



高等院校精品课程系列教材 ● 省级

JINGPIN
KECHENG

信号与系统 上册

——信号分析与处理

主编 程耕国



附赠电子教案
配有精品课程网站



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

高等院校精品课程系列教材

信号与系统 上册

——信号分析与处理

主 编 程耕国
副主编 吴 谨 陈华丽 熊 凌
尉 宇 刘毅敏



机械工业出版社

本书根据当前信息和电子技术的发展,结合高校教学改革的形势和要求,综合近10年来的教学实践,整合原“信号与系统”和“数字信号处理”两门课程的教学内容精心编写而成。

本书全面系统地论述了信号与系统的基本理论和基本分析方法,按照先信号后系统、先连续后离散、先时域后频域的顺序,分上、下两册,共12章。上册讲述信号分析与处理,下册讲述系统分析与综合。上册的具体内容是:绪论、信号及信号的时域分析、时域连续信号的频域分析、时域连续信号的复频域分析、时域离散信号的频域分析、离散傅里叶变换和快速傅里叶变换。

本书可作为普通高等学校电气信息类专业本科生的教材使用,也可作为科技人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统 上册——信号分析与处理/程耕国主编.
—北京:机械工业出版社,2009.2
(高等院校精品课程系列教材)
ISBN 978-7-111-26030-1

I. 信… II. 程… III. ①信号系统-高等学校-教材
②信号分析-高等学校-教材③信号处理-高等学校-
教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第001945号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)
责任编辑:李馨馨 版式设计:张世琴
责任校对:程俊巧 责任印制:邓博
北京京丰印刷厂印刷
2009年2月第1版·第1次印刷
184mm×260mm·12印张·295千字
0 001—4 000册
标准书号:ISBN 978-7-111-26030-1
定价:22.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换
销售服务热线电话:(010) 68326294
购书热线电话:(010) 88379639 88379641 88379643
编辑热线电话:(010) 88379739
封面无防伪标均为盗版

前 言

21 世纪科学技术的发展对信息技术教育提出了更高的要求，作为信息技术教育的重要课程，“信号与系统”和“数字信号处理”的教学得到了业界高度的重视。

由于“信号与系统”和“数字信号处理”是电子信息类本科生必修的主干课程，其教学内容在理论和实践上有着密切的内在联系。本书是在总结长期的教学经验和吸纳同类教材优点的基础上，对“信号与系统”和“数字信号处理”两门课的内容进行了归纳、整合而成的。该书集这两门课程的精华于一体，去掉了以往两本教材中的重叠部分，加强了重点部分，通过有机整合，科学地构建了新的课程体系。具体来说，有以下 4 个特点：

1. 在教材内容的组织上，将原有的《信号与系统》、《数字信号处理》两本教材进行重新梳理，归纳出信号分析→信号处理→系统分析→系统综合这样一条主线。如果在《信号与系统》中将信号和系统并行来写，再把离散信号与系统放到数字信号处理中写，这样两本书中就难免有重复部分，导致每本书在一个学期都难以完成。本书分为上、下两册，上册讲信号分析与处理（共 5 章），从物理意义和数学表达方面对各种信号进行了详尽的分析；下册讲系统分析与综合，以系统综合为目的，阐述了系统的分析和设计，使读者通过学习，掌握对实际信号进行数字分析、处理的方法。学生上一学期学信号，下一学期学系统，所学知识连贯，一气呵成。由于信号与系统、数字信号处理在同一套教材中，符号统一，变量的名称统一，学生不易混淆。

2. 在教材体系上，本教材配备了同步的实践教程。学生在学习理论的同时，通过加强实践，能够对知识理解得更透彻。实践教程既有基础的验证性实验，又有综合性、设计性实验，从而全面提高学生的动手实践能力。本教材还精心选编了大量的例题和习题，使之与正文有机结合，有利于培养学生分析问题和解决问题的能力。

3. 在辅助工具上，注重计算机仿真软件的运用，从根本上将学生从简单的习题计算转移到基本概念、基本原理和基本方法的理解和应用上，提高学习效率和效果。实践教程引入了具有强大计算功能的 Matlab 软件，给出了很多问题的 Matlab 求解方法。

4. 考虑到大学电类不同专业对信号与系统方面知识要求的不同，为适应不同的教学要求和教学计划，便于对本教材内容进行剪裁，本教材内容的安排既注重了课程体系的连贯性，又保持了一定的独立性，同时，在内容上注重与时俱进，将当前先进的信息和通信技术引入本教材。

