



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

理论物理学导论 第三卷

量子力学

(第三版)

汪德新 编著



科学出版社

www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

理论物理学导论 第三卷

量子力学

(第三版)

汪德新 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书用浅显的方法介绍了希尔伯特空间,用狄拉克符号处理了大量实际问题,旨在排除量子力学的数学障碍,使读者能全力以赴研究量子力学的实验背景,深入思考量子力学规律的物理意义,关注量子力学结果的实际应用,有助于读者领悟量子力学的物理概念、物理思想、物理图像和物理思维方式。

本书共五篇十三章,除了前四篇的基本内容外,反映近代科学发展的第五篇“量子力学的新进展”和习题详细提示部分在所附光盘中。

本书可作为普通高校物理、应用物理、天体物理、光电子专业本科生及部分工科院校研究生的教材,也可供相关领域的读者参考。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学/汪德新编著. —3版. —北京:科学出版社,2008
(理论物理学导论;第三卷)
普通高等教育“十一五”国家级规划教材
ISBN 978-7-03-022462-0

I. 量… II. 汪… III. 量子力学-高等学校-教材 IV. O413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 100509 号

责任编辑:贾 杨 / 责任校对:刘亚琦
责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市安泰印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2000 年 3 月第 一 版 开本:B5 (720×1000)

2003 年 8 月第 二 版 印张:23 3/4

2008 年 8 月第 三 版 字数:452 000

2008 年 8 月第一次印刷 印数:1—35 000

定价:39.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题,我社负责调换〈安泰〉)

前 言

量子力学是将物质的波动性与粒子性统一起来的动力学理论.它是在 20 世纪初研究微观粒子运动规律时建立起来的.近几十年来,在不同领域相继发现了宏观量子效应(如超导、超流现象),表明宏观世界的物质运动也遵守量子力学规律,人们所熟识的经典力学规律只是量子力学规律在特定条件下的一个近似.

本书的宗旨是希望为初学者提供一本深入浅出、学以致用入门书.为此,我们作了如下几个方面的努力.

(1) 内容与体系.

第一篇“态与力学量”.从描述客体的方式与经典力学的根本差异出发,通过“量子体系的状态”、“量子体系的力学量”及“量子力学的表述形式”这三章,介绍量子力学如何引入态矢和算符描述量子体系的状态和力学量,以及它们遵循的种种规律和表述方式.

第二篇“定态问题”和第四篇“跃迁问题和散射问题”,主要讨论量子力学要处理的三类实际问题.

第三篇“对称性与不变性”.分别讨论与转动对称性、粒子交换对称性、时空对称性有关的“自旋与角动量”、“全同粒子体系”、“对称性与守恒定律”等问题.

第五篇“量子力学的新进展”.用非常浅显的语言介绍“21 世纪理论物理学三个主旋律”(杨振宁语)之一的“量子力学的相位因子”,介绍量子力学诞生以来爱因斯坦、薛定谔、玻尔关于量子力学基本问题的大论战,以及近 20 多年来依靠实验进行的实证研究,最后介绍由此提出的量子计算机与量子远程通信的基本原理.

(2) 数学与物理.本书对希尔伯特空间和狄拉克符号作了详尽的介绍,熟练掌握这些数学工具是学好量子力学的重要基础.本书特别关注形成量子力学基本假设的一系列重要实验,关注新物理思想形成的探索过程,进而阐明量子力学整个理论是怎样建立起来的,它能解决什么问题,以及怎样解决问题.

(3) 理论与习题.正如众多著名物理学家所指出的那样,理论物理的正确概念只有通过大量计算才能真正学到手,学习的过程是无数次“概念—计算—概念”的交互深化过程.本书配备了丰富的习题(近十万字的习题提示见本书所附光盘),相信这对培养学生独立工作能力的培养和严谨科学作风的形成有所帮助.

