

2010年 全国硕士研究生入学考试辅导用书

2010年全国硕士研究生 入学考试历年真题精解

数 学 二

清华大学 黄艳萍
北京大学 孙璇 主 编
首都师范大学 童武



 复旦大学出版社
www.fudanpress.com.cn

名校 · 名师 · 经典 · 精辟

2010 年全国硕士研究生入学考试辅导用书

2010 年全国硕士研究生 入学考试历年真题精解

数 学 二

清华大学	黄艳萍	
北京大学	孙璇	主编
首都师范大学	童武	

复旦大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

2010年全国硕士研究生入学考试历年真题精解 数学二/黄艳萍,孙璇,童武
主编. —上海:复旦大学出版社,2009.6
全国硕士研究生入学考试辅导用书
ISBN 978-7-309-06617-3

I. 2… II. ①黄…②孙…③童… III. 高等数学-研究生-入学考试-解题
IV. G643.44

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第063165号

2010年全国硕士研究生入学考试历年真题精解 数学二
黄艳萍 孙璇 童武 主编

出版发行 复旦大学出版社 上海市国权路579号 邮编 200433
86-21-65642857(门市零售)
86-21-65100562(团体订购) 86-21-65109143(外埠邮购)
fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com

责任编辑 白国信
出品人 贺圣遂

印刷 上海市崇明县裕安印刷厂
开本 787×1092 1/16
印张 14.5
字数 399千
版次 2009年6月第一版第一次印刷
印数 1—5 100

书号 ISBN 978-7-309-06617-3/G·826
定价 23.00元

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社发行部调换。

版权所有 侵权必究

内 容 提 要

本书囊括了1990—2009年全国硕士研究生入学考试数学二试题,并对其进行了详尽的分析。剖析其命题思路,指出其题型特点,综合分析其命题规律,使考生在复习大纲规定的重点、疑点和难点的基础上,把握历年命题脉络和出题动态,做到举一反三,融会贯通,从而取得良好的复习效果。

为了指导参加2010年全国硕士研究生入学统一考试的广大考生数学考试的复习,根据最新考试大纲的要求,我们组织部分多年来参加考试大纲制定和修订工作及参加考前辅导的教授、专家编写了这本《2010年全国硕士研究生入学考试历年真题精解 数学二》,以供广大考生复习使用。

研究生入学考试是选拔性考试,当然重在考查考生的能力高低。能力是建立在基础之上的,基本功不扎实,一切无从谈起。从考试大纲来看,要求考生对基本知识、基本概念的掌握理解要深、要透、要准,尽管大学期间的期中、期末考试基本反映了这一要求,但从程度上讲,远没有考研的要求高。相信大家都有同感,通过大学的期末考试其实不难,甚至基本概念不甚清晰、知识点掌握不够通透也有可能取得较不错的成绩。这是由于大学考试有其固定套路,即便考查相同的知识点,其题目的迷惑性、技巧性都远逊于研究生入学考试的题目。因此,狠抓基础是一项必要的工作。虽然很多考生可能会认为,基础的东西学起来有点费力不讨好,短期收效不明显。但笔者再三强调,不可轻视基础,必须夯实到理解得入木三分的程度。

德国大数学家高斯曾说过:“数学是科学的皇后。”毫无疑问,数学是对人类思维能力要求最高的学科,它不仅范围广、内容多,而且深刻体现出了人类的聪明才智所能达到的

最高境界.全国硕士研究生入学考试数学科是考查考生的数学功底、思维能力,并不是要求考生进行高深的数学基础理论研究,但却是对考生在一定层次上进行各种思维能力,包括抽象思维能力、逻辑推理能力等的综合性检验.既然如此,要考好数学,思维能力必须有质的飞跃.数学科目的考试范围基本上是高等数学(微积分)、线性代数、概率论与数理统计这三大块,经济类考生的数学试卷还涉及一些经济数学的知识.无论如何,考生首先要全面细致地研究全国硕士研究生入学考试的教学大纲.自从考研招生实行全国统考以来,数学考试命题是严格按照国家考试中心制定的“数学考试大纲”所规定的考试内容和考试要求来进行的.大纲对考试性质、要求、方法、内容、试题类别、适用专业等进行了详细阐述,是广大考生备考的指导性文件和根本依据.考生必须从中全面领会考试精神,尤其是明确考试范围,以便有的放矢.大纲所要求的知识点或考点,考生一定要熟记在心,不要求的内容,应该跳过,不要浪费精力.同时要注意,不光应分析研究本年最新的大纲,还要研究去年乃至上一年的大纲,从比较中发现其变化.

