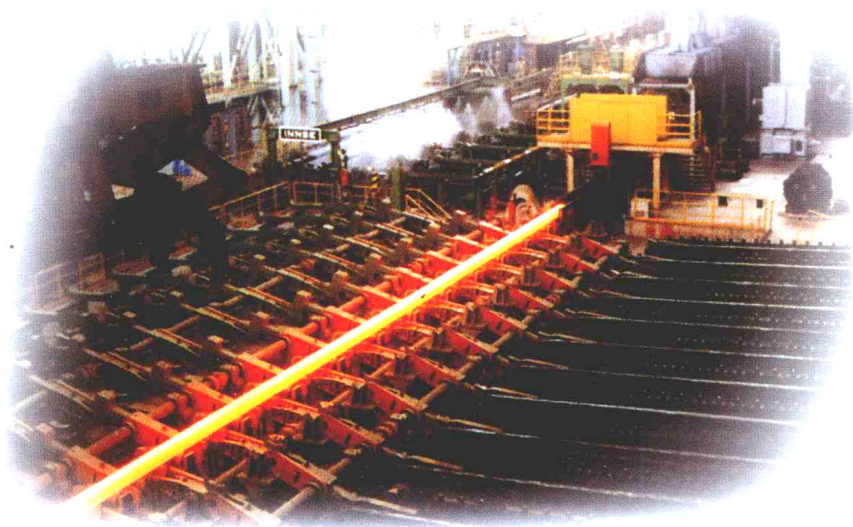


高等学校规划教材
GAODENG XUEXIAO GUIHUA JIAOCAI

金属塑性成形理论

徐春 张驰 阳辉 编



冶金工业出版社

<http://www.cnmp.com.cn>

高等学校规划教材

金属塑性成形理论

徐春 张驰 阳辉 编

北 京
冶 金 工 业 出 版 社
2009

内 容 提 要

本书系统地阐述了金属塑性变形的力学方程、物理本质和基本规律。全书共分 12 章, 主要内容包括: 应力理论、变形几何理论、屈服条件、塑性本构关系、金属塑性加工中的摩擦与润滑、主应力法、滑移线理论与应用、功及上限法求解、金属的塑性、金属塑性变形的物理本质、金属塑性变形对组织性能的影响、金属在加工变形中的断裂。另外, 各章后均附有思考题和习题。

本书可作为机械类、材料类和力学类专业本科生教学参考用书, 也可供研究生和有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

金属塑性成形理论/徐春, 张驰, 阳辉编. —北京: 冶金工业出版社, 2009. 2

高等学校规划教材

ISBN 978-7-5024-4627-7

I. 金… II. ①徐… ②张… ③阳… III. 金属压力加工—塑性变形—高等学校—教材 IV. TG3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009) 第 012357 号

出 版 人 曹胜利

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号, 邮编 100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 postmaster@cnmip.com.cn

责任编辑 李枝梅 美术编辑 李 心 版式设计 张 青

责任校对 石 静 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024-4627-7

北京百善印刷厂印刷; 冶金工业出版社发行; 各地新华书店经销

2009 年 2 月第 1 版, 2009 年 2 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16; 14.25 印张; 377 千字; 214 页; 1-3000 册

28.00 元

冶金工业出版社发行部 电话: (010)64044283 传真: (010)64027893

冶金书店 地址: 北京东四西大街 46 号(100711) 电话: (010)65289081

(本书如有印装质量问题, 本社发行部负责退换)

前 言

金属塑性成形理论是我国高校材料成形与控制、机械工程及自动化专业的技术基础课程。根据工程应用型技术人才“基础扎实、知识面宽、应用能力强、素质高、有较强的创新精神”的培养目标,本教材在编写过程中结合多年教学实践,并参考近年来国内外出版的塑性力学、金属塑性变形理论专著和文献,在充分吸收现有各教材精华的基础上,尽量体现“宽口径、厚基础、高素质”的人才培养要求。