本书可作为电类各专业“信号与系统”课程的教材，也可供从事信息获取、转换、传输、处理、信息系统等领域工作的研究生、教师和广大科技工作者参考。

本书由程耕国主编和统稿，程耕国撰写了绪论和第 1 章，尉宇撰写了第 2 章，熊凌撰写了第 3、8 章，陈华丽撰写了第 4、9 章，刘毅敏撰写了第 5 章，徐望明撰写了第 6 章，吴谨撰写了第 7 章，李娟撰写了第 10 章，盛玉霞撰写了第 11 章，朱磊撰写了第 12

IV

章。清华大学自动化系教授、博士生导师萧德云教授审阅了本教材的目录并提出了宝贵的修改意见，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中可能有不少疏漏和差错，敬请读者不吝赐教。

读者可在 www.cmpedu.com 下载本书配套的电子教案。本书配有精品课程网站，网址为 <http://jwc.wust.edu.cn/ec/C3/Course/Tindex.htm>。

编者

目 录

前言	
绪论	1
第1章 信号及信号的时域分析	4
1.1 信号及信号的分类	4
1.1.1 连续信号与离散信号	4
1.1.2 确定信号与随机信号	6
1.1.3 周期信号与非周期信号	6
1.1.4 能量信号与功率信号	8
1.1.5 实信号与复信号	9
1.2 常用信号及其性质	10
1.2.1 常用连续信号及其性质	10
1.2.2 常用离散信号及其性质	16
1.3 信号的基本运算	18
1.3.1 信号的相加和相乘	18
1.3.2 信号的平移	18
1.3.3 信号的尺度变换与反转	18
1.3.4 信号的时域分解	19
1.3.5 信号的卷积积分与卷积和	20
1.4 小结	29
1.5 习题	30
参考文献	32
第2章 时域连续信号的频域分析	33
2.1 信号的正交分解	33
2.1.1 正交函数集	33
2.1.2 信号的正交分解	35
2.2 周期信号的频谱分析—— 傅里叶级数	36
2.2.1 三角形式的傅里叶级数	36
2.2.2 指数形式的傅里叶级数	38
2.2.3 信号的性质与傅里叶系数 之间的关系	40
2.2.4 周期信号的频谱	42
2.3 非周期信号的频谱分析—— 傅里叶变换	48
2.3.1 傅里叶变换的定义	48
2.3.2 傅里叶变换的物理意义——频谱 和频谱密度函数	50
2.3.3 常用信号的傅里叶变换	51
2.4 傅里叶变换的基本性质	60
2.4.1 线性	60
2.4.2 奇偶性	61
2.4.3 对称性	63
2.4.4 时移特性	65
2.4.5 频移特性	66
2.4.6 尺度变换特性	68
2.4.7 时域微分	70
2.4.8 时域积分	71
2.4.9 频域微分	74
2.4.10 频域积分	74
2.4.11 时域卷积定理	75
2.4.12 频域卷积定理	76
2.4.13 帕塞瓦尔定理	76
2.5 周期信号的傅里叶变换	78
2.5.1 正、余弦信号的傅里叶变换	78
2.5.2 一般周期信号的傅里叶变换	78
2.6 时域采样定理	81
2.6.1 信号的采样	81
2.6.2 时域采样定理	82
2.6.3 信号的恢复	86
2.7 小结	87
2.8 习题	88
参考文献	91
第3章 时域连续信号的复频 域分析	92
3.1 拉普拉斯变换	92
3.1.1 拉普拉斯变换的定义	92
3.1.2 拉普拉斯变换的收敛域	93
3.1.3 常用信号的拉普拉斯变换	94
3.2 拉普拉斯变换的基本性质	96
3.2.1 线性	96
3.2.2 尺度变换	96
3.2.3 时移特性	97