历史是一面镜子,了解昨天才能明白今天,掌握了历史和现在才能把握未来.研习历年的试题是研究生入学考试复习备考中必不可少的关键环节,也是考生掌握考试动态、赢得高分的最佳捷径.历年的考题是标准的复习题.自从实

行研究生入学考试以来,也时有真题重现的现象发生,如2003年数学一的第一大题第(3)小题与1993年数学一的第一大题第(3)小题、2003年数学一的第一大题第(5)小题与1996年数学三的第一大题第(5)小题、2003年数学一的第三大题与2001年数学三的第六大题等等,都是相同或非常相似的.所以,对往年真题的研究是最有帮助的.循着命题人的思路,我们就可以把握考试的脉搏,明确考试的重点和难点所在.

本书是广大数学教师及原考研命题组的专家、教授智慧和劳动的结晶,是一份宝贵的资料.其中的每一道试题,既反映了考研数学考试大纲对考生数学知识、能力和水平的要求,又蕴含着命题的指导思想、基本原则和趋势.因此,对照考试大纲分析、研究这些试题,考生不仅可以了解考研以来数学考试的全貌,而且可以方便地了解有关试题和信息,从中发现规律,归纳出各部分内容的重点、难点,以及常考的题型,进一步把握考试的特点及命题的思路和规律,从而从容应试,轻取高分.

编者 于北大燕园

CONTENTS

目 录

历年真题部分

2009 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	003
2008 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	006
2007 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	009
2006 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	012
2005 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	015
2004 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	018
2003 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	021
2002 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	024
2001 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	027
2000 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	030
1999 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	033
1998 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	036
1997 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	039
1996 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	042
1995 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	044
1994 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	046

1993 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	048
1992 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	050
1991 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	052
1990 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题	055

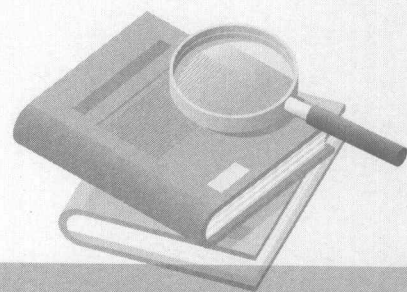
试题精解部分

2009 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	059
2008 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	067
2007 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	075
2006 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	083
2005 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	092
2004 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	101
2003 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	110
2002 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	121
2001 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	132
2000 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	143
1999 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	155
1998 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	164
1997 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	176
1996 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	184
1995 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	190
1994 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	196
1993 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	203
1992 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	208
1991 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	213
1990 年全国硕士研究生入学考试	数学二试题精解	218

2010年全国硕士研究生入学考试历年真题精解

历年真题部分

数学二

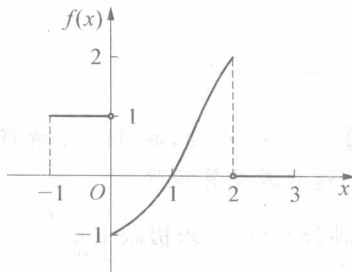


2009 年全国硕士研究生入学考试 数学二试题

一、选择题(1—8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每小题给出的 4 个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内)