本教材系统地阐述了金属塑性变形的力学方程、物理本质和基本规律。全书共分12章,其中,第1章到第4章主要论述了金属塑性变形的力学基础理论,包括应力状态、应变状态、屈服准则、本构关系等,将应力、应变、屈服准则之间的内在关系联系在一起;第5章着重介绍了金属在塑性成形过程中产生的摩擦及影响摩擦系数的主要因素等基本问题;第6章介绍了主应力法求解几种常见塑性成形的方法;第7章介绍了滑移线场基础理论以及应用滑移线理论求解金属塑性成形问题的方法;第8章介绍了上限法理论和应用上限法理论求解塑性成形问题的方法;第9章到第12章主要论述了金属的塑性及超塑性、加工硬化、金属塑性变形的本质及塑性变形对金属组织和性能的影响,讨论了塑性成形时金属变形与流动的有关问题,包括最小阻力定律、变形不均匀性及影响因素、附加应力、残余应力、金属的断裂等。

考虑到高校专业基础课学时限制,为便于学生课后自学需要,增加了大量求解金属塑性变形问题的实例,特别是塑性成形问题工程解法的例题。

本书第1、6、7、8、9、10和11章由上海应用技术学院徐春编写,第4、5、12章由重庆工学院张驰编写,第2、3章由重庆科技学院阳辉编写,全书由徐春任主编。另外,本教材的编写还得到“上海市高等学校——《材料加工》

本科教育高地建设”和“上海市教育委员会重点学科建设项目（项目编号：J51501）”的联合资助，在此表示衷心的感谢。

本书可作为机械类、材料类和力学类专业本科生教学参考用书，也可供研究生和相关工程技术人员参考。

由于编者水平有限，若有不妥之处，恳请广大读者指正。

编 者

2008 年 10 月

目 录

0 绪论	1
0.1 金属的塑性成形及其特点	1
0.2 金属塑性成形的分类	1
0.2.1 按加工时工件的受力和变形方式分类	1
0.2.2 根据加工时工件的温度特征分类	4
0.3 本课程的目的及任务	4
1 应力理论	5
1.1 外力与应力	5
1.2 物体内部应力状态	6
1.3 任意斜面上的应力确定	8
1.4 主应力、应力张量不变量和应力椭球面	9
1.4.1 主应力	9
1.4.2 应力张量不变量	10
1.4.3 应力椭球面	11
1.4.4 主应力图	12
1.5 主剪应力和最大剪应力	13
1.6 应力偏张量和球应力张量	14
1.7 八面体应力和等效应力	16
1.8 应力平衡方程	17
1.9 平面状态与轴对称状态	18
1.9.1 平面状态	18
1.9.2 轴对称状态	20
1.10 应力莫尔圆	21
1.10.1 应力莫尔圆符号规定	21
1.10.2 平面应力状态的莫尔圆	21
1.10.3 平面应变状态下的应力莫尔圆	22
1.10.4 三向应力莫尔圆	23
1.11 应力理论实例	24
思考题及习题	25
2 变形几何理论	28
2.1 位移	28

2.2	应变分量	28
2.3	应变分量与位移分量关系	30
2.4	应变分析	32
2.5	主应变、应变不变量、体积应变	33
2.6	应变张量、球应变张量与偏差应变张量	34
2.7	八面体应变和等效应变	35
2.8	变形连续条件	35
2.9	变形几何理论实例	36
	思考题及习题	38
3	屈服条件	39
3.1	屈服准则的概念	39
3.1.1	有关材料性质的一些基本概念	39
3.1.2	屈服准则	40
3.2	屈雷斯加屈服准则	40
3.3	米塞斯屈服准则	41
3.4	屈服准则几何表达	42
3.5	硬化材料的屈服准则简介	44
3.6	屈服条件实例	45
	思考题及习题	45
4	塑性本构关系	47
4.1	弹性本构关系	47
4.2	塑性变形时应力应变的关系特点	50
4.2.1	加载路径与加载历史	50
4.2.2	加载与卸载准则	51
4.3	增量理论	51
4.3.1	列维-米塞斯 (Levy-Mises) 增量理论	52
4.3.2	应力应变速率关系方程 (Saint-Venant 塑性流动理论)	54
4.3.3	普朗特-路埃斯 (Prandtl-Reuss) 增量理论	54
4.4	塑性变形的全量理论 (形变理论)	55
4.5	真实应力-应变曲线	57
4.5.1	基于拉伸试验确定的应力-应变曲线	57
4.5.2	基于单向压缩试验确定的应力-应变曲线	60
4.5.3	基于平面应变压缩确定的应力-应变曲线	61
4.5.4	基于双向等拉实验确定的应力-应变曲线	62
4.5.5	真实应力-应变曲线与数学模型	63
4.6	塑性本构关系实例	64
	思考题及习题	65