(4) 基础与前沿.量子力学作为理论物理的基础课,以介绍它的基本概念、基本规律和基本方法为主.在本书中,我们还将迈纳斯效应、磁通量子化、磁共振、阿哈罗诺夫-博姆效应、贝里相位、EPR 佯谬、贝尔不等式、量子纠缠态、量子非定域

性、量子退相干、量子计算机、量子远程通信等内容引入教材。这对于理解量子力学的基本概念、基本规律和基本方法,对于后续课程的学习,对提高学生的求知欲望,关心自然科学的发展,都是非常有益的。

(5) 本书没有代替读者作“章节小结”的训练。对于刚接触量子力学的读者来说,自己动手作小结也许是非常重要的环节。

著名数学家华罗庚先生曾说过:

“应该怎样学会读书呢?……在对书中每一个问题都经过细嚼慢咽,真正懂得之后,就需要进一步把全书各部分内容串连起来理解,加以融会贯通,从而弄清楚什么是书中的主要问题,以及各个问题之间的关联。这样我们就能抓住统帅全书的基本线索,贯串全书的精神实质。我常常把这种读书过程,叫做‘从厚到薄’的过程。……愈是懂得透彻,就愈有薄的感觉。这是每个科学家都要经历的过程。”

——华罗庚《学·思·锲而不舍》

(6) 为控制本书的篇幅,第五篇及习题提示置于随书赠送的光盘。

(7) 本书的习题详解约 24 万字,需要者请与科学出版社联系。

(8) 本书的课件可于 2008 年秋天供同行参考。

(9) 作者编写的“理论物理学导论”丛书包括:第一卷《数学物理方法》,第二卷《电动力学》,第三卷《量子力学》,第四卷《统计物理学》,将于 2011 年出齐。

本书的顺利出版,得到科学出版社的大力支持,在此表示衷心的感谢。同时还得到华中师范大学教务处、物理科学与技术学院和老教授协会的关心和资助,在此表示深切的谢意。本书初稿完成后,华中师范大学物理系历届基地班郑华、徐悦、叶枫、毛施君、李润泽、雷洁梅、陶仕银、左文文、阮瞩、杜婵、柯谱、王敏、李忻忆、张文娟等同学在繁忙学习之余,对全书的初稿进行了认真细致的校正,并提出了建设性的意见,在此表示衷心的感谢。

在本书初稿的使用过程中,得到华中师范大学和兄弟院校量子力学课的各位任课老师的热情支持,在此表示诚挚感谢!

在本书即将出版之际,我要特别感谢兰州大学物理系汪志诚教授,南京大学天文系汪珍如教授和中国科学院院士、南京大学天文系曲钦岳教授多年来对我的关心和鼓励。

由于作者水平所限,加之时间仓促,谬误之处在所难免,恳请读者批评指正。

汪德新

2008 年 1 月 28 日于武昌桂子山

目 录

前言

第一篇 态与力学量

第 1 章 量子体系的状态	3
1.1 微观物理现象 物理观念的飞跃	3
1.2 波函数的统计解释	15
1.3 态叠加原理	20
1.4 薛定谔方程 概率守恒定律	23
1.5 定态薛定谔方程的解法 一维无限深势阱与线性谐振子	32
第 2 章 量子体系的力学量	43
2.1 力学量平均值的计算 力学量用算符表示	43
2.2 算符的运算规则	48
2.3 厄米算符的本征值与本征函数 力学量的测量值	56
2.4 基本力学量算符的本征函数系	64
2.5 共同的本征函数系 力学量的完全集	75
2.6 不确定性关系	81
2.7 力学量随时间的演化与守恒量 宇称算符	89
2.8 量子力学的基本假设与量子力学的建立	99
第 3 章 量子力学的表述形式	101
3.1 希尔伯特空间 狄拉克符号	101
3.2 态与力学量的表象表示	110
3.3 量子力学公式的表象表示	119
3.4 表象变换	126
3.5 线性谐振子 粒子数表象	132
3.6 薛定谔绘景 海森伯绘景 相互作用绘景	138

第二篇 定态问题

第 4 章 定态问题的严格解	149
----------------	-----

4.1	粒子在一维势场中的运动 隧道效应	149
4.2	粒子在库仑场中的运动 氢原子与类氢离子	161
4.3	粒子在电磁场中的运动 简单塞曼效应	171
第5章	定态问题的近似解	178
5.1	非简并态微扰论 非线性谐振子	178
5.2	简并态微扰论 氢原子的一级斯塔克效应	191
5.3	变分法 氢原子的基态	208

