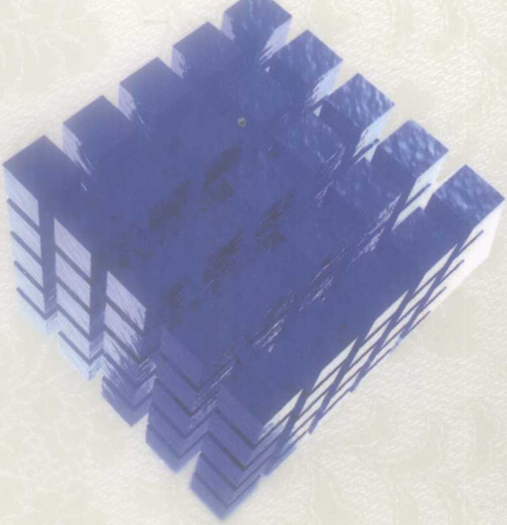
自然科学史丛书

SHIJIESHUXUESHI

世界数学史

杜石然　孔国平／主编



吉林教育出版社

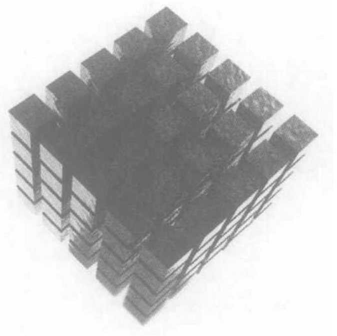
自然科学史丛书

SHIJIESHUXUESHI

世界数学史

杜石然　孔国平／主编

中国科学技术大学
图书馆藏



吉林教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

世界数学史/杜石然,孔国平主编.—2版.—长春:吉林教育出版社,2009.5

(自然科学史丛书)

ISBN 978-7-5383-5346-4

Ⅰ.世… Ⅱ.①杜…②孔… Ⅲ.数学史-世界 Ⅳ.011

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第036793号

世界数学史	杜石然　孙国平　主编

策划编辑　王　新

责任编辑　郎迪新　　　**封面设计**　王　康

出版　吉林教育出版社(长春市同志街1991号　邮编　130021)

发行　吉林教育出版社(www.jleph.com)

印刷　长春新华印刷有限公司

开本　880×1230毫米　1/32　　18.75印张　字数　487千字

版次　2009年5月第2版　　2009年5月第2次印刷

定价　38.00元

序　　言

20世纪初，法国著名科学家普恩凯莱(H. Poincare，1854—1912)就曾说过："如果我们想要预见数学的将来，适当的途径是研究这门科学的历史和现状。"而了解数学的历史，不仅对有志于数学研究的人员来说是十分重要的，就是对高、中、初级各类学校中的数学教育工作者以及更为广大的数学爱好者来讲，其重要意义都是显而易见的。

长时期以来，我国的数学史工作者，他们的大部分工作，多是属于中国古代数学史方面的。而对于世界数学史的研究工作，相对讲来，起步较晚，数量较小。20世纪90年代后，这种情况才稍有改变。

本书作者有鉴于此，不揣冒昧，组织起来进行工作。其结果，就是呈现在读者面前的这部著作。

在本书中，并没有把中国与外国并列，而是把中国数学放到世界数学之中去写的。宋元数学代表了当时世界数学的较高水平，所以列专章论述；清代数学相对落后，有价值可入史册者，也列入有关章节适当介绍。

全书基本上按时间顺序编排，但也考虑到地区和学科。古代数学成果曾先后集中在几个地区，故以地区分章；而现代数学的发展多呈以学科为系统的发展形式，故现代数学多以学科分章或分节。

本书于1996年出版，以其学术较为严谨和论述较为全面而受到数学教育工作者的欢迎，不久便售罄。近年来，数学史被列入新的《数学课程标准》，教师需要这样一部简明的可作为教材的著作。

而且十余年来，数学有了新的发展，本书作者在各自的研究领域也取得了一些新成果。吉林教育出版社审时度势，决定重新出版此书，与两位主编沟通后，可谓一拍即合。几个月来，本书的所有作者，不管身在国内还是国外，都对自己执笔的部分进行了认真的修改和补充。

本书的选题、组织的最初工作是由杜石然负责的。各章节的执笔分工如下：张贵新，第一、二、三章；孔国平，第四、八、九、十、十一章；杜瑞芝，第五、六、七章；张祖贵，第十二、十三章；胡作玄，第十四章中的第一节至第四节；张奠宙，第十四章第五节。

全书的统纂工作，是由孔国平完成的。中国科学院数学研究所李文林研究员协助审阅了本书的第九、十、十一章，中国科学院自然科学史研究所刘钝研究员协助审阅了第四、八章。他们都提出了有益的修改意见。