5 金属塑性加工中的摩擦与润滑	66
5.1 金属塑性加工中摩擦的特点与作用	66
5.1.1 塑性成形时摩擦的特点	66
5.1.2 外摩擦在压力加工中的作用	66
5.2 金属塑性加工中的摩擦与润滑理论	67
5.2.1 摩擦的分类	67
5.2.2 塑性加工时接触表面摩擦力的计算	68
5.3 影响摩擦的主要因素	69
5.3.1 金属的种类和化学成分	69
5.3.2 工具材料及其表面状态	69
5.3.3 接触面上的单位压力	69
5.3.4 变形温度	69
5.3.5 变形速度	70
5.3.6 润滑剂	70
5.4 摩擦系数测定	70
5.4.1 夹钳轧制法	71
5.4.2 楔形件压缩法	72
5.4.3 圆环墩粗法	73
思考题及习题	75
6 主应力法	76
6.1 概述	76
6.1.1 主应力法解题的基本原理	76
6.1.2 平面应变问题基本方程的简化	77
6.1.3 轴对称问题基本方程的简化	78
6.2 直角坐标平面应变问题解析	79
6.2.1 低摩擦条件下墩粗矩形件时, 接触面上单位压力分布	79
6.2.2 高摩擦条件下墩粗矩形件时, 接触面上单位压力分布	80
6.2.3 混合摩擦条件下的压缩	81
6.3 圆柱坐标平面应变问题解析	83
6.3.1 圆盘压缩时的压力分布及变形力	83
6.3.2 无硬化的圆棒拉拔时的应力	85
6.3.3 杯形件不变薄拉深时的应力	86
6.3.4 半圆形砧拔长时的应力	86
思考题及习题	88
7 滑移线理论及应用	90
7.1 滑移线场的基本概念	90

7.1.1	平面变形应力特点	90
7.1.2	滑移线概念与滑移线微分方程	91
7.1.3	α 与 β 滑移线命名和 ω 线的规定	92
7.2	汉盖 (Hencky) 应力方程——滑移线沿线力学方程	93
7.3	滑移线的几何性质	94
7.3.1	汉盖第一定理	94
7.3.2	汉盖第二定理	95
7.4	应力边界条件和滑移线场的建立	96
7.4.1	塑性区的应力边界条件	96
7.4.2	几种滑移线场	98
7.5	滑移线场的速度场理论	101
7.5.1	盖林格尔 (H. Geiringer) 速度方程	101
7.5.2	速度间断	102
7.5.3	速度矢端图 (速端图)	102
7.6	滑移线场应用求解实例	104
7.7	滑移线场绘制的数值计算方法	109
7.7.1	特征线问题	109
7.7.2	特征值问题	111
7.7.3	混合问题	112
7.7.4	数值计算方法实例	112
	思考题及习题	116
8	功及上限法求解	118
8.1	功平衡法	118
8.2	极值原理及上限法	120
8.2.1	虚功原理	121
8.2.2	最大散逸功原理	121
8.2.3	上限定理	122
8.3	Johnson 上限模式及应用	123
8.3.1	Johnson 上限模式	123
8.3.2	速度间断面及其速度特性	125
8.3.3	速端图及速度间断量的计算	125
8.3.4	速端图的简单记号	126
8.3.5	Johnson 上限模式求解应用	127
8.4	Avitzur 连续速度场上限模式及应用	133
8.4.1	平锤压缩板坯	134
8.4.2	宽板平辊轧制	136
	思考题及习题	140

9 金属的塑性	142
9.1 金属塑性的基本概念及测定方法	142
9.1.1 金属塑性的基本概念	142
9.1.2 金属塑性的测定方法	142
9.1.3 塑性图	145
9.2 影响塑性的主要因素及提高塑性的途径	146
9.2.1 影响塑性的内部因素	146
9.2.2 影响金属塑性的外部因素	149
9.2.3 提高金属塑性的主要途径	154
9.3 金属的超塑性	154
9.3.1 超塑性的种类	155
9.3.2 细晶超塑性的特征	156
9.3.3 细晶超塑性变形的机制	157
9.3.4 影响超塑性的主要因素	158
9.3.5 超塑性的应用	159
思考题及习题	160
10 金属塑性变形的物理本质	162
10.1 单晶体的塑性变形	162
10.1.1 滑移	162
10.1.2 孪生	166
10.1.3 扭折带和形变带	168
10.2 多晶体塑性变形	169
10.2.1 多晶体的塑性变形机制	169
10.2.2 多晶体塑性变形的特点	170
10.2.3 多晶体的屈服与形变时效	172
10.3 金属在塑性变形中的硬化	174
10.3.1 单晶体的加工硬化	174
10.3.2 多晶体金属的硬化	176
10.3.3 影响加工硬化的因素	176
10.4 金属塑性变形的不均匀性与残余应力	178
10.4.1 金属塑性变形的不均匀性	178
10.4.2 基本应力与附加应力	178
10.4.3 残余应力	179
思考题及习题	179
11 金属塑性变形对组织性能的影响	180
11.1 冷变形中组织性能变化	180