3.2.4 复频移特性	98	拉普拉斯变换、傅里叶	
3.2.5 时域卷积定理	99	变换的关系	134
3.2.6 复频域卷积定理	100	4.4.1 z 变换与拉普拉斯变换	
3.2.7 时域微分特性	100	的关系	134
3.2.8 时域积分特性	101	4.4.2 z 变换和傅里叶变换的	
3.2.9 复频域微分特性	104	关系	136
3.2.10 复频域积分特性	104	4.5 时域离散信号的傅里叶	
3.2.11 初值定理	105	变换	137
3.2.12 终值定理	106	4.5.1 序列傅里叶变换的定义	137
3.3 拉普拉斯反变换	107	4.5.2 序列傅里叶变换的性质	138
3.3.1 查表法	107	4.6 周期序列的离散傅里叶级数及	
3.3.2 部分分式展开法	109	其傅里叶变换	143
3.4 拉普拉斯变换与傅里叶变换		4.6.1 周期序列的离散傅里叶级数	143
之间的关系	112	4.6.2 DFS 的性质	144
3.5 小结	115	4.6.3 周期序列的傅里叶变换	145
3.6 习题	115	4.7 小结	147
参考文献	116	4.8 习题	148
第4章 时域离散信号的频域分析	117	参考文献	151
4.1 序列的 z 变换	117	第5章 离散傅里叶变换和快速傅里	
4.1.1 z 变换的定义	117	叶变换	152
4.1.2 几种序列的 z 变换及其收敛域	118	5.1 离散傅里叶变换	152
4.2 z 反变换	122	5.1.1 离散傅里叶变换的定义	152
4.2.1 幂级数展开法	122	5.1.2 DFT 与序列傅里叶变换、	
4.2.2 部分分式展开法	123	z 变换的关系	153
4.2.3 留数法	125	5.1.3 离散傅里叶变换的基本性质	154
4.3 z 变换的性质和定理	128	5.2 频域采样定理	161
4.3.1 线性	128	5.3 快速傅里叶变换	164
4.3.2 序列的移位	128	5.3.1 FFT 算法的基本思想	164
4.3.3 z 域尺度变换	128	5.3.2 按时间抽取的基 2FFT 算法	166
4.3.4 序列的反转	128	5.3.3 按频率抽取的基 2FFT 算法	172
4.3.5 复序列的共轭	129	5.3.4 快速傅里叶反变换	174
4.3.6 序列的线性加权	129	5.4 FFT 的应用举例	175
4.3.7 初值定理	129	5.4.1 利用 FFT 计算线性卷积	175
4.3.8 终值定理	129	5.4.2 利用 FFT 对信号进行谱分析	178
4.3.9 时域卷积定理	130	5.5 小结	182
4.3.10 复卷积定理	130	5.6 习题	182
4.3.11 帕塞瓦尔定理	133	参考文献	185
4.4 序列 z 变换与时域连续信号			

绪 论

在科学技术快速发展的今天，信息对人类而言越来越重要。人们在生产、生活实践中，获得的信息的具体物理形态千差万别，通常人们把信息的具体表现形式称为信号，或者说，信息是信号包含的内容。信号不同的物理形态并不影响其所包含的信息内容，且不同物理形态的信号之间可以相互转换。根据物理量的不同特性，可把信号区分为声信号、光信号、电信号等不同类别。在数学上，信号可以描述为一个或多个独立变量的函数，本书许多地方，信号与函数通用。一个实用的信号除用解析式描述外，还可用图形、测量数据或统计数据描述。在各种信号中，电信号是一种最便于传输、控制与处理的信号。同时，在实际应用中，许多非电信号常可通过适当的传感器转换成电信号。因此，研究电信号具有重要意义。本书只讨论一维电信号。并且，一般都把信号的自变量设为时间 t 或序号 n 。

信号是传输和处理的对象，为了快速、准确地获得信息，就必须研究最有效地传递信息和最可靠地交换信息的手段。这就涉及到对原始信号进行加工、传递和接收的技术方法。首先人们要掌握精确表述信号的方法，能够找出不同信号的特征，才能对它进行处理。所谓信号处理就是把一个信号变换为另一个信号的过程。

信号在传输的过程中，常常要借助“系统”。所谓系统是指相互依赖、相互作用的若干事物组成的具有特定功能的整体。它广泛存在于自然界、人类社会和工程技术等各个领域，如通信系统、交通运输系统、生产管理系统等都是由相互联系的若干部分构成的有特定功能的整体。本书重点讨论通信、信号处理等领域中的电子信息系统。

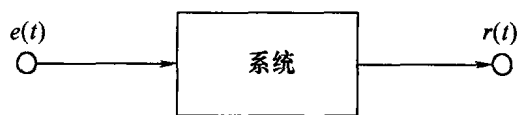


图 0-1 信号与系统

信号与系统的概念总是紧密相关的。人们通常把施加于系统的信号称为系统的输入信号，由此产生的信号统称为系统的输出信号，输入信号在系统的“加工”、“处理”下，产生新的信号输出，如图 0-1 所示。

图 0-1 中， $e(t)$ 为输入信号，或称为激励， $r(t)$ 为输出信号，或称为响应。所有的信号与系统问题可用图 0-1 的框图表示。信号和系统的上述关系就形成了所谓的“信号与系统”问题，它极为广泛地存在于各种工程和科学领域中。这类问题的广泛性，形成了信号与系统学科。