第三篇 对称性与不变性

第6章	自旋与角动量	217
6.1	电子自旋	217
6.2	电子自旋算符与自旋波函数	220
6.3	泡利方程	229
6.4	角动量算符的基本性质	234
6.5	两个角动量的相加 * CG 系数	240
* 6.6	光谱的精细结构	247
* 6.7	复杂塞曼效应(反常塞曼效应)	251
6.8	自旋单态与自旋三重态	254
第7章	全同粒子体系	261
7.1	全同性原理 全同粒子体系的波函数	261
7.2	氦原子 仲氦与正氦	272
* 7.3	超导的 BCS 理论简介	277
第8章	对称性与守恒定律	283
* 8.1	对称变换	283
* 8.2	连续时空变换	285

第四篇 跃迁问题与散射问题

第9章	量子跃迁	293
9.1	量子跃迁与跃迁概率	293
9.2	常微扰、周期性与非周期性微扰能量-时间不确定性关系	298
* 9.3	突发微扰与绝热微扰	304
9.4	光与原子相互作用的半经典理论	313
9.5	磁共振	322

第 10 章 弹性散射	327
10.1 散射截面与散射振幅	327
10.2 分波法	330
10.3 玻恩近似	339
参考书目	345
附录	347
附录 A 傅里叶变换公式	347
附录 B 微分算符在直角坐标系与正交曲线坐标系的公式	347
附录 C 厄米多项式及其数学性质	349
附录 D δ 函数的定义和性质	350
附录 E 三阶完全反对称张量 ϵ_{ijk} (简称 ϵ 符号)	351
附录 F 勒让德多项式, 关联勒让德函数与球函数	352
附录 G 物理常数表(国际单位制)	354
习题答案	356

光盘内容目录

第五篇 量子力学的新进展

第 11 章 量子力学的相位	3
11.1 规范变换 阿哈罗诺夫-博姆效应(AB 效应)	3
11.2 贝里相位	9
第 12 章 量子力学若干基本问题的讨论	15
12.1 密度矩阵 用约化密度矩阵描述测量结果	15
12.2 薛定谔猫 复合量子体系纯态定理与量子纠缠态	22
12.3 EPR 佯谬 贝尔不等式及其实验检验	26
12.4 “走哪条路”实验与量子退相干	31
第 13 章 量子计算机与量子远程通信的基本原理	33
13.1 量子计算机的基本原理	33
13.2 量子通信的基本原理	44
习题提示	48

第一篇 态与力学量

本书主要研究由单个或多个微观粒子组成的量子体系的运动规律. 我们在证实微观粒子具有波粒二重性的实验基础上, 讨论如何描述量子体系的状态和力学量. 正是由于微观粒子的波粒二重性, 对它的描述必然区别于经典力学.

在经典力学中, 一个粒子的状态是由它的坐标和动量来描述的. 如果知道它在初始时刻的坐标和动量, 通过求解牛顿(Newton)方程就可以知道以后任一时刻粒子的坐标和动量, 从而知道粒子的运动轨道和其他一切力学量(如动能、动量、角动量……)的取值. 在经典力学中, 态和力学量是不可分的, 态直接由力学量表示, 态随时间的演化也是用力学量数值随时间的演化来表示的.

在量子力学中, 态和力学量被分开, 态由波函数描述, 力学量用算符来表示. 如果知道粒子在初始时刻的波函数, 通过求解薛定谔(Schrödinger)方程就可以知道以后任一时刻粒子的波函数, 进而利用算符从波函数中提取粒子的各种信息, 例如粒子力学量(如动能、动量、角动量……)的可能取值, 以及力学量取值的概率分布, 等等.

第 1 章讨论量子体系的状态.

在观察和实验的基础上提出关于体系状态(波函数)的假设和关于运动方程(薛定谔方程)的假设, 并给出求解定态薛定谔方程最基本的方法.

第 2 章讨论量子体系的力学量.

通过计算力学量的平均值引入算符表示力学量, 进而提出关于力学量的基本假设. 它给出了利用算符从量子体系的波函数获取量子体系各种信息的方法.

第 3 章讨论量子力学的表述形式.

前两章在量子力学的三个基本假设的基础上, 建立了一个用来研究微观物理问题的理论方案. 第 3 章介绍这一理论在不同表象和不同绘景中的表述形式.

第 1 章 量子体系的状态

量子力学本质上是在科学实验的基础上建立起来的. 一百多年前的微观物理现象显示微观粒子的基本特征是它的波粒二重性. 本章在介绍这些著名实验的基础上, 讨论怎样用波函数描述量子体系的状态, 并通过对实验事实的分析提出态叠加原理, 接着提出波函数随时间变化的规律——薛定谔(Schrödinger)方程, 最后通过一维无限深势阱和线性谐振子两个实例介绍定态薛定谔方程的解法.