11.1.1 冷变形中组织变化	180
11.1.2 性能的变化	182
11.2 冷变形金属在加热时的组织性能变化	183
11.2.1 回复与再结晶概念	183
11.2.2 回复	184
11.2.3 再结晶	185
11.2.4 晶粒长大	188
11.3 金属在热变形过程中的回复及再结晶	189
11.3.1 动态回复和动态再结晶	189
11.3.2 热加工中断后的静态回复和再结晶	196
11.4 热变形过程中金属组织性能的变化	197
11.4.1 热加工变形中金属组织性能的变化	197
11.4.2 热加工过程的实验分析	198
11.5 温加工变形中组织性能的变化	202
思考题及习题	203
12 金属在加工变形中的断裂	204
12.1 断裂的物理本质	204
12.1.1 断裂的基本类型	204
12.1.2 断裂过程与物理本质	205
12.1.3 金属断裂的基本过程	205
12.2 影响断裂类型的因素	207
12.3 塑性加工中金属的断裂	207
12.3.1 镦粗饼材时侧面纵裂	207
12.3.2 锻压延伸（或拔长）时的内部纵裂	209
12.3.3 锻压延伸及轧制时产生的内部横裂	211
12.3.4 锻压延伸及轧制时产生的角裂	211
12.3.5 锻压延伸及轧制时产生的端裂（劈头）	212
12.3.6 轧板时的边裂和薄件的中部开裂	212
12.3.7 挤压和拉拔时产生的主要断裂	212
思考题及习题	213
参考文献	214

0 绪 论

0.1 金属的塑性成形及其特点

金属材料在外力作用下发生塑性变形而不破坏其完整性的能力称为塑性。金属材料在一定的外力作用下，利用其塑性而使其成形并获得一定力学性能的加工方法称为塑性成形，也称塑性加工或压力加工。

金属塑性成形与金属切削加工、铸造、焊接相比有如下特点：

- (1) 组织、性能得到改善和提高；
- (2) 无铁屑，材料利用率高，可以节约大量金属材料；
- (3) 尺寸精度高；
- (4) 生产效率高，适于大批量的生产。

0.2 金属塑性成形的分类

金属塑性成形的种类很多，分类方法也较多。通常按加工时工件的受力、变形方式和加工温度分类。

0.2.1 按加工时工件的受力和变形方式分类

0.2.1.1 压力作用

锻造是用锻锤运动锤击或用压力机压头压缩工件。锻造分自由锻和模锻两种基本形式，其中自由锻又有镦粗、延伸以及切断等工艺。锻造工艺可生产各种轴类、曲柄和连杆，如图 0-1 所示。

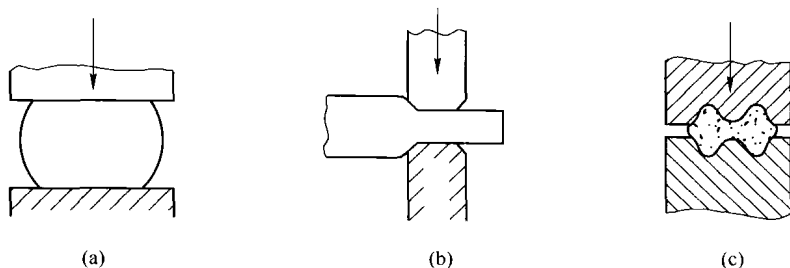


图 0-1 锻造工艺示意图
(a) 镦粗；(b) 延伸；(c) 模锻

轧制是坯料通过转动的轧辊受到压缩，使其断面减小、形状改变、长度增加。它可分为纵轧、横轧和斜轧三种形式，如图 0-2 所示。纵轧时，两个工作轧辊旋转方向相反，轧件的纵轴线与轧辊轴线垂直。横轧时，工作轧辊旋转方向相同，轧件的纵轴线与轧辊轴线平行。斜轧时，工作轧辊的旋转方向相同，轧件的纵轴线与轧辊轴线成一定的倾斜角。利用轧制方法可生产板带材、简单断面和复杂断面型钢、管材、回转体（如变断面的轴、齿轮等）、各种周期断