例如图 0-2 所示的通信系统，它由发送设备、传输信道和接收设备三部分组成。发送设备将被传送的消息转换成便于传输的电信号，在接收设备中将电信号还原成消息。发送设备与接收设备之间由信道沟通。

从图 0-2 可以看出，系统是为信号服务的，是为了处理信号使之达到某些特定的目的而设置的。人们不能脱离信号来讨论系统，也不能脱离处理功能来分析系统，这就是信号、系统与信号处理之间不可分割的内在联系。不同工程和科学领域中的信号与系统问题还有各自的特殊性，有各种专门的研究和分析方法，通信、信号处理、自动化技术是信号与系统概

念、理论和方法应用的主要领域，所以书中的应用实例大都涉及的是通信、信号处理和控制系统问题。但本书介绍的信号与系统的基本概念、理论和方法，普遍适用于各种不同的信号与系统问题。

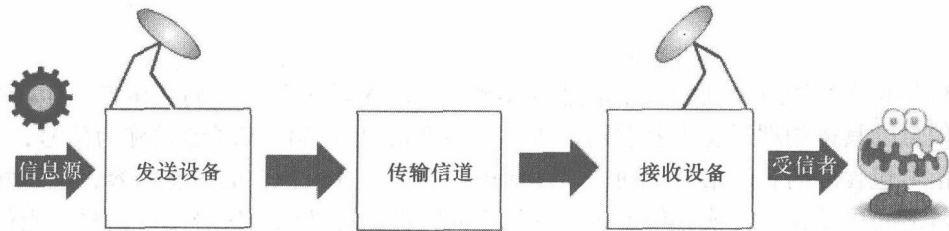


图 0-2 通信系统

本书主要研究和解决两方面的问题，即“信号分析与处理”和“系统分析与综合”。内容既包括信号分析与处理的一整套概念、理论和方法，又包括系统分析与综合的概念、理论和方法。

信号分析是在时域或频域对信号进行表述和分析，从中找出其变化规律。信号的时间特性表现为出现时间的先后、持续时间的长短、重复周期的大小及随时间变化的快慢等，信号的频率特性表现为信号的特征量、频谱结构特征及信号的带宽等。信号处理是指按某种需要，对信号进行特定的加工处理，包括信号滤波、信号平滑、信号增强、信号数字化、信号的恢复和重建、信号的调制和解调等。信号分析与处理已成为科学和工程领域中十分有用的概念和方法。

系统分析是在给定系统的情况下，研究系统对输入信号所产生的响应，并由此获得对系统功能和特性的认知，包括系统建模，微分、差分方程的求解，系统的因果性，稳定性，系统函数，系统频率特性等。系统综合又称系统的设计或实现，是在给定系统功能和特性或者已知输入/输出信号的情况下，设计并实现该系统，包括无限长冲激响应数字滤波器的设计、有限长冲激响应数字滤波器的设计和数字信号处理的硬件实现等。一般来说，系统分析是系统综合的基础，系统综合是系统分析的升华，只有精于分析，才能善于综合。系统分析和综合的概念、理论和方法普遍适用于各个学科和技术领域中的系统问题。

本书主要研究确定性信号经线性时不变系统传输和处理的概念、理论和分析方法，先时域后频域，先连续域后离散域，先分析后综合。有些概念和方法在连续时间中比较容易接受，对它的理解将有助于对离散时间中类似概念和方法的理解。对连续时间信号与系统比较熟悉的读者，可以把连续时间信号与系统中的概念、理论和方法，直接扩展到离散时间中去。连续信号时域和频域的特性与离散信号时域和频域的特性、连续系统时域和频域的特性与离散系统时域和频域的特性有着相当完美的对偶和类比关系。这种关系贯穿本书始终，这对知识的描述和接受，都能起到事半功倍的作用。

随着各种电子技术及计算机技术的进步，数字信号处理的理论和技术有了突飞猛进的发展。由于数字信号处理的直接对象是数字信号，处理的方式是数值运算的方式，使它相对模拟信号处理具有许多优点：

1) 易于实现大规模集成或超大规模集成，因而有利于减小设备的体积和重量，并适当降低功耗。

2) 高度的灵活性。数字信号处理系统的性能取决于系统参数，而参数存储在存储器中，很容易改变，同时还能实现时分复用。

3) 高度的可靠性和稳定性，数字系统的特性不易随使用条件的变化而变化。

4) 系统参数的精度高。随着数字设备的发展，运算位数由 8 位提高到了 16、32、64 位，这是模拟系统望尘莫及的。

5) 易消除噪声干扰。

6) 易处理多维信号。

基于数字系统的上述优点，在本书的下册加强了“离散”部分，对数字系统进行了详细的分析，同时介绍了数字系统的设计和实现方法，这对学生后续课程的学习或将来的工作都有很大的帮助。

