数　理　统　计

第四分册

中南林学院翻印
一九八〇年元月

第七章 试验的设计与分析

林业科学试验工作与其他科学试验相类似，常々也是为了通过试验，进行比较，由此作出适当的判断，以便对不同药剂，不同抚育措施，不同生态因子…作出合理的选择，从而促进林木更快更好的生长。已经看到数理统计方法在帮助人们作出选择，判断方面可以发挥很有效的作用，因此它自然地被人们用到试验的设计与分析上来。从这一章我们可以看到，如果试验按照便于数理统计分析的原则进行设计，则常々可以只进行较少次数的试验便可达到预定的试验目的，一个好的试验设计是使研究作出成果的重要因素，数理统计可以在这方面起重要的辅助作用。

§7.1、试验设计的几个基本概念

1. 指标：

在试验设计中把判断试验效果好坏所采用的标准称为试验指标，或简称指标，例如当试验目的在于了解不同树种的速生丰产性质时，可以用单位面积蓄积作为试验指标，试验目的为判断杀虫剂杀虫效果时，可以用昆虫的死亡率作为试验指标……等。

2、因素：

认为有可能影响试验指标的条件称为因素。例如施肥量，栽植密度……等都是可能影响苗木产量这一指标的条件。又如药剂种类，昆虫对药剂的抗性等都是可能影响死亡率这一指标的条件。因此施肥量、栽植密度、药剂种类，昆虫抗性等都可以作为分析的试验因素。我们将简称其为因素，有时亦有称之为因子。

3、水平

能影响试验指标的因素通常可以人为地加以控制或分组，所划分的组通常也叫做各因素的类别或等级，统计上称其为因素的水平。例如栽植密度分为2500株／公顷；3300株／公顷；4400

株/公顷；6600株/公顷四个等级时，就说该因素（栽植密度）分成四个水平。

在科学试验中因素和水平这二个概念并不能十分严格的区分，譬如药剂种类是因素，该因素可以分为三个水平（如鱼藤酮，DDT，666）或四个水平，这时每个水平代表一种药剂。在试验研究中则有时称每一种药剂为一个处理，但有时某一种药剂用九种不同的浓度处理某种昆虫时，则每种浓度为一个水平。虽然如此，对于每一个确定的具体问题来说，分清因素是什么，水平是什么这是并不困难的。

依数量划分水平的因素称为数量因素，如栽植密度，施肥量……等，不依数量划分水平的因素称为非数量因素，如药剂品种，施肥种类……等。

4、对试验的基本要求

大多数试验具有这样的形式：选定试验对象，对其中每一单元（称为试验单元）配置一种处理进行试验，度量其指标，得出数据后用数理统计方法加以分析，最后作出推断。

这里要求：(1) 施以不同处理的实验单元间不能有系统的相异性。看一个例子便清楚这一要求的道理了，如果有一苗床被分成12个小区作为实验单元，欲比较三个不同品种的落叶松苗木A、B、C之间的差异，试验就在该苗床上进行，如果把这三个品种依次配置如图7.1。

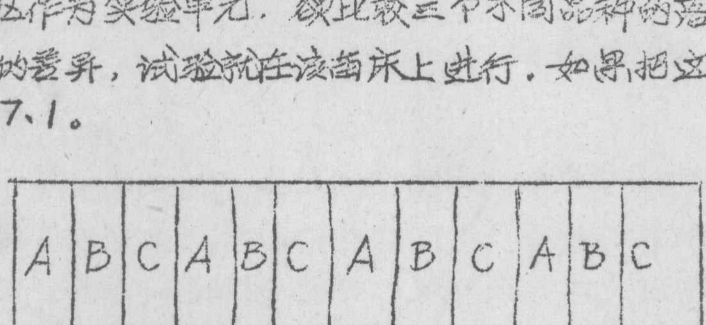

图 7、1

如果苗床从西至东肥力逐渐降低，即实验单元间有系统相异性的情况。那末这种相异性会与药剂品种A、B、C之间的差异混淆起来；使试验结果无法分析苗木之间的差异究竟是由实验单元的差异引起还是由于药剂品种间的差异引起的，即使A、B、C三种药剂实际上相差不多也必然得出A比B优，B比C优的不正确结论来。