1.1 微观物理现象 物理观念的飞跃

19 世纪末叶, 物理学的各个分支已经建立起系统的理论: 经典力学从牛顿三大定律发展为分析力学; 电磁学和光学发展成为麦克斯韦(Maxwell)理论; 热学在建立了以热力学定律为基础的宏观理论的同时, 玻尔兹曼(Boltzmann)和吉布斯(Gibbs)又建立了称为统计物理学的微观理论. 在经典物理学的辉煌成就面前, 有的科学家认为物理学已大功告成了, 正如绝对温标的创始人开尔文(Kelvin)在 1889 年新年贺词中所说的“19 世纪已将物理大厦全部建成, 今后物理学家的任务就是修饰、完美这所大厦了.”

但是, 经典物理学却一直无法解释 19 世纪末到 20 世纪初的若干物理实验. 当时遇到的困难主要是黑体辐射、光电效应、原子光谱的线状结构等等这样一些后来被称为“微观物理现象”的问题.

本节介绍经典物理学遇到的困难, 以及如何解决这些困难并导致物理观念的飞跃.

1.1.1 黑体辐射 普朗克的量子假设

1859 年, 基尔霍夫(Kirchhoff)发现了热辐射定律. 该定律指出: 在给定温度下, 物体的能谱发射率 $\epsilon_\nu(T)$ 与它的吸收系数 $a_\nu(T)$ 之比是与物体的物理性质无关的普适函数

$$\epsilon_\nu(T)/a_\nu(T) = f(\nu, T)$$

式中能谱发射率 $\epsilon_\nu(T)$ 表示物体在给定温度下, 单位时间内从单位面积辐射出单位频率间隔的电磁波能量. 上式表明, 一旦求得 $f(\nu, T)$, 便可由物体的吸收系数 $a_\nu(T)$ 求得该物体的能谱发射率 $\epsilon_\nu(T)$. 因此, 寻找 $f(\nu, T)$ 的函数形式具有重要

意义.

由于照射到黑体上的辐射能被黑体完全吸收,即黑体的吸收系数 $a_\nu(T)=1$. 这样,普适函数 $f(\nu, T)$ 就是黑体的能谱发射率 $\epsilon_\nu(T)$, 而能谱发射率又与该温度下平衡辐射的能量密度(单位体积内,单位频率间隔的辐射能量) ρ_ν 成正比. 因此,寻找普适函数 $f(\nu, T)$ 的问题就转化为寻找黑体辐射在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 范围内的辐射能量密度 $\rho_\nu d\nu$ 了.

1. 黑体辐射的实验定律

自然界没有绝对黑体. 煤烟的吸收系数也只有 95%. 但是,一个比较深的空腔壁上的小孔可以作为黑体的近似. 当光线通过小孔射入空腔以后,光线将在空腔的内表面多次来回反射而被吸收,几乎不可能通过小孔射出. 这样,小孔的吸收系数就可以看作 1,从小孔发出的辐射就可以看作黑体辐射了.

在实验室温度下,任何物体都会发出热辐射. 实验表明:在频率 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间的辐射能量密度 $\rho_\nu d\nu$ 只与空腔的温度 T 有关,而与空腔的形状及其组成物质无关,在 $T = 1500\text{K}$ 时,实验曲线如图 1.1.

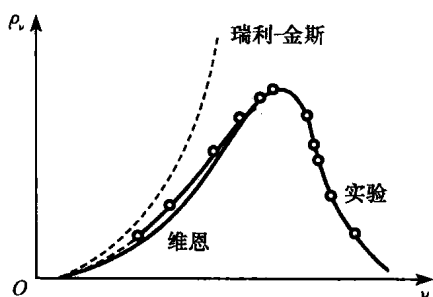


图 1.1

2. 维恩公式与瑞利-金斯公式

为了解释这个实验结果,维恩(Wien)在 1894 年利用电动力学和热力学推出了一个公式(称为维恩公式)

$$\rho_\nu d\nu = c_1 \nu^3 e^{-c_2 \nu/T} d\nu \quad (1.1.1)$$

式中 c_1, c_2 为常数. 除低频部分外,维恩公式与实验曲线符合得很好,见图 1.1.