第 1 章 信号及信号的时域分析

信号是“信号与系统”这门课程的主要学习内容之一。信号是消息的表现形式，通常体现为随若干变量而变化的某种物理量。为了有效地传播和利用消息，常常需要将消息转换成便于传输和处理的信号。在数学上，信号可以描述为一个或多个独立变量的函数。一个实用的信号除用解析式描述外，还可用图形、测量数据或统计数据描述。通常，将信号的图形表示称为波形或波形图。

本章在时域范围内讨论信号的分类和信号的基本运算，介绍后续课程将会大量涉及到的常用信号及其性质，并较详细地介绍信号的卷积运算及其性质，为揭示输入、输出信号与系统的物理关系及数学解析打下牢固的基础。

1.1 信号及信号的分类

1.1.1 连续信号与离散信号

1. 连续信号

一个信号，如果在连续时间范围内（除有限个间断点外）有定义，就称该信号在此区间内为连续时间信号，简称连续信号。在连续时间范围内，信号的幅值可以是连续的，如图 1-1a 所示，也可以是不连续的，如图 1-1b 所示，这样的信号统称连续时间信号。有时把时域连续、幅值也连续的信号称为模拟信号，在实际应用中，连续信号和模拟信号可以不予区分。

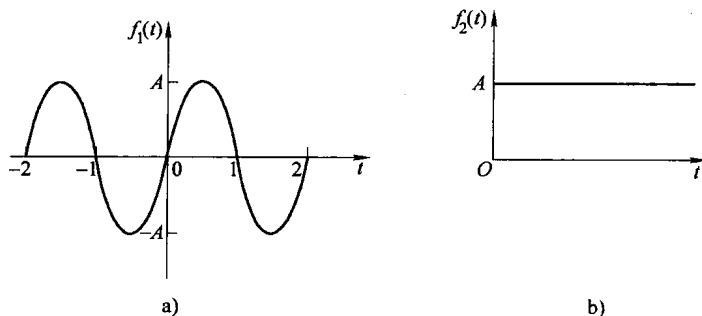


图 1-1 连续时间信号

图 1-1a 是正弦信号，其表达式为

$$f_1(t) = A \sin(\pi t) \quad (1.1-1)$$

式中， A 是常数。其自变量 t 在定义域 $(-\infty, \infty)$ 内连续变化，信号在值域 $[-A, A]$ 上连续取值。为了简便起见，若信号表达式中的定义域为 $(-\infty, \infty)$ ，则可省去不写。

图 1-1b 是阶跃信号，通常记为 $Au(t)$ 。其表达式为

$$f_2(t) = Au(t) = \begin{cases} A & (t > 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (1.1-2)$$

信号对于间断点处的值一般不作定义，这样做不会影响分析结果。如有必要，可定义信号 $f(t)$ 在间断点 $t = t_0$ 处的信号值等于其左极限 $f(t_{0-})$ 与右极限 $f(t_{0+})$ 的算术平均值。

这里

$$f(t_{0-}) \triangleq \lim_{\xi \rightarrow 0} f(t_0 - \xi)$$

$$f(t_{0+}) \triangleq \lim_{\xi \rightarrow 0} f(t_0 + \xi)$$

这样，图 1-1b 中的信号 $f_2(t)$ 也可表示为

$$f_2(t) = Au(t) = \begin{cases} A & (t > 0) \\ \frac{A}{2} & (t = 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (1.1-3)$$

2. 离散信号

仅在离散时间点上有定义的信号称为离散时间信号，简称离散信号。这里“离散”一词表示自变量只取离散的数值，相邻离散时间点的间隔可以是相等的，也可以是不相等的。在这些离散时间点以外，信号无定义。离散信号可以由连续信号采样得到，如图 1-2 所示。信号的幅值可以是连续的，如图 1-2b 所示，也可以是不连续的，如图 1-2c 所示。一般将时间离散，幅值也离散的信号称为数字信号。数字信号是经过量化编码后的离散时间信号。在实际应用中，离散信号与数字信号两个词也常互相通用。