(2) 应该选择恰当的试验指标

(3) 结果数据应能找到相应的数理统计方法进行分析。分析试验结果的最基本的数理统计方法是方差分析。因此试验结果数据常应要求它满足方差分析的基本模型，譬如独立，正态、等方差的要求，而如果这个要求不能满足便不能应用这种分析方法，或者就得通过象数据转换这一类的手段，改变数据的结构，以满足分析所应具备的条件。

当然不同的试验结果方差分析的具体形式也可以有多种多样，以适应不同的试验设计方案。下面我们就来分别讨论各种具体的试验设计方案及相应的分析方法。

§7.2 几种比较简单的试验设计与分析

1、 完全随机化试验

这是最基本的一种试验设计。为比较某种药剂的二种浓度A与B之间杀虫效果的差异，或二种不同药剂A与B之间杀虫效果的差异。这是一因素二水平的试验，这时A、B常被称为二种处理，根据试验条件和试验单元（即实验对象）的情况，若A处理可以作5次重复，B处理可以作6次重复。则完全随机化试验设计是以完全随机的次序将二种处理的11次重复分配到11个试验单元上，完成试验之后，通过A处处理5次重复试验结果的平均数$\bar{A}$，B处理6次重复试验结果的平均数$\bar{B}$之间进行差异显著性检验，以比较A、B之优劣，回答试验提出的问题。

从上说明了完全随机化试验从设计到分析的全过程。如果比较

的不是二种处理，而是多种处理，也同样可以采用完全随机化试验设计，分析时可采用单因素的方差分析法。因为设计方法比较简单
分析时可采用单因素的方差分析法。因为设计方法比较简单，分析方法又已在第四、第五章内详细说明过了，在此不再赘述。

这里试验的重复具有如下意义：

(1) 提高试验精度。(2)改进试验结果平均值的可靠性。

2、成对比较试验

有时为了比较二个处理，而试验适于在同一时间或同一实验单元（空间）上各分其半进行，例如为试验某二种激素对林木叶子的生理机制的作用，可以在许多植株上均采摘二片叶子，其中一片配置A处理，一片配置B处理，或在同一植株上采摘若干片叶子，每叶片均分成二半，一半配置A处理，另一半配置B处理。其它设计要求与完全随机化试验相同，这样一种设计实验的方法可以排除时间上，材料上，植株间、叶片间……的差异，而使试验关心的主要因子各处理间的差异突出出来，得到比完全随机化试验更明确的结果。这种试验设计方法为成对比较试验，按照这种设计方案，试验数据总是可以按二种处理成对地得到，而处理间的差异可以通过每对数据间的差异的平均数，标准误构成的统计另进行检验。

例7.1 有A、B二种浓度的病毒溶液，为试验它们对某种阔叶树叶的危害作用，今采摘了8片树叶，每片叶子的一半涂上A液，另一半涂上B液，最后由叶面上出现的枯斑数来作结论，得到如表7.1数据。问这二种溶液对叶的危害作用有无显著差异。

表7.1

叶片号	A(x_1)	B(x_2)	差数d	d^2
1	9	10	-1	1
2	17	11	6	36
3	31	18	13	169
4	18	14	4	16
5	7	6	1	1
6	8	7	1	1
7	20	17	3	9
8	10	15	-5	25
Σ	120	98	22	258