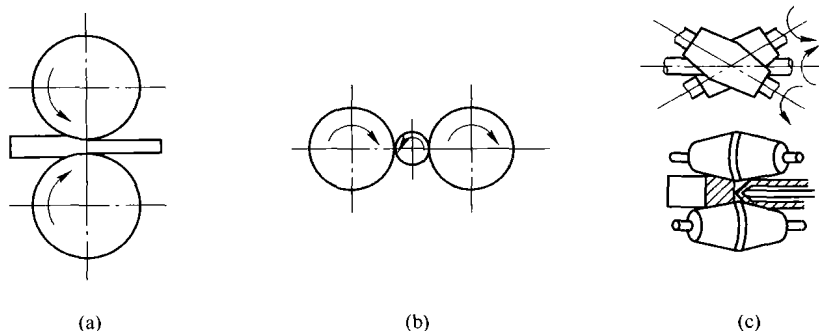


图 0-2 轧制工艺示意图
(a) 纵轧; (b) 横轧; (c) 斜轧

面型材、丝杠、麻花钻头和钢球等。

挤压是把坯料放在挤压筒中, 垫片在挤压轴的推动下, 迫使金属从一定形状和尺寸的模孔中挤压出。挤压有正挤压和反挤压两种基本形式, 如图 0-3 所示。正挤压时, 挤压轴的运动方向与金属挤出方向一致; 反挤压时, 挤压轴的运动方向与金属从模孔中挤出的方向相反。挤压法可生产各种断面的型材和管材。

0.2.1.2 拉力作用

拉拔是用拉拔机的钳子夹住金属, 使金属从一定形状和尺寸的模孔中拉出, 如图 0-4 所示。拉拔一般是在冷状态下进行, 产品表面粗糙度降低, 尺寸精确度及金属的强度均有所增加。拉拔产品种类很多, 可生产各种断面的型材、线材和管材, 被广泛地应用在电线、电缆线、金属网以及各种仪器制造业中。

冲压属于板料成形, 是用冲头将金属板顶入凹模, 冲压成所需形状和尺寸的产品, 如图 0-5 所示。冲压一般在室温下进行, 通常称为冷冲压。薄板的冲压生产产品有飞机零部件、子弹壳、汽车零件、仪表零件以及日常生活用品, 如锅、碗、勺、盆等。