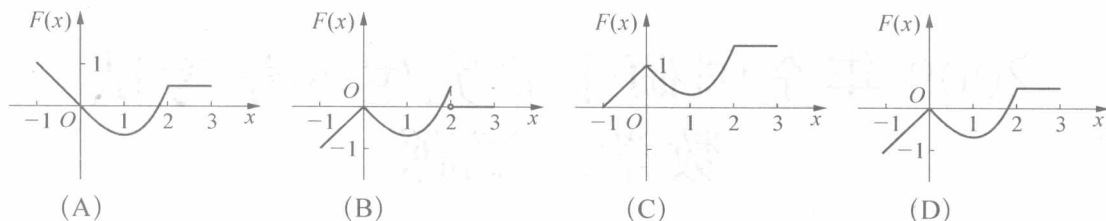
- (1) 函数 $f(x) = \frac{x-x^3}{\sin \pi x}$ 的可去间断点的个数为().
 (A) 1 (B) 2
 (C) 3 (D) 无穷多个
- (2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x - \sin ax$ 与 $g(x) = x^2 \ln(1-bx)$ 是等价无穷小,则().
 (A) $a = 1, b = -\frac{1}{6}$ (B) $a = 1, b = \frac{1}{6}$
 (C) $a = -1, b = -\frac{1}{6}$ (D) $a = -1, b = \frac{1}{6}$
- (3) 设函数 $z = f(x, y)$ 的全部微分为 $dz = xdx + ydy$, 则点 $(0, 0)$ ().
 (A) 不是 $f(x, y)$ 的连续点 (B) 不是 $f(x, y)$ 的极值点
 (C) 是 $f(x, y)$ 的极大值点 (D) 是 $f(x, y)$ 的极小值点
- (4) 设函数 $f(x, y)$ 连续, 则 $\int_1^2 dx \int_x^2 f(x, y) dy + \int_1^2 dy \int_y^{4-y} f(x, y) dx = ()$.
 (A) $\int_1^2 dx \int_1^{4-x} f(x, y) dy$ (B) $\int_1^2 dx \int_x^{4-x} f(x, y) dy$
 (C) $\int_1^2 dy \int_1^{4-y} f(x, y) dx$ (D) $\int_1^2 dy \int_x^{4-x} f(x, y) dx$
- (5) 若 $f''(x)$ 不变号, 且曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, 1)$ 上的曲率圆为 $x^2 + y^2 = 2$, 则 $f(x)$ 在区间 $(1, 2)$ 内().
 (A) 有极值点, 无零点 (B) 无极值点, 有零点
 (C) 有极值点, 有零点 (D) 无极值点, 无零点

(6) 设函数 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 3]$ 上的图形为



, 则函数

$F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 的图形为().



(7) 设 A, B 均为二阶矩阵, A^*, B^* 分别为 A, B 的伴随矩阵. 若 $|A| = 2, |B| = 3$, 则分块

矩阵 $\begin{bmatrix} O & A \\ B & O \end{bmatrix}$ 的伴随矩阵为 ().

- (A) $\begin{bmatrix} O & 3B^* \\ 2A^* & O \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} O & 2B^* \\ 3A^* & O \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} O & 3A^* \\ 2B^* & O \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} O & 2A^* \\ 3B^* & O \end{bmatrix}$

(8) 设 A, P 均为三阶矩阵, P^T 为 P 的转置矩阵, 且 $P^T A P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. 若 $P = (a_1, a_2, a_3)$,

$Q = (a_1 + a_2, a_2, a_3)$, 则 $Q^T A Q$ 为 ().

- (A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

二、填空题(9—14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上)

(9) 曲线 $\begin{cases} x = \int_0^{1-t} e^{-u^2} du \\ y = t^2 \ln(2-t^2) \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 处的切线方程为 _____.

(10) 已知 $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{k|x|} dx = 1$, 则 $k =$ _____.

(11) $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 e^{-x} \sin nx dx =$ _____.

(12) 设 $y = y(x)$ 是由方程 $xy + e^y = x + 1$ 确定的隐函数, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{x=0} =$ _____.

(13) 函数 $y = x^{2x}$ 在区间 $(0, 1]$ 上的最小值为 _____.

(14) 设 α, β 为三维列向量, β^T 为 β 的转置, 若矩阵 $\alpha \beta^T$ 相似于 $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则

$\beta^T \alpha =$ _____.

三、解答题(15—23 小题, 共 94 分. 请将解答写在答题纸指定的位置上, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

(15) (本题满分 9 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)[x - \ln(1 + \tan x)]}{\sin^4 x}$.

(16) (本题满分 10 分) 计算不定积分 $\int \ln \left(1 + \sqrt{\frac{1+x}{x}} \right) dx \quad (x > 0)$.

(17) (本题满分 10 分) 设 $z = f(x+y, x-y, xy)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 dz 与 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

(18) (本题满分 10 分) 设非负数函数 $y = y(x) (x \geq 0)$ 满足微分方程 $xy'' - y' + 2 = 0$, 当曲线 $y = y(x)$ 过原点时, 其与直线 $x = 1$ 及 $y = 0$ 所围成的平面区域 D 的面积为 2, 求 D 绕 y 轴旋转所得旋转体体积.