解：表7.1中x_1, x_2栏内数值分别表示涂A、B液于叶片上之后出现的枯斑数。对每一叶片的二半计算枯斑差数d及相应的d^2，由此可计算得到$\bar{d}$及$S_{\bar{d}}$

$$S_{\bar{d}}=\frac{S_d}{\sqrt{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i-\bar{d})^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}d_i^2-\frac{(\sum_{i=1}^{n}d_i)^2}{n}}{n(n-1)}} \tag{7.2.1}$$

我们将由$t=\frac{\bar{d}}{S_{\bar{d}}}$与小样本t分布表的$t_\alpha(n-1)$（附表11）相比较，以危险率$\alpha$判断A、B二处理间差异的显著性。具体步骤如下：

① 作统计假设：假设A、B二种溶液对叶的危害作用无显著差异。

② 计算：

$$\bar{d}=\frac{22}{8}=2.75$$

$$S_{\bar{d}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}d_i^2-\frac{(\sum_{i=1}^{n}d_i)^2}{n}}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{258-\frac{22^2}{8}}{8\times7}}=1.88$$

$\bar{d}$——差数平均值，$S_{\bar{d}}$——差数的样本标准误

③ 计算 $t=\frac{\bar{d}}{S_{\bar{d}}}=\frac{2.75}{1.88}=1.46$

④ 由自由度 $f=8-1=7$，给危险率 $\alpha=0.05$

查附表11得 $t_\alpha=2.37$

⑤ 结论：$\because t<t_\alpha$ 不能推翻假设

即可以认为这二种浓度的病毒的溶液对叶的危害作用并无显著差异。

3、对比排列法

对比排列法或称多次重复法是农林业中最早被采用的一种试验设计方法，这种设计方案在使用实验单元，人力，物力等方面有不太节约，因为它需要占用很多对照单元（用CK表示），但它设计较简单，易行，也能在野外试验中适应较复杂的地形。目前在林业中还应用得较多。

(1) 设计方案

以苗圃品种比较试验为例，将每一供试品种均排列于对照品种旁边，即每隔二个供试品种设一对照，使每一试验品种所在试验单元均可与其邻旁的对照品种直接比较，而试验的重复可以排成单排，也可以排成多排，如图7、2

	重复Ⅰ						重复Ⅱ						重复Ⅲ						
保护行	1	CK	2	3	CK	4	2	CK	1	4	CK	3	4	CK	3	2	CK	1	保护行

（甲） 单排式

（乙）多排式

保护行	1	CK	2	3	CK	4	5	CK	保护行

重复Ⅰ

保护行	CK	5	1	CK	2	3	CK	4	保护行

重复Ⅱ

保护行	3	CK	4	5	CK	1	2	CK	保护行

重复Ⅲ

图 7、2

这种试验设计方法称为对比排列设计。其中1、2、3、4、5等供试品种的排列一般是顺序排列的，但也可以随机排列。从而分别称为对比顺序排列法和对比随机排列法。作这类设计而采用多排对法时应该注意尽量使各排的对照相互错开。