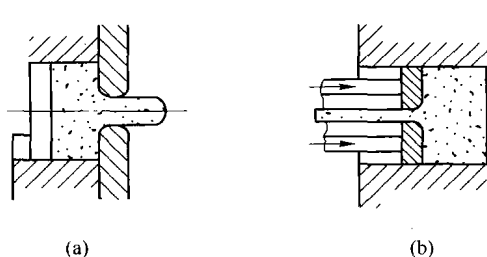


图 0-3 挤压工艺示意图
(a) 正挤压; (b) 反挤压

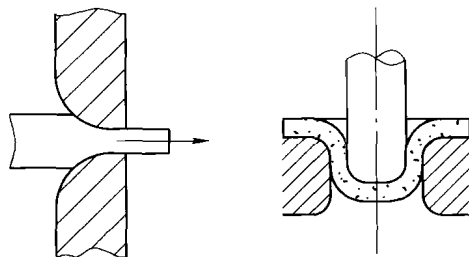


图 0-4 拉拔简图

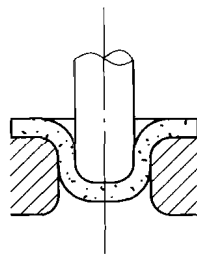


图 0-5 冲压工艺示意图

拉伸是板料在外力作用下, 沿一定形状的模具包制成形, 如图 0-6 所示。如带材的拉力矫直等。

0.2.1.3 弯矩和剪力作用

弯曲是在弯矩作用下成形, 如图 0-7 所示。如板带弯曲成形和型材的矫直。

剪切是坯料在剪力作用下进行剪切变形, 如图 0-8 所示。如板料的冲剪和型材的剪切。

0.2.1.4 组合加工变形方式

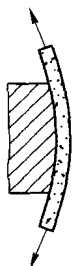


图 0-6 拉伸工艺示意图

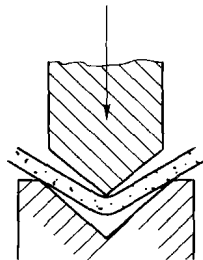


图 0-7 弯曲工艺示意图

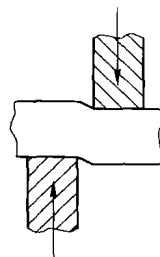


图 0-8 剪切工艺示意图

把上述基本加工变形方式组合起来，形成新的组合加工变形过程。如轧制和其他基本加工变形方式的组合，即轧制与锻压、挤压、拉拔、弯曲和剪切的复合加工。一个复合加工过程可达到其中一两个目的或同时达到几个目的，最终达到节能、节材、高产优质、多品种以及获得特殊用途材料的目的。

锻轧（或辊锻）是坯料被镶有锻模的一对反向转动的轧辊咬入后产生局部塑性变形，从而得到各种制坯和成品锻件的加工方式，如图 0-9 所示。它与锻压相比设备吨位小、生产率高、材料消耗少、模具寿命长、易于实现机械化和自动化、公害小、劳动条件好、可生产各种变断面零件。如汽车用经济变断面弹簧用锻轧法生产就很经济。

轧挤是一种常见的纵轧压力穿孔，如图 0-10 所示。它可对斜轧法难以穿孔的连铸坯（如易开裂和折叠）进行穿孔，并能用方坯代替圆坯。轧挤工艺可提高生产率和成品率、且投资少、耗能低。

拔轧是工件前端在外拉力作用下，通过由游动辊组成的孔型，拔制出各种实心 and 空心的断面形状制品，如图 0-11 所示。拔轧的主要优点是拉力低、拔轧道次和总变形增加、工具费用低、对润滑剂要求不高、比常规轧制的宽展小、工件形状易于控制、适用于拉拔异形件。拔轧机结构简单、动力小、投资省，是盘条、棒材、管材深加工的高效生产方法。

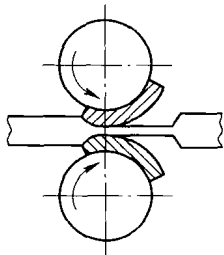


图 0-9 锻轧工艺示意图

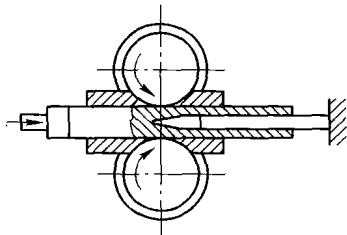


图 0-10 轧挤工艺示意图

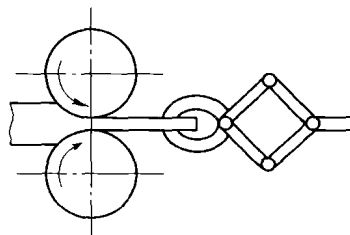


图 0-11 拔轧工艺示意图

辊弯是在辊弯轧机上，通过一系列轧辊孔型，将热轧带材或退火后的冷轧带材逐渐弯曲成要求外形形状的型材，如图 0-12 所示。辊弯成形不仅可以得到外形复杂的开口或闭口型材，还可生产各种断面的冷弯型材和特殊型材。

辊弯与热轧型材相比可节约金属 25% ~ 35%，产品精度高、生产连续化、设备投资少、制造机构装配容易、节约劳动力，有着显著的经济效益。

异步轧制是利用上下工作辊的线速度不相等，造成上下辊辊面对轧件摩擦力方向相反的搓轧条件的轧制过程，如图 0-13 所示。与常规轧制相比，异步轧制能显著减少轧制道次和中间退火次数，尤其是对轧制薄而硬的带材，可大幅度降低轧制压力，得到良好的板形。