(19) (本题满分 10 分) 计算二重积分 $\iint_D (x-y) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2, y \geq x\}$.

(20) (本题满分 12 分) 设 $y = y(x)$ 是区间 $(-\pi, \pi)$ 内过 $(-\frac{\pi}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{\sqrt{2}})$ 的光滑曲线, 当 $-\pi < x < 0$ 时, 曲线上任一点处的法线都过原点; 当 $0 \leq x < \pi$ 时, 函数 $y'' + y + x = 0$. 求 $y(x)$ 的表达式.

(21) (本题满分 11 分)

(I) 证明拉格朗日中值定理: 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 可导, 则存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b-a)$;

(II) 证明: 若函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 在 $(0, \delta) (\delta > 0)$ 内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = A$, 则 $f'_+(0)$ 存在, 且 $f'_+(0) = A$.

(22) (本题满分 11 分) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 \end{bmatrix}$, $\xi_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

(I) 求满足 $A\xi_2 = \xi_1$, $A^2\xi_3 = \xi_1$ 的所有向量 ξ_2, ξ_3 ;

(II) 对 (I) 中的任意向量 ξ_2, ξ_3 , 证明: ξ_1, ξ_2, ξ_3 线性无关.

(23) (本题满分 11 分) 设二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = ax_1^2 + ax_2^2 + (a-1)x_3^2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$$

(I) 求二次型 f 的矩阵的所有特征值;

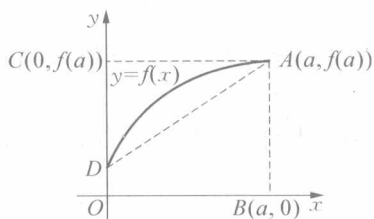
(II) 若二次型 f 的规范形为 $y_1^2 + y_2^2$, 求 a 的值.

2008 年全国硕士研究生入学考试 数学二试题

一、选择题(1—8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每小题给出的 4 个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内)

(1) 设 $f(x) = x^2(x-1)(x-2)$, 则 $f'(x)$ 的零点个数为().

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3



(2) 设左图中曲线方程为 $y = f(x)$, 函数 $f(x)$ 在区间

$[0, a]$ 上有连续的导数, 则定积分 $\int_0^a x f'(x) dx$ 表示().

- (A) 曲边梯形 $ABOD$ 的面积
(B) 梯形 $ABOD$ 的面积
(C) 曲边三角形 ACD 的面积
(D) 三角形 ACD 的面积

(3) 在下列微分方程中, 以 $y = C_1 e^x + C_2 \cos 2x + C_3 \sin 2x$ (C_1, C_2, C_3 为任意常数) 为通解的是().

- (A) $y''' + y'' - 4y' - 4y = 0$ (B) $y''' + y'' + 4y' + 4y = 0$
(C) $y''' - y'' - 4y' + 4y = 0$ (D) $y''' - y'' + 4y' - 4y = 0$

(4) 设函数 $f(x) = \frac{\ln |x|}{|x-1|} \sin x$, 则 $f(x)$ 有().

- (A) 一个可去间断点, 一个跳跃间断点 (B) 一个可去间断点, 一个无穷间断点
(C) 两个跳跃间断点 (D) 两个无穷跳跃间断点

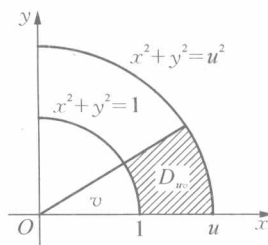
(5) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调有界, $\{x_n\}$ 为数列, 下列命题正确的是().

- (A) 若 $\{x_n\}$ 收敛, 则 $\{f(x_n)\}$ 收敛 (B) 若 $\{x_n\}$ 单调, 则 $\{f(x_n)\}$ 收敛
(C) 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛, 则 $\{x_n\}$ 收敛 (D) 若 $\{f(x_n)\}$ 单调, 则 $\{x_n\}$ 收敛

(6) 设函数 f 连续, $F(u, v) = \iint_{D_{uv}} \frac{f(x^2+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$, 其中区域 D_{uv}

为右图中的阴影部分, 则 $\frac{\partial F}{\partial u} =$ ().