（2）示例与分析

例7、2对六个品种的苗木高度作对比排列试验设计并得到图7.3上标示的数据。

7.87	8.20	7.80	7.80	8.13	7.70	8.10	8.52	7.47
A	CK	B	C	CK	D	E	CK	F

重复Ⅰ ⟶

7.75	7.49	7.14	7.47	7.02	7.12	7.50	7.73	7.31
A	CK	B	C	CK	D	E	CK	F

重复Ⅱ

7.66	8.30	7.57	7.55	8.32	8.05	8.20	7.72	8.43
F	CK	E	D	CK	C	B	CK	A

8.07	8.08	7.41	7.16	7.85	7.65	7.72	7.31	7.19
F	CK	E	D	CK	C	B	CK	A

重复Ⅳ ⟵ 重复Ⅲ

7.69	8.21	8.06	7.93	7.82	6.93	7.98	8.18	7.76
A	CK	B	C	CK	D	E	CK	F

7.82	7.51	7.35	7.60	6.93	6.84	7.50	7.5	7.12

重复V ⟶ 重复VI

由此得表7.2

水平	各重复苗高值						Σ	与邻近对照之比较(%)	理论苗高值	苗高位次
	I	II	III	IV	V	VI				
A	7.87	7.75	7.19	8.43	7.69	7.82	46.75	100.7	7.878	2
CK	8.20	7.49	7.31	7.72	8.21	7.51	46.44	100.0	7.823	3
B	7.80	7.14	7.72	8.20	8.06	7.35	46.27	99.6	7.792	4
C	7.80	7.47	7.65	8.05	7.93	7.60	46.50	100.9	7.893	1
CK	8.13	7.02	7.85	8.32	7.82	6.93	46.07	100.0	7.823	
D	7.70	7.12	7.16	7.55	6.93	6.84	43.30	94.0	7.354	6
E	8.10	7.50	7.41	7.57	7.98	7.50	46.06	95.3	7.455	5
CK	8.52	7.73	8.08	8.30	8.18	7.50	48.31	100.0	7.823	
F	7.47	7.31	8.07	7.66	7.76	7.12	45.39	94.0	7.354	7

关于表7.2的说明如下：

(1) 计算全部对照区平均值 $= \dfrac{8.20+7.49+\cdots+7.50}{6\times 3}$

$$= \frac{140.82}{18} = 7.823$$

(2) 品种A对其邻近对照的百分值 $= \dfrac{46.75}{46.44}\times 100\%$

$$= 100.7\%$$

(3) 品种A的理论值＝全部对照区平均值×100.7%

$$=7.823\times100.7\%=7.878$$

(4) 其余各品种按此类推

(5) 根据理论值判断各品种之间的优劣顺序，见最后一栏即位次栏，本例的顺序为C，A，B，E，D，F.

(6) 作差异显著性检验。

首先应该和邻近的对照作差异显著性检验，这时可用成对比较所使用的方法进行检验，以品种C为例，它与邻近对照苗高之差值为：−0.33，+0.45，−0.20，−0.27，+0.11，+0.67 $\bar{d}=0.0717$；$S_{\bar{d}}=0.171$；$T=\dfrac{\bar{d}}{S_{\bar{d}}}=0.419$ 而 $t_{0.05}(6-1)=2.57$ 差异不显著.

(7) 对于所有各品种均与邻近对照作显著性检验之后，知道仅仅有D，E，F三品种与对照有显著差异，但D，E，F的苗高又低于标准（对照）品种的苗高。故本题的结论是无显著优于标准品种的品种可以采用。实际上对苗高较标准品种为低的品种可以不必作差异显著性检验。又对于参加试验的品种之间的差异显著性亦可用相同方法进行（如果它们都与对照品种有显著差异的话）。

§7.3 随机区组与拉丁方试验

1、随机区组试验的设计与分析

(1) 设计与分析原则

"区组"通常是指环境条件大致相同或时间、空间上相距较近的范围。

若试验是为了比较一个因素的K个不同水平（处理）之间差异，则将试验配置于若干（m）个区组之中，每一区组应分为K个小区，

m个区组完成每处理m次重复。这就是随机区组试验。区组与区组之间可以有环境条件、时间、空间上的较大差异，但由于每一区组内均配置了全部的K个处理，因此分析时便可较好地克服各种自然条件差异的干扰——区组间差异的干扰，而把处理之间的差异突出出来，进行比较，直接完成试验提出的要求。至于每一区组内各处理的配置则是完全随机的，因此这种试验设计被命名为随机区组设计。

随机区组试验的结果可以用双因素方差分析方法进行分析。其中一因素即问题所研究的因素，另一因素为区组条件。双因素方差分析可以得出这二个因素的各水平间差异显著程度，说明各区组条件相似。否则只有用随机区组设计，借助于双因素方差分析把区组间差异撤除掉，才可能真正弄清楚所研究的各处理间的差异显著性，也就是克服区组差异的干扰。因为方差分析方法已在第五章讨论过，现在仅举例说明随机区组试验的设计与分析。