辽宁师范大学的梁宗巨教授、王青建教授为本书提供了数学家的肖像和图影。

吉林教育出版为本书出版做了大量的工作。

凡此种种，在此一并致谢。

虽经各位作者尽心努力，由于资料、水平所限，疏漏谬误之处在所难免，敬请各位读者批评指正。

杜石然

2008 年 6 月于渥太华

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　　录

第一章 埃及数学

第一节 埃及数学产生的背景及研究依据

埃及是数学古国，被人们认为是数学产生的最早国家之一，因此，在研究数学历史的时候，必须提及埃及的数学。

对埃及数学的产生，学者们曾有过各种不同的看法，例如，希腊的逻辑学家亚里士多德(Aristotelēs，公元前384—前322)在其《形而上学》一书中指出："之所以在埃及能够产生数学，是受到上帝的恩赐。"对此，恩格斯在《反杜林论》中明确指出："数学是人的需要中产生的，是从丈量土地和测量容积，从计算时间和制造器皿产生的。"事实上，埃及的数学产生，符合恩格斯的精辟阐述。

一、埃及数学产生的社会背景

埃及位于尼罗河岸，岸边土地肥沃，素称"世界大沙漠中的绿洲"。那里的人们依靠良好的地理环境创造了人类历史上灿烂的文明。埃及在古代分为两个王国，夹在两个高原中间的狭长谷地，叫做上埃及，处于尼罗河三角洲的地带叫做下埃及。这两个王国经过长时期的斗争，在公元前3200年实现了统一，并建都于下游的孟斐斯(Memphis)。

尼罗河经常泛滥，淹没良田。在地界被冲刷的情况下，统治者要按不同数量征粮征税，这样，必须重新丈量土地。实际上，埃及的几何学就起源于此。希腊的历史学家希罗多德(Herodotos，约公元前484—约前425)在《历史》(Herodoti Historiae)一书中，明确指

出："塞索特拉斯(Sesostris)①在全体埃及居民中间把埃及的土地作了一次划分。他把同样大小的正方形土地分给所有的人，并要求土地持有者每年向他缴纳租金，作为他的主要税收。如果河水泛滥，国王便派人调查并测量损失地段的面积。这样，他的租金就要按照减少后的土地的面积来征收了。我想，正是由于有了这样的做法，埃及才第一次有了几何学，而希腊人又从那里学到了它。"希腊数学家德谟克里特(Dēmocritos，约公元前 460—约前 370)也曾指出："我不得不深信，几乎埃及人都会画证明各种直线的图形，每个人都是拉绳定界的先师。"所谓拉绳定界的先师(harpedonaptai)大概是指以拉绳为主要工具的测量师。

埃及人为了发展农业生产，必须注意尼罗河的泛滥周期，在实践中，积累了许多天文知识和数学知识。譬如，他们注意到当天狼星和太阳同时出没之时，就是尼罗河洪水将至之兆。他们把天狼星的两个清晨上升的间隔当做一年，它包含 365 天，把一年分成 12 个月，每个月是 30 个昼夜。并逐步摸索出用日晷来测量时间。大约在公元前 1500 年，埃及人就已经使用了水钟——漏壶，它是底部有洞的容器。把这个容器灌满水，水从下面的孔里流完的这段时间作为计算时间的单位。所有这些都蕴含了计算。

建造著名的金字塔，可推知是公元前四五千年前的事。根据现代学者对其结构、形状的研究，可推测古代埃及人掌握了一定的几何知识，致使金字塔底边的长度的误差仅仅是 1.6 厘米，是其全长的$\frac{1}{14000}$，基底直角的误差只有 12″或直角的$\frac{1}{27000}$。金字塔的四个面正向着东南西北，底面正方形两个边与正北的偏差，一个仅仅是 2′30″，一个是 5′30″。这类的实际建筑，推动了埃及数学计算的发展。

① 希腊人把古埃及第十九王朝的法老(国王)，拉美西斯二世(Ramses Ⅱ，约公元前 1300 年)叫做 Sesostris。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

综上，社会的生产、生活的实际需要，促使埃及数学的产生与发展。

二、研究埃及数学的依据

埃及人创造出了几套文字，其中一套是象形文字。“象形文字”这个词源于希腊文，意思是神圣的文字。直到基督降生的年代，埃及在纪念碑文和器皿上还刻有象形文字。自公元前 2500 年左右起，开始使用象形文字的缩写，称做僧侣文(hieratic writing)。