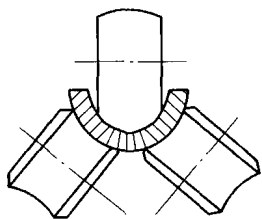


图 0-12 辊弯工艺示意图

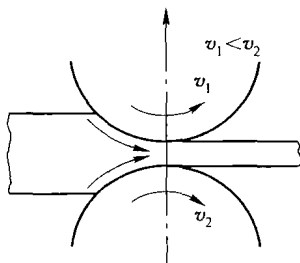


图 0-13 异步轧制工艺示意图

0.2.2 根据加工时工件的温度特征分类

按加工时工件的温度特征，金属塑性成形可分为热加工、冷加工和温加工。

- (1) 热加工：再结晶温度以上进行的加工。
- (2) 冷加工：在不产生回复和再结晶的温度以下进行的加工。
- (3) 温加工：在产生回复的温度下进行的加工。

0.3 本课程的目的及任务

金属塑性成形是借助一定的外力使金属产生所需形状的塑性变形。金属产生塑性变形时，金属材料在金属学和力学等方面有共同的基础知识和变化规律。因此，学习金属塑性成形理论，就是掌握金属在塑性成形时的共同性，研究和发现金属在各种塑性成形过程中所遵循的变化规律，为合理制定塑性成形工艺规范、选择设备及设计模具奠定理论基础。

金属塑性成形工艺要求如下：

- (1) 金属具有良好的塑性；
- (2) 变形抗力小；
- (3) 保证塑性成形件质量，即使成形件组织均匀、晶粒细小、强度高、残余应力小等；
- (4) 了解变形力，以便为选择成形设备、设计模具提供理论依据。

为实现上述要求，需掌握塑性变形的力学基础、物理基础、塑性成形问题的工程解法等方面内容。因此，本课程的具体任务是：

- (1) 掌握金属塑性变形的物理本质、塑性变形与金属组织性能的关系，为拟定塑性加工变形制度提供理论依据；
- (2) 熟悉变形、力、能工程算法以及这些参数的理论模型的建立；
- (3) 掌握金属塑性变形所遵循的基本规律以及影响金属塑性和变形抗力的因素，寻找和发现提高金属塑性，降低变形抗力的最佳措施。

1 应力理论

金属塑性加工是金属与合金在外力作用下产生塑性变形的过程。金属塑性成形原理是用数学方法研究金属塑性变形的规律，即研究金属在外力作用下应力及应变的分布规律，从而进行压力加工力能参数的计算。为了简化研究过程，塑性理论通常假定变形体是连续的且是均质和各向同性的，因此可以把变形体切成无数个微小单元体进行研究，研究单元体的应力、应变及平衡条件，建立平衡微分方程和边界条件并设法求解。为此，首先了解并研究单元体的应力状态和推导出单元体的平衡微分方程。

1.1 外力与应力

物体所承受外力分成两类，一类是作用在物体表面上的力，称为表面力，可以是集中力，也可以是分布力，如水坝所受的水压力；另一类是作用在物体每个质点上的力，如重力、磁力以及惯性力等，称为体积力。塑性成形时，除高速锻造、爆炸成形、磁力成形等少数情况外，体积力相对于表面力而言很小，可忽略不计。

在外力作用下，物体内部之间相互作用的力称为内力，单位面积上的内力称为应力。图 1-1 所示为一个物体受外力系 P_1 、 P_2 ... 的作用而处于平衡状态。设物体内有任意一点 Q ，过 Q 作一个法线为 N 的平面 A ，将物体切开后移去上半部，这时 A 面即可看成是下半部的外表面， A 面上作用的内力应与下半部其余的外力保持平衡。这样，内力的问题就可以当成外力来处理。

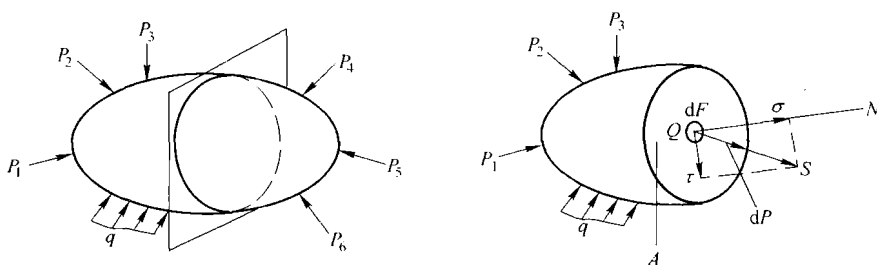


图 1-1 面力、内力和应力

在 A 面上围绕 Q 点取一很小的面积 ΔF ，设该面积上内力的合力为 ΔP ，则定义：

$$S = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF} \quad (1-1)$$

S 称为 A 面上 Q 点的全应力。全应力 S 可以分解成两个分量，一个垂直于 A 面，称为正应力，一般用 σ 表示；另一个平行于 A 面，称为剪应力，用 τ 表示。这时，面积 dF 可称为 Q 点在 N 方向的微分面。 S 、 σ 、 τ 分别称为 Q 点在 N 方向微分面上的全应力、正应力及剪应力。全应力 S 、正应力 σ 及剪应力 τ 之间关系为：