（2）例题

例7.3 为比较四个落叶松品种的幼苗生长差异，考虑到试验区各苗床的肥沃度差异而将整个试验区划分为5个区组，每个区组内含有4个苗床，把四个处理（A、B、C、D）随机分配于每区组的四个苗床——小区上如图7—4。

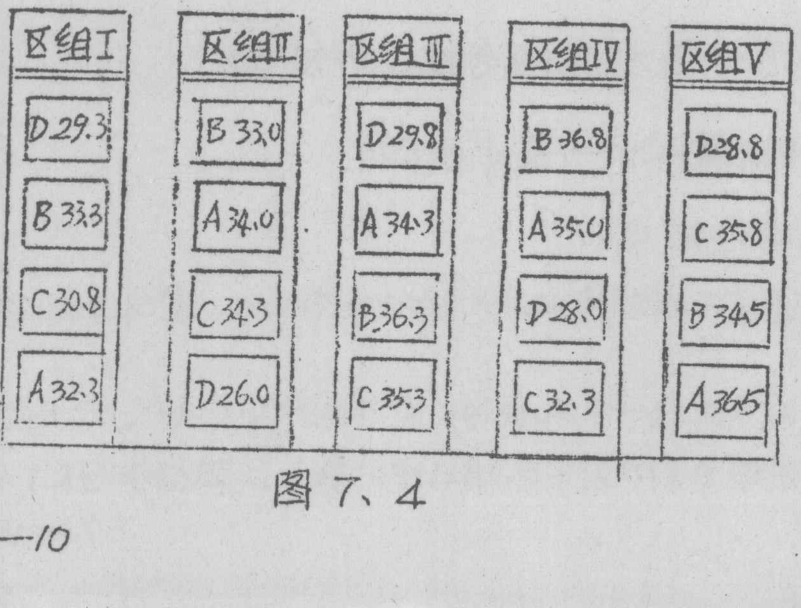

图7、4

每块苗床按相同方式于其中抽选相同数目的苗木测得它们的平均高数据示如图7、4，为进行方差分析，将所得数据整理后得表7.3。

表7.3

	区组						平均值
	I	II	III	IV	V		
A	32.3	34.0	34.3	35.0	36.5	172.1	34.4
B	33.3	33.0	36.8	36.8	34.5	173.9	34.8
C	30.8	34.3	35.3	32.3	35.8	168.5	33.7
D	29.3	26.0	29.8	28.0	28.8	141.9	28.4
Σ	125.7	127.3	135.7	132.1	135.6	656.4	32.8

现在我们可以作双因素分析了．计算过程是：

①、校正数 $C=\dfrac{656.4^2}{20}=21543.05$

②、总离差平方和 $L_{总}=\sum\limits_{j=1}^{4}\sum\limits_{i=1}^{5}x_{ij}^2-C=182.19$

③、区组离差平方和 $L_{区}=\dfrac{1}{4}(125.7^2+\cdots135.6^2)-C=21.46$

④、处离々差平方和 $L_{处}=\dfrac{1}{5}(172.1^2+\cdots141.9^2)-C=134.35$

⑤、剩余离差平方和 $L_{剩}=L_{总}-L_{区}-L_{处}=26.26$

由此得方差分析表7.4

表7.4

变差来源	自由度	离差平方和	均方	均方比 F	F_α
区组	4	21.46	5.36		
品种(处理)	3	134.35	44.82	$F=\dfrac{44.82}{2.19}=20.5$	$F_{0.05}(3,12)=3.49$
剩余	12	26.26	2.19		
总和	19				

结论是各种间差异显著　∵$F > F_{\alpha}$

如果再计标区组对剩余项的均方比，那么实际上可以判断区组间的差异显著性。

进一步作 q 检验

$$\because S_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{26.26}{5}}=0.66$$