(一)兰德纸草书

埃及的数学原典就是用象形文字书写而成，其中，对考察埃及数学有重要价值的是“兰德纸草书”，这部纸草书[①]是在埃及古都——底比斯(Thebes)的废墟中发现的。1858 年由兰德(A. H. Rhind)购买，尔后，遗赠给伦敦大英博物馆。因此，叫做兰德纸草书。这部纸草书长约 550 厘米、宽 33 厘米，摹本出版于 1898 年。

这部纸草书是根据底比斯人统治埃及时(约公元前 1800 年以后)写成的，著者阿梅斯(Ahmes)曾写道，此书是根据埃及王国时代(公元前 2000—前 1800)的材料写成的[②]。

这部纸草书的出现，对埃及的文化产生了重要影响，对数学的发展和传播起到了一定的作用，使埃及数学产生与发展的史实得到了充分的认证。阿梅斯认为，这是一部“洞察一切事物的存在，彻底研究一切事物的变化，揭示一切秘密……”的经典。实际上，此书只是传授“数”的秘密和分数计算。全书分成三部分，一是算术；二是几何；三是杂题。共有 85 题。记载着埃及人在生产、生活中

① 纸草是盛产在尼罗河三角洲的一种水生植物，形状像芦苇，把茎逐层撕成薄片，就可以写字。

② [日]村田全、佐藤勝造译，《数学の黎明》，P. 4。

遇到的实际问题。例如，对劳动者酬金的分配；面积和体积的计算；不同谷物量的换算等等。其中，也含有纯数学知识问题。例如，分数的难题计算等等。

(二)莫斯科纸草书

记载着古埃及数学的另一部古典书籍是莫斯科纸草书，此书是由俄罗斯收藏者于 1893 年获得的。约 20 年后，即 1912 年转藏于莫斯科图书馆[①]。这部纸草书长约 550 厘米、宽 8 厘米，共记载着 25 个问题。由于卷首遗失，书名无法考证。俄罗斯历史学家古拉叶夫（Б. А. Гураев，1868—1920）于 1917 年和斯特卢威(В. В. Струве，1891—1964)于 1930 年对莫斯科纸草书进行了研究，后者完成了出版工作，对研究埃及数学提供了佐证材料，同时对进一步研究埃及的数学提供了方便。

总之，研究埃及数学主要是依据如上两部书，当然，也可能还有其他的有关资料，有待于进一步发现与考证。

第二节　埃及数学的主要内容

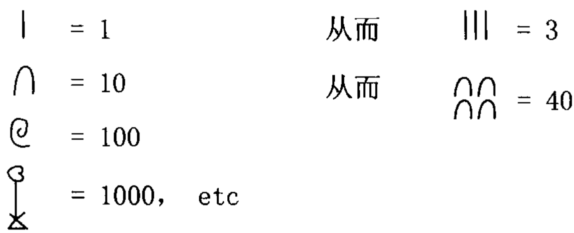
根据埃及纸草书的记载，古埃及人对算术、代数、几何等数学知识已经有了初步认识，并能做简单的应用。现简要介绍如下：

一、算术

埃及人所创建的数系与罗马数系有很多相似之处，具有简单而又纯朴的风格，并且使用了十进位制，但是不知道位值制。

埃及人是用象形文字来表示数的，例如：

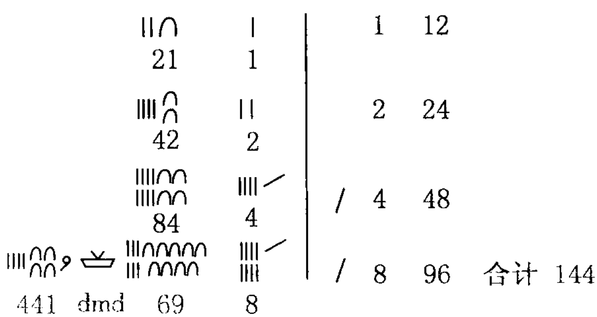
① [日]小堀宪《物语数学史》中写道，莫斯科纸草书现保存在普希金博物馆。



根据史料记载，上述象形文字似乎只限于表示 10^7 以前的数。由于是用象形文字表示数，进行相加运算是很麻烦的，必须要数“个位数”、“十位数”、“百位数”的个数。但在计算乘法时，埃及人采取了逐次扩大 2 倍(duplication)的方法，运算过程比较简便。

乘法：埃及人采用反复扩大倍数的方法，然后将对应结果相加。例如兰德纸草书(希特版)第 32 页，记载着 12×12 的计算方法，是从右往左读的。右边用现代数字表示，这就是倍增法(duplatio)。

由下表可知，计算的方法是把 12 依次扩大 2 倍，那么 12×12 为 12 的 4 倍加上 12 的 8 倍，恰是 12 的 12 倍，并把要加的数在右侧(现代阿拉伯数字在左侧)标记斜线，算得结果 144。