1900 年,瑞利(Rayleigh)和金斯(Jeans)利用统计物理学和电动力学推出另一个公式(称为瑞利-金斯公式)

$$\rho_\nu d\nu = (8\pi\nu^2/c^3) k_B T d\nu \quad (1.1.2)$$

式中 k_B 为玻尔兹曼常量, c 为真空中的光速.

导出瑞利-金斯公式只有两个步骤:

(1) 电动力学的谐振腔理论已证明:在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间,谐振腔单位体积内可以存在的振动模式数为

$$(8\pi\nu^2/c^3) d\nu \quad (1.1.3)$$

例如,在三边边长分别为 L_1, L_2, L_3 的理想导体谐振腔中,电磁场的边界条件要求波矢的各分量满足

$$k_x = m\pi/L_1, \quad k_y = n\pi/L_2, \quad k_z = p\pi/L_3, \quad m, n, p = 0, 1, \dots$$

这样的一组 $\{m, n, p\}$ 数, 对应着一个可能的波矢 k , 对应着两个可能的振动模式 (因为有两个独立的偏振方向), 据此可以证明(1.1.3)式, 见习题 1.1.1.

(2) 利用玻尔兹曼能量分布律计算振子 (相当于一个振动模式) 的平均能量.

玻尔兹曼能量分布律指出, 振子的能量处于 $\epsilon \rightarrow \epsilon + d\epsilon$ 之间的概率是

$$P(\epsilon) = \frac{e^{-\epsilon/k_B T}}{k_B T} \quad (1.1.4)$$

由此得振子的平均能量为

$$\bar{\epsilon} = \frac{\int_0^\infty \epsilon P(\epsilon) d\epsilon}{\int_0^\infty P(\epsilon) d\epsilon} = \frac{\int_0^\infty \epsilon e^{-\epsilon/k_B T} d\epsilon}{\int_0^\infty e^{-\epsilon/k_B T} d\epsilon} = k_B T \quad (1.1.5)$$

这就是能量均分定理 (在热平衡状态下, 原子的每个振动自由度占有相同的平均能量 $k_B T$).

综合这两点, 在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间的辐射能量密度 $\rho_\nu d\nu$ 等于 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间单位体积内的振动模式数乘以每一振动模式的平均能量 $\bar{\epsilon}$, 即

$$\rho_\nu d\nu = (8\pi\nu^2/c^3) d\nu \cdot \bar{\epsilon} = (8\pi\nu^2/c^3) k_B T d\nu$$

这就是瑞利-金斯公式. 遗憾的是, 瑞利-金斯公式在低频部分与实验曲线符合得较好, 而高频部分不符合, 见图 1.1. 实际上, 利用这个公式计算总辐射能密度导致

$$\int_0^\infty \rho_\nu d\nu = \int_0^\infty (8\pi\nu^2/c^3) k_B T d\nu \rightarrow \infty \quad (1.1.6)$$

这与事实不符, 当时称之为“紫外光的灾难”. 上式之所以发散, 源于积分上限, 与紫外光相对应.

3. 普朗克公式 能量子假设

为了解释黑体辐射现象, 1900 年普朗克 (Planck) 提出另一个公式 (称为普朗克公式)

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu \quad (1.1.7)$$

式中 c 为真空中的光速, h 为普适常量. 根据(1.1.7)式得到的理论计算结果与实验曲线惊人地一致. 普朗克公式的建立仍然可以采取上述的两个步骤 (在历史上, 推导方法比较复杂), 差异仅在于每一振子的平均能量的取值. 如果假定振子的平均能量为

$$\bar{\epsilon} = \begin{cases} k_B T, & \text{当 } \nu \text{ 比较小} \\ 0, & \text{当 } \nu \rightarrow \infty \end{cases} \quad (1.1.8)$$

则“紫外光的灾难”即可避免. 这意味着, 振子的平均能量必然与频率有关.

那么, $\bar{\epsilon}(\nu)$ 应该具有怎样的函数形式呢? 如果不把能量作为连续变量, 而只取离散值 $\epsilon_n = n\epsilon (n=0, 1, \dots)$; 同时考虑到 $\bar{\epsilon}(\nu)$ 依赖于频率, 只要假设 $\epsilon = h\nu$, 并将 (1.1.5) 式的积分改为叠加, 则频率为 ν 的振子的平均能量应为

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n P(\epsilon_n)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(\epsilon_n)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-nh\nu/k_B T}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/k_B T}} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (1.1.9)$$

最后一个等式的证明见习题 1.1.2. 在 ν 很小时应用指数函数展开式的头两项, 在 $\nu \rightarrow \infty$ 时利用洛必达法则, 即可证明 (1.1.9) 式与 (1.1.8) 式一致.