由组数为4，自由度12得到 $q_{0.05}(4、12)=4.20$

$D=q\cdot S_{\bar{x}}=4.20\times 0.66=2.772$

列出差异比较表7、5

表7.5

品种	$\bar{x}$	$\bar{x}-28.4$	$\bar{x}-33.7$	$\bar{x}-34.4$
B	34.8	6.4*	1.1	0.4
A	38.4	6.0*	0.7	
C	33.7	5.3*		
D	28.4			

说明主要是B、A、C三个品种与品种D之间有显著差异。

2、拉丁方试验的设计与分析

拉丁方设计的主要目的也是分析单因素各水平（处理）间的差异问题，或者说是研究单因素对试验结果影响的问题。由于当试验在野外大面积上进行时很难保证试验用地条件的一致性，甚至也难于保证同一区组内各小区有大致相同的条件。在这种情况下采用拉丁方设计可以克服二个方向上的干扰。比如说，随机区组设计通常只能考虑到某一方向上的环境（如土壤肥沃度）差异，而拉丁方设计比较，它可以在不增加试验次数的条件下，同时克服二个方向的差异带来的干扰，对研究因素各水平间的差异作出明确的判断。但要求试验总次数为该因素所设水平数的平方。且要求该因素与这二个方向的差异作为因素来看，彼此间没有交互作用。至于判断所用工具仍为方

差分析。

所谓拉丁方是指n个字母（或数字）排成的一个方阵，使得每一行、每一列这n个字母都同时恰好出现一次，如图7.5。

1	2	3
2	3	1
3	1	2

a	b	c	d
b	c	d	a
c	d	a	b
d	a	b	c

A	B	C	D	E
B	C	D	E	A
C	D	E	A	B
D	E	A	B	C
E	A	B	C	D

图 7.5

图7.5列出了三个拉丁方。

由于开始使用这些方阵时是用拉丁字母进行排列的，故称拉丁方。用来排列拉丁方的字母的个数叫拉丁方的阶数，图7.5中三个拉丁方的阶数分别为3、4、5阶。可记为3×3，4×4，5×5拉丁方。

拉丁方试验设计是让试验因素的每一水平与拉丁字母建立对应关系，按照拉丁方设计的要求，全部试验配置在拉丁方上共n^2次，故水平数为n，每一字母代表一个水平（处理），全部处理均在每一行，每一列上出现一次，而且仅々出现一次，因此与每一字母对应的处理将在每一行、列内均同时出现一次。从而不管在行方向还是列方向上出现条件差异时，拉丁方试验都可以象随机化区组试验克服区组差异的干扰那样克服这二个方向的差异带来的干扰。突出处理间的差异，进行显著性检验，达到试验目的。这是事情的一个方面。与此相对的另一方面，则是说拉丁方试验有可能在不增加试验次数的条件下多考察一个因素对试验结果的影响，例如，如果试验因素为品种，各行代表各种不同的立地类型，各列代表各种不同的密度，那末试验实际上可以同时检验这三个因素对林木蓄积和苗木高生长的作用是否显著的问题。只要这三个因素间无交互作用，且

每个因素的水平数都相等就可以了。因为我们可以用于双因素方差分析法分析随机区组试验一样的三因素方差分析法来分析拉丁方试验，在随机区组设计的分析中可以分析出一个试验因素，一个区组因素对试验结果的影响，当试验只能在不同环境条件下进行，即在各区组上进行，那末方差分析中把区组因素造成的离差平方和撇开就等于在平等的基础上考察了试验因素，当试验可以控制在相同的环境条件下进行，那末区组因素完全可以视为另一试验因素，并考察它对试验结果的影响。与此完全相似，在拉丁方试验中，如果试验只能在不同环境条件下进行，而且这种条件的不同是体现在试验区的行、列二方向上，那末方差分析把行、列因素造成的变差平方和和撇开直接考察试验因素对剩余项的均方比，即相当于在平等基础上考察了试验因素对试验结果的影响了。而当试验可以在大体相同的环境条件下进行的话，那末如象前面所举品种、立地类型，密度例中所述，把行因素与立地类型，列因素与密度相对应。方差分析就同时考察了品种，立地型与密度对试验结果的影响了。下面举例说明拉丁方试验的具体设计和分析方法。