$$S^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad (1-2)$$

过 Q 点可以作无限多的切面，在不同方向的切面上， Q 点的应力显然是不同的。现以单向均匀拉伸为例进行分析，如图 1-2 所示，垂直于试样拉伸轴线的横截面上的应力为：

$$\sigma_0 = \frac{P}{F_0} \quad (1-3)$$

式中 F_0 ——试样横截面面积；

P ——轴向拉力。

透过棒内一点 Q 作一切面 A ，其法线 N 与拉伸轴成 θ 角，将棒料切开移去上半部。由于是均匀拉伸，故 A 面上的应力是均布的。设 Q 点在 A 面上的全应力为 S ，则 S 的方向一定平行于拉伸轴，其大小为：

$$S = \frac{P}{F_0 \cos \theta} = \frac{P}{F_0} \cos \theta = \sigma_0 \cos \theta \quad (1-4)$$

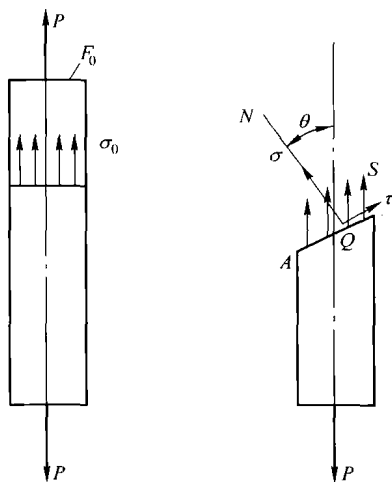


图 1-2 单向均匀拉伸时任意斜面上的应力

式中， σ_0 为垂直于拉伸轴的切面上的正应力。全应力 S 的正应力分量及剪应力分量用下式求得：

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= S \cos \theta = \sigma_0 \cos^2 \theta \\ \tau &= S \sin \theta = \frac{1}{2} \sigma_0 \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

即对于单向均匀拉伸，只要知道点 Q 任意一个切面上的应力，就可以通过式 (1-5) 求得其他切面上的应力。但在多向受力的情况下，显然不能由一点的任意切面上的应力求得该点其他方向切面上的应力。也就是说，仅仅用某一方向切面上的应力并不足以全面地表示出一点所受应力的情况，为了全面地表示一点的受力情况，就需引入“点应力状态”的概念。

1.2 物体内应力状态

一般情况下，物体内的同一截面上不同点的应力不同，而且通过一点的不同方向截面上的应力也不相同。对于各处应力不同的情况，称之为非均匀应力情况。例如，受弯扭的杆件横截面上的应力分布。

弄清一点的应力情况，就是了解通过这点的任意截面上应力的状态，并从力学基本概念上分析和判断受力物体会在哪些特定的方向受多大应力产生变形或导致破坏。物体内一点各个截面上的应力情况，通常被称为物体内的点应力状态。研究点的应力状态的具体内容就是建立通过一点各截面上的应力表达方式，并研究它们之间的相互联系。

点应力状态的研究，对于解决物体无论处于弹性阶段或塑性阶段的强度问题都是很重要的。特别是在复杂应力状态下强度准则的建立，必须依靠有关应力状态的基本概念作为基础。

设有一个承受任意力系的物体，物体内有一任意点 Q ，围绕 Q 点切取一立方六面体作为单元体，当用直角坐标系 $oxyz$ 时，可取各平行平面与坐标面平行的正六面体，如图 1-3 所示。如以点 Q 为正六面体的体心，由于物体各部分间力的作用，单元体的各截面都有应力存在。若这些应力已知，根据平衡法则，可求得通过该点任意斜面上的应力。

通常用单元体的三对相互垂直面上的应力来表示一点的应力状态。若应力状态均匀，则可