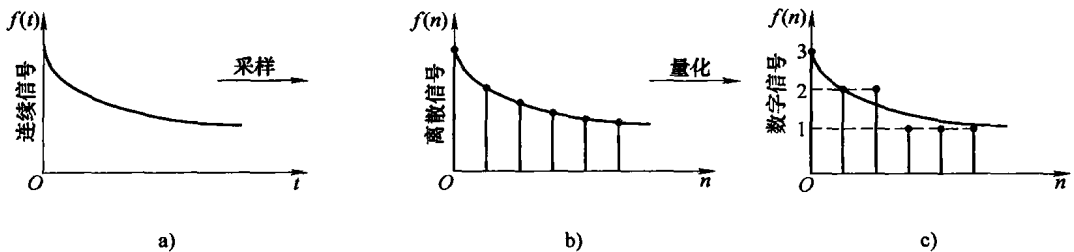


图 1-2 模拟信号通过采样、量化得到数字信号

离散信号一般有 3 种表示方法：

1) 用解析式表示序列，离散信号可看成连续信号在采样点 t_n 上的样值。通常取 $t_n = nT$, $n = 0, 1, \dots$ 为序号， T 为采样间隔，则

$$f(t_n) = f(nT) \triangleq f(n) \quad (1.1-4)$$

如 $f(t) = \frac{1}{2^t}$ ，则

$$f(t_n) = f(t) \Big|_{t=nT} = \frac{1}{2^{nT}}$$

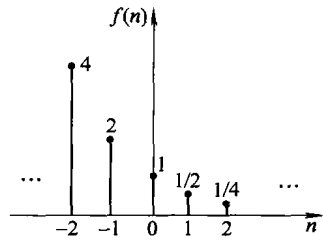
记为

$$f(n) = \frac{1}{2^n} \quad n \geq 0$$

2) 用集合符号表示序列, 离散信号是一组有序数的集合。对于上例, 有

$$f(n) = \left\{ \dots, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots \right\}$$

↑
 $n=0$



3) 用波形图表示序列, 对于上例的离散信号可用图 1-3 表示, 这是一种很直观的表达方法。

为方便起见, 可以将信号 $f(t)$ 或 $f(n)$ 的自变量省略, 简记为 $f(\cdot)$, 即用 $f(\cdot)$ 统一表示连续信号和离散信号。

图 1-3 离散信号的时域波形

1.1.2 确定信号与随机信号

确定信号是指能够以确定的时间函数表示的信号, 即给定某一时间值, 就能得到一个确定的信号值, 如图 1-1 所示。

随机信号是指信号是时间的随机函数, 事先无法预知其变化规律, 即给定某一时间值, 其函数值并不确定, 如图 1-4 所示。



图 1-4 随机信号

严格地说, 除了实验室发生的有规律的信号外, 一般的信号都是随机的。信号如果是完全确定了的时间函数, 就不可能由它得到任何新的信息。但是, 对于确定信号的研究仍然具有重要意义, 因为有些实际信号与确定信号有相近的特性。从这个角度讲, 确定信号是近似的、理想化的信号, 做这样的处理, 能使分析问题大为简化, 以便于工程上的应用。本书主要分析确定性信号。

1.1.3 周期信号与非周期信号

1. 周期信号

对于连续信号 $f(t)$, 若存在 $T > 0$, 使得 $f(t+rT) = f(t)$, r 为整数, 则称 $f(t)$ 为周期信号, 如图 1-5a 所示。满足上述关系的最小正数 T 称为 $f(t)$ 的周期。

对于离散信号 $f(n)$, 若存在大于零的整数 N , 使得 $f(n+rN) = f(n)$, r 为整数, 则称 $f(n)$ 为周期信号, 如图 1-5b 所示。满足上述关系的最小正整数 N 称为 $f(n)$ 的周期。显然, 若知道了周期信号在一个周期内的变化过程, 就可以确定整个定义域内的取值。故常常只需研究信号在一个周期内的信息。

2. 非周期信号

不满足周期信号定义的信号称为非周期信号。

几个周期信号相加, 所产生的信号可能是周期信号, 也可能是非周期信号, 这主要取决于几个周期信号的周期之间是否存在最小公倍数 T_0 。以周期分别为 T_1 、 T_2 的两个信号相加产生的信号 $f(t)$ 为例, 其周期最小公倍数 T_0 为

$$T_0 = n_1 T_1 = n_2 T_2 = n_1 \frac{2\pi}{\Omega_1} = n_2 \frac{2\pi}{\Omega_2} \quad (1.1-5)$$