这样, 在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间的辐射能量密度为

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \cdot \bar{\epsilon} = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu \quad (1.1.10)$$

这就是普朗克公式. 至于常数 h , 当时通过理论与实验数据相符而确定为 $h = 6.385 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 称为普朗克常量 (目前的测量值见附录 H).

普朗克成功的关键是认识到振子的能量应取离散值. 他把黑体看作一组连续振动的谐振子, 振子的能量值只能取最小能量单位 ϵ 的整数倍. 于是, 黑体与辐射场交换能量也只能以 ϵ 为单位进行. 由此可见, 黑体吸收或发射电磁辐射能量的方式是不连续的, 只能“量子”式地进行. 每个“能量子”的能量为

$$\epsilon = h\nu = \hbar\omega \quad (\hbar = h/2\pi) \quad (1.1.11)$$

普朗克的“能量子假设”是与经典物理的基本观念根本对立的. 因为经典振子的能量正比于振幅的平方, 而振幅可以连续变化, 所以振子的能量也就可以连续变化. 利用 (1.1.5) 式的积分, 导致能量均分定理. 普朗克抛弃了能量均分定理而代之以能量子假设, 这是对经典物理学的革命性突破, 导致量子论的创立.

遗憾的是, 普朗克在推出这个公式以后的十多年里, 还一直想把量子概念纳入经典理论的框架内. 尽管他采用了许多新的技巧, 但是都没有成功. 后来, 由于他的量子假设在其他问题上取得了巨大的成功, 他才确信这个假设是正确的.

1.1.2 光电效应 爱因斯坦的光量子假设

1. 实验事实与经典理论的困难

1888 年, 赫兹 (Hertz) 在实验中发现, 用紫外线照射火花隙的阴极时, 放电现象较易发生. 直到 1897 年汤姆孙 (Thomson) 发现电子后, 1899 年勒纳德 (Lenard) 用实验证明: 这是由于紫外光照射金属表面时有电子逸出所造成的, 这种现象称为光电效应, 逸出的电子称为光电子.

(1) 当入射光的频率 $\nu \geq \nu_0$ 时, 才有光电子产生 (ν_0 称为截止频率, 与金属的性

质有关);即使光强较弱,光电子也能在 10^{-9}s 内逸出.

(2) 光电子的最大动能与入射光的频率 ν 有关,而与入射光强无关.

(3) 光电子的密度与入射光强成正比.

经典理论无法解释上述结果.按照经典电动力学,在入射光(电磁场)的作用下,电子作强迫振动,不断积聚能量.只要光照的时间足够长,电子必能从金属表面逸出,不应受 $\nu \geq \nu_0$ 的限制.而且,当入射光强较弱时,积聚能量需要较长的时间,电子不可能在 10^{-9}s 内逸出.其次,光电子的最大动能应决定于入射光的振幅而不是频率.

2. 光量子概念的提出与普朗克-爱因斯坦关系式

1905年,爱因斯坦(Einstein)为了解释光电效应,在普朗克能量量子假设的基础上,提出了光量子的概念.他认为,不仅黑体与辐射场的能量交换是量子化的,而且辐射场本身就是由光量子(即光子)组成的,每个光子均以光速 c 运动.频率为 ν 的光波,其光子的能量和动量分别为

$$E = h\nu = \hbar\omega \quad (1.1.12)$$

$$p = E/c = \hbar\omega/c = \hbar k \quad (1.1.13)$$

式中 $E = pc$ 来自相对论的质能关系式 $E^2 = \mu_0^2 c^4 + p^2 c^2$ (光子的静质量 $\mu_0 = 0$). 设 $\boldsymbol{n}$ 为光子运动方向上的单位矢量,引入波矢 $\boldsymbol{k} = k\boldsymbol{n}$, 则(1.1.13)式可写成矢量形式

$$\boldsymbol{p} = p\boldsymbol{n} = \hbar k\boldsymbol{n} = \hbar \boldsymbol{k} \quad (1.1.14)$$

公式(1.1.12)和(1.1.14)称为普朗克-爱因斯坦关系式.