在更早的时期，埃及人也曾采用“减半法”来计算乘法。首先是将一乘数扩大 10 倍，然后再计算 10 倍的一半。例如纸草书(卡芬版)第 6 页，计算 16×16，是按如下方法计算的，即减半法(mediatio)。

/ 1	16
/ 10	160
/ 5	80
合计	256

这种乘法的计算方法是古代人计算技能的基础，是非常古老的方法。希腊时期的学校曾讲授过埃及人的计算方法，到了中世纪，还讲授"倍增法"和"减半法"。

除法：埃及人很早就认识到除法是乘法的逆运算，并蕴含在实际计算之中。例如，计算 1120÷80（见兰德纸草书第 69 页）。

1	80
/ 10	800
2	160
/ 4	320
合计	1120

以上求解的基本思路是 10 倍的 80 加 4 倍的 80，恰好是 1120，即 1120 中含有 14 个 80。

分数：古埃及人对分数的记法和计算都比现在复杂得多，广泛使用单位分数是埃及数学一个重要而有趣的特色。例如，他们把 $\frac{2}{3}$ 理解为"二个部分"，并且把能使"二个部分"变成整体的部分叫做"第三部分"。例如：

"二个部分"即 $\frac{2}{3}$——"第三部分"即 $\frac{1}{3}$

"三个部分"即 $\frac{3}{4}$——"第四部分"即 $\frac{1}{4}$

这样，通过二个部分与第三部分；三个部分与第四部分的结合来表示出一个整体。现在的西欧，有时也用第三(third)、第四(fourth)、第五(fifth)等语言来表达三分之一、四分之一这类分数的含义。按此规律理解，五分之一可认为是与四个部分结合成一个

整体的第五部分。从语言的角度，五分之二（two fifths）就无法表达了。

随着分数范围的不断扩大，计算方法的不断改进，埃及人用“单位分数”（分子是 1 的分数）来表示分数：

 $= \frac{1}{5}$  $= \frac{1}{12}$

对一般分数则拆成“单位分数”表示[1]。例如，（用现代符号表示）

$$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15} \qquad \frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$$

$$\frac{3}{8}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$$

二、代数

在兰德纸草书中，因为求含一个未知量的方程解法在埃及语中发“哈喔”（hau）音，故称其为“阿哈算法”。

“阿哈算法”实际上是求解一元一次方程式的方法。兰德纸草书第 26 题则是简单一例。用现代语言表达为：

“一个量与其$\frac{1}{4}$相加之和是 15，求这个量。”

埃及人是按照如下方法计算的：

把 4 加上它的$\frac{1}{4}$得 5，然后，将 15 除以 5 得 3，最后，将 4 乘以 3 得 12，则 12 即是所求的量。

这种求解方法也称“暂定前提”（false assumption）法，即：首先，根据所求的量而选择一个数。在兰德纸草书第 26 题中，选择

① 要注意拆成单位分数，其表示法是不唯一的。如，$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$，也可写成$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{20}+\frac{1}{60}$。

了4。因为4的$\frac{1}{4}$是容易计算的，然后，按照上面步骤进行计算。

实际上，这个问题用列方程的方法很容易计算。设所求量为x，则：

$$x+\frac{1}{4}x=15。$$

解之得：$x=12$。

在用“阿哈算法”求解的问题中，也含有求平方根的问题，柏林纸草书中有如下的问题：

“如果取一个正方形的一边的$\frac{3}{4}$（原文是$\bar{2}+\bar{4}$）为边做成新的正方形，两个正方形面积的和为100，试计算两个正方形的边长。”

不妨从“暂定的前提”出发，首先取边长为1的正方形，那么另一个正方形的边长为$\frac{3}{4}$，自乘得$\frac{9}{16}$，两个正方形面积的和为$1+\frac{9}{16}$，其平方根为$1+\frac{1}{4}$，已知数100的平方根为10，而10是$1+\frac{1}{4}$的8倍。原文残缺不全，其结果是容易推测的，即：$1\times8=8$，$\frac{3}{4}\times8=6$，即两个正方形的边长分别为8和6。

如果列成现代的方程式求解，是很简单的。

设一个正方形边长为x，则另一正方形边长为$\frac{3}{4}x$，依题意列方程为：

$$x^2+\frac{9}{16}x^2=100。$$

解之得：$x=8$，$\frac{3}{4}x=8\times\frac{3}{4}=6$，

所以，两个正方形的边长分别为8和6。

埃及人对“级数”也有了简单的认识，在纸草书中，用象形文字写出一列数7，49，343，2401，16807，并与之对应一列词：“图

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com