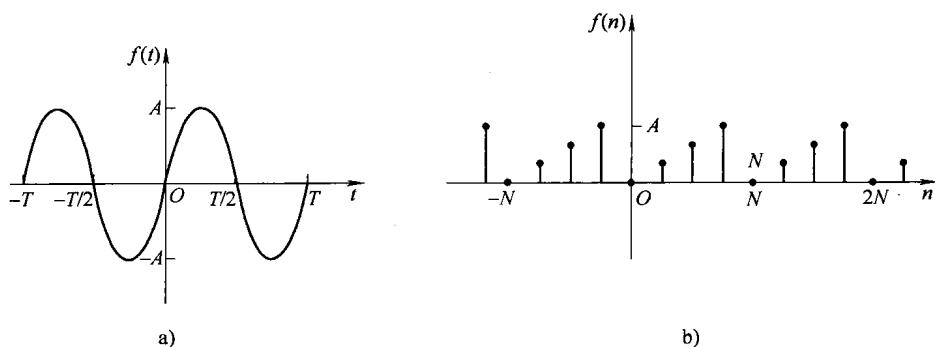


图 1-5 周期信号

如果 $\frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{n_1}{n_2}$ 为有理数, n_1, n_2 均为整数, 则 $f(t)$ 为周期信号, 其周期 T_0 为

$$T_0 = n_1 T_1 = n_2 \frac{2\pi}{\Omega_1} \quad (1.1-6)$$

例 1-1 试判断下列信号是否为周期信号。若是, 确定其周期 T_0 。

(1) $f_1(t) = \sin(3t) + \cos(5t)$

(2) $f_2(t) = \sin(2t) + \sin(\pi t)$

解: (1) 因为

$$\sin(3t) \text{ 的 } \Omega_1 = 3\text{rad/s}$$

$$\cos(5t) \text{ 的 } \Omega_2 = 5\text{rad/s}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{3}{5}$$

所以 $f_1(t)$ 的周期为

$$T_0 = n_1 \frac{2\pi}{\Omega_1} = 3 \times \frac{2\pi}{3} = 2\pi$$

(2) 因为

$$\sin(2t) \text{ 的 } \Omega_1 = 2\text{rad/s}$$

$$\sin(\pi t) \text{ 的 } \Omega_2 = \pi\text{rad/s}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{2}{\pi} = \text{无理数}$$

所以 $f_2(t)$ 不是周期信号。

1.1.4 能量信号与功率信号

为了了解信号的能量或功率特性，常常研究信号在单位电阻上的能量或功率，称为归一化能量或功率。下面给出归一化能量 W 与归一化功率 P 的定义：

对于连续信号，有

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T f^2(t) dt \quad P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f^2(t) dt \quad (1.1-7)$$

对于离散信号，有

$$W = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{-N}^N f^2(n) \quad P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^N f^2(n) \quad (1.1-8)$$

1. 能量信号

能量信号的归一化能量为有限值，归一化功率为零，即满足 $0 < W < \infty$ ， $P = 0$ 。

2. 功率信号

功率信号的归一化功率为有限值，归一化能量为无限大，即满足 $W \rightarrow \infty$ ， $0 < P < \infty$ 。一般，周期信号为功率信号。

例 1-2 判断下列信号中哪些是能量信号，哪些是功率信号，或者都不是。

(1) $f(t) = \cos(t)$ (2) $f(t) = t \quad (t \geq 0)$ (3) $f(n) = (-0.5)^n \quad (n \geq 0)$

解：(1) 因为归一化功率为

$$\begin{aligned} P &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(t) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 + \cos(2t)}{2} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[\frac{T}{2} + \frac{1}{4} \sin(2T) \right] \\ &= \frac{1}{2} + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{4T} \sin(2T) = \frac{1}{2} < \infty \end{aligned}$$

归一化能量为

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} (P \cdot 2T) \rightarrow \infty$$

所以该信号为功率信号。

(2) 因为归一化能量为

$$W = \int_0^{\infty} t^2 dt \rightarrow \infty$$

归一化功率为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T t^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{1}{3} T^3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{3} T^2 \rightarrow \infty$$

所以该信号既不是能量信号又不是功率信号。

(3) 因为归一化能量为

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} f^2(n) = \sum_{n=0}^{\infty} (-0.5)^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} 0.25^n = \frac{4}{3} < \infty$$

归一化功率为

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N+1} W = 0$$

所以该信号为能量信号。

1.1.5 实信号与复信号

1. 实信号

在各时刻 t (或 n) 上的信号幅值为实数的信号为实信号。例如, 单边指数信号, 正、余弦信号等。实信号是可以物理实现的。如图 1-6a 的 RC 电路, 当接通直流电源后, 电流是随时间 t 的增加按指数衰减的信号, 如图 1-6b 所示。