- (A) $vf(u^2)$ (B) $\frac{v}{u}f(u^2)$
(C) $vf(u)$ (D) $\frac{v}{u}f(u)$



(7) 设 A 为 n 阶非零矩阵, E 为 n 阶单位矩阵. 若 $A^3 = O$, 则().

- (A) $E-A$ 不可逆, $E+A$ 不可逆 (B) $E-A$ 不可逆, $E+A$ 可逆

(C) $E-A$ 可逆, $E+A$ 可逆(D) $E-A$ 可逆, $E+A$ 不可逆(8) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, 则在实数域上与 A 合同的矩阵为().

(A) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

二、填空题(9—14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在答题纸指定的位置上)(9) 设 $f(x)$ 连续, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos[xf(x)]}{(e^{x^2} - 1)f(x)} = 1$, 则 $f(0) =$ _____.(10) 微分方程 $(y + x^2 e^{-x})dx - xdy = 0$ 的通解是_____.(11) 曲线 $\sin(xy) + \ln(y-x) = x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为_____.(12) 曲线 $y = (x-5)x^{\frac{2}{3}}$ 的拐点坐标为_____.(13) 已知 $z = \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{x}{y}}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,2)} =$ _____.(14) 设三阶矩阵 A 的特征值是 $\lambda, 2, 3$. 若行列式 $|2A| = -48$, 则 $\lambda =$ _____.**三、解答题**(15—23 小题, 共 94 分. 请将解答写在答题纸指定的位置上, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)(15) (本题满分 9 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin x - \sin(\sin x)] \sin x}{x^4}$.(16) (本题满分 9 分) 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = \int_0^{t^2} \ln(1+u) du \end{cases}$$

确定, 其中 $x(t)$ 是初值问题 $\begin{cases} \frac{dx}{dt} - 2te^{-x} = 0 \\ x|_{t=0} = 0 \end{cases}$ 的解, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

(17) (本题满分 9 分) 求积分 $\int_0^1 \frac{x^2 \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.(18) (本题满分 11 分) 求二重积分 $\iint_D \max\{xy, 1\} dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$.(19) (本题满分 11 分) 设 $f(x)$ 是区间 $[0, +\infty)$ 上具有连续导数的单调增加函数, 且 $f(0) = 1$. 对任意的 $t \in [0, +\infty)$, 直线 $x = 0, x = t$, 曲线 $y = f(x)$, 以及 x 轴所围成的曲边梯形绕 x 轴旋转一周生成一旋转体, 若该旋转体的侧面积在数值上等于其体积的 2 倍, 求函数 $f(x)$ 的表达式.

(20) (本题满分 11 分)

(I) 证明积分中值定理: 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则存在 $\xi \in [a, b]$, 使

$$\int_a^b f(x) dx = f(\xi)(b-a)$$

(II) 若 $\varphi(x)$ 有二阶导数, 且满足 $\varphi(2) > \varphi(1)$, $\varphi(2) > \int_2^3 \varphi(x) dx$. 证明: 至少存在一点 $\xi \in (1, 3)$, 使得 $\varphi''(\xi) < 0$.

(21) (本题满分 12 分) 求函数 $u = x^2 + y^2 + z^2$ 在约束条件 $z = x^2 + y^2$ 和 $x + y + z = 4$ 下的最大值和最小值.

(22) (本题满分 12 分) 设 n 元线性方程组 $Ax = \beta$, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 2a & 1 & & & \\ a^2 & 2a & 1 & & \\ & a^2 & 2a & 1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & a^2 & 2a & 1 \\ & & & & a^2 & 2a \end{pmatrix}_{n \times n}, \quad x = (x_1, \dots, x_n)^T, \quad \beta = (1, 0, \dots, 0)^T$$

(I) 证明行列式 $|A| = (n+1)a^n$;

(II) 当 a 为何值时, 方程组有唯一解? 求 x_1 ;

(III) 当 a 为何值时, 方程组有无穷多解? 求通解.

(23) (本题满分 10 分) 设 A 为三阶矩阵, α_1, α_2 为 A 的分别属于特征值 $-1, 1$ 的特征向量, 向量 α_3 满足 $A\alpha_3 = \alpha_2 + \alpha_3$.

(I) 证明 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关;

(II) 令 $P = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, 求 $P^{-1}AP$.