3. 爱因斯坦方程及其对光电效应的解释

现在,利用普朗克-爱因斯坦关系式计算光电子逸出金属后的最大动能.当金属受到频率为 ν 的光照射时,金属中的束缚电子即可吸收光子而获得能量 $h\nu$ (两个或多个光子同时被一个电子吸收的概率极小).若光子的能量 $h\nu$ 大于电子挣脱金属束缚所需要的能量 W_0 (称为脱出功)时,则光电子逸出金属后的最大动能为

$$\frac{1}{2}\mu_e v^2 = h\nu - W_0 = h(\nu - \nu_0) \quad (1.1.15)$$

式中 μ_e 是光电子质量, $\nu_0 = W_0/h$ 就是截止频率,上式称为爱因斯坦方程.

利用爱因斯坦方程很容易解释光电效应的实验结果:

(1) 当 $\nu < \nu_0$ 时,无论光强有多强,电子都不能逸出金属表面;而当 $\nu > \nu_0$ 时,无论光强多微弱,光电效应也能出现.

(2) 爱因斯坦方程表明,光电子的最大动能与入射光的频率 ν 有关,而与入射光强无关.

(3) 光电子的密度应正比于入射光子的密度,即正比于入射光强.

爱因斯坦的光量子假设成功地解释了光电效应.但是开始并没有得到所有科

学家的赞同. 密立根(Millikan)为了否定爱因斯坦方程, 整整花了九年时间设计了更加精密的装置, 竟于 1914 年用实验完全证实了这个方程. 密立根由这个实验测得的 h 值 $6.57 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 与普朗克的 h 值 ($6.385 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$) 非常接近, 测量值来自不同实验, 这为当时确立量子论的地位具有十分重要的意义.

1.1.3 康普顿效应 光的波粒二重性

1. 实验事实

1923 年, 康普顿(Compton)用 X 射线入射到碳或石墨的靶上, 发现散射后 X 射线的波长随散射角的增加而增大, 这个现象称为康普顿效应.

按照经典电动力学, 电磁波被散射后仅改变其传播方向而不改变频率, 故经典理论无法解释康普顿效应.

2. 光子说的解释

康普顿按照光子假设, 把散射过程看作光子与自由电子的碰撞过程, 利用能量守恒和动量守恒定律, 得到与实验一致的结果, 从而进一步证实了光具有粒子性.

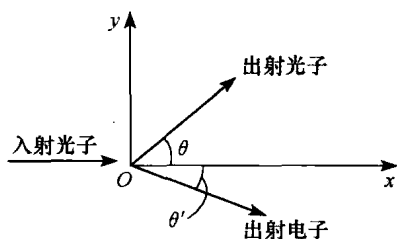


图 1.2

设碰撞前电子静止, 取 x 轴沿光子入射的方向; 碰撞后, 光子沿 θ 方向射出, 电子的速度为 v , 反冲角为 θ' , 见图 1.2.

由能量守恒定律, 可得

$$\hbar\omega + \mu_0 c^2 = \hbar\omega' + \frac{\mu_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (1.1.16)$$

动量守恒定律沿 x 方向和 y 方向的投影分别为

$$\frac{\hbar\omega}{c} + 0 = \frac{\hbar\omega'}{c} \cos\theta + \frac{\mu_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \cos\theta' \quad (1.1.17)$$

$$0 = \frac{\hbar\omega'}{c} \sin\theta - \frac{\mu_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \sin\theta' \quad (1.1.18)$$

由这三个方程消去 v 及 θ' , 可得(详见习题 1.1.3)

$$\begin{aligned} \omega - \omega' &= \frac{\hbar\omega\omega'}{\mu_0 c^2} (1 - \cos\theta) = \frac{2\hbar\omega\omega'}{\mu_0 c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ \Delta\lambda &= \lambda' - \lambda = \frac{2\pi c}{\omega\omega'} (\omega - \omega') = \frac{4\pi\hbar}{\mu_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (1.1.19)$$

由(1.1.19)式可见, 散射波的波长 λ' 随 θ 的增加而增大, 与实验结果完全符合. 此外, 当 $\theta = \pi$ 时, $\Delta\lambda$ 取最大值 $\Delta\lambda = 4\pi\hbar/\mu_0 c = 4.86 \times 10^{-10} \text{ cm}$, 它与入射光的波长无关. 对于实际测量来说, $\Delta\lambda/\lambda$ 越大越容易测量, 所以康普顿效应均采用波长比可见