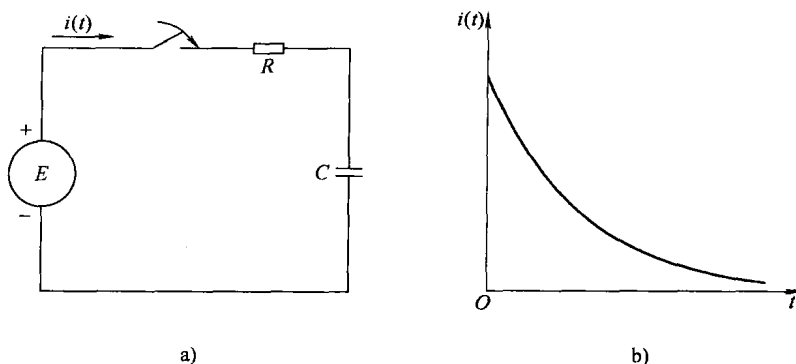


图 1-6 指数衰减信号

$$i(t) = Ee^{-\alpha t} \quad (\alpha > 0, t > 0) \quad (1.1-9)$$

2. 复信号

函数 (或序列) 值为复数的信号称为复信号, 最常用的是复指数信号。连续时间的复指数信号通常表示为

$$\begin{aligned} f(t) &= Ae^{st} = Ae^{\sigma t} e^{j\Omega t} \\ &= Ae^{\sigma t} \cos(\Omega t) + jAe^{\sigma t} \sin(\Omega t) \end{aligned} \quad (1.1-10)$$

式中, 复变量 $s = \sigma + j\Omega$ 。复指数信号可分解为实部和虚部两部分, 分别代表余弦和正弦振荡信号

$$\operatorname{Re}[f(t)] = Ae^{\sigma t} \cos(\Omega t) \quad (1.1-11)$$

$$\operatorname{Im}[f(t)] = Ae^{\sigma t} \sin(\Omega t) \quad (1.1-12)$$

信号 $\operatorname{Re}[f(t)]$ 的波形与 $\operatorname{Im}[f(t)]$ 的波形相似, 只是相位相差 $\pi/2$ 。两者均为实信号, 而且是频率相同, 幅值随时间变化的正 (余) 弦振荡信号。 s 的实部 σ 表征了该信号的幅值随时间变化的状况, 虚部 Ω 表征了该信号的振荡快慢。若 $\sigma > 0$, 是增幅振荡, 如图 1-7 所示。

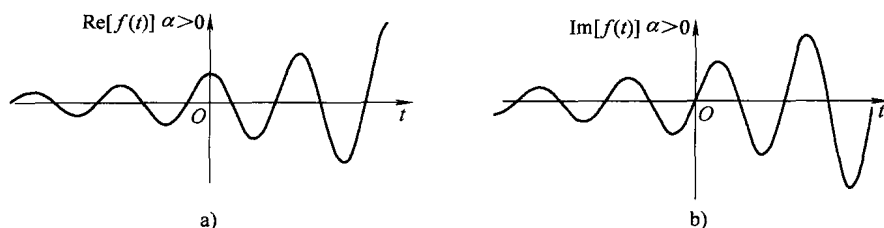


图 1-7 增幅振荡的复指数信号

若 $\sigma < 0$ ，则是衰减振荡的复指数信号，如图 1-8 所示。



图 1-8 衰减振荡的复指数信号

复指数信号概括了许多常用信号。同时因为其运算较正弦函数的运算更加简练和方便，如对复指数的乘、除就等于指数的加、减，它对时间的导数和积分仍然是复指数信号等，所以在信号分析与系统分析中非常重要。

信号分类有很多方法，除上述分类之外，还可以把信号分为因果信号和非因果信号，左边信号和右边信号，有限信号和无限信号等。

1.2 常用信号及其性质

人们在描述一些在无限小时间内跳变的物理量或在空间或时间坐标上集中于一点的物理现象（如作用时间趋于零的冲击力，宽度趋于零的电脉冲等）时，普通信号的概念就不够用了。这时要借助阶跃信号和冲激信号，这些信号或者本身具有不连续点，或者其导数或积分具有不连续点，这种类型的信号统称为奇异信号。正确应用奇异信号可以使一些分析方法更加方便、完美。

1.2.1 常用连续信号及其性质

1. 阶跃信号

单位阶跃信号用 $u(t)$ 表示，定义为

$$u(t) = \begin{cases} 1 & (t > 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (1.2-1)$$

或

$$u(t) = \begin{cases} 1 & (t > 0) \\ \frac{1}{2} & (t = 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (1.2-2)$$

与其相关的几种波形如图 1-9 所示。