例7.4. 以5X5拉丁方设计肥料试验，试验在5个区组，每个区组5个小区上进行，每一小区面积相同，凡施肥小区施肥另相等，另设一对照小区不施肥，表7.6中数据表示产另。O—对照区，S，SS— 同施一种氮肥，但施肥期不同，C，D—也在另一日期施另外两种不同的氮肥。这里区组间与每一区组内的各小区间均可能有试验条件上的差异，因此设计拉丁方试验。设计方案与试验结果均见表7.6

表7.6

D 72.2	SS 55.4	O 36.6	C 67.9	S 73.0	Σ 305.1
O 36.4	C 46.9	SS 46.8	S 54.9	D 68.5	Σ 253.5
SS 71.5	S 55.6	D 71.6	O 67.5	C 78.4	Σ 346.6
S 68.9	O 53.2	C 69.8	D 79.6	SS 77.2	Σ 348.7
C 82.0	D 81.0	SS 76.0	SS 87.9	O 70.9	Σ 397.8
Σ 331.0	Σ 292.1	Σ 300.8	Σ 359.8	Σ 368.0	Σ 1651.7

为计算肥料处理项离差平方和，尚需另列表 7.7

表7.7

处理	O	D	C	S	SS
数据	36.4	72.2	82.0	68.9	71.5
	53.2	81.0	46.9	55.6	55.4
	36.6	71.6	69.8	76.0	46.8
	69.5	79.6	67.9	54.9	87.9
	70.9	68.5	78.4	73.0	77.2
总和	266.6	372.9	345.0	328.4	338.8

根据和前面讨论随机区组设计完全相似的分析（这里仅仅是增加一个因子）可得如下的方差分析表 7.8

表7.8

变异	自由度	离差平方和	均方	均方比	F_α
行	4	2326.39	581.60		
列	4	901.37	225.34		
处理	4	1284.51	321.13	$F_{处}=19.07$	$F_{0.05}=3.21$
剩余	12	202.06	16.84		
总和	24	4714.33			

鉴于我们需要撇开行、列对结果的影响，故直接考究处理项对剩余项的均方比得 $F_{处}=19.07$，它大于 $F_{\alpha}=3.21$，故差异显著。即不同的肥料造成了产量之间的显著差异。或者说肥料处理对试验结果有显著影响。

为进一步弄清肥料因素各水平间的差异，继续列出表7.9作q检验。

表7.9

处理	平均值 $\bar{x}_i$	$\bar{x}_i-65.48$	$\bar{x}_i-67.76$	$\bar{x}_i-67.76$	$\bar{x}_i-690$
D	74.58	21.26**	9.10**	6.82	5.58
C	69.0	15.68**	3.52	1.24	
SS	67.76	14.44**	2.28		
S	65.48	12.16**			
O	53.32				

$$\because S_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{16.84}{5}}=\sqrt{3.368}=1.835$$

$q_{0.05}(5,12)=4.51$　　　$D=q\,S_{\bar{x}}=1.835\times4.51=8.28$

故得如下结论：

(1) 施肥与不施肥有显著差异

(2) 不同质的肥料之肥效差异不大，但D较S为优是显著的，而C与SS则基本相同。

3、正交拉丁方设计

有时，想考察的主要因素不是一个而是二个、三个甚至更多个，但供试单元并不能增加或增加也为数很少，这时可利用正交拉丁方在拉丁方设计的基础上不增加试验次数的条件下引进另一因素，仍能作出相应分析。