

液压传动与控制 习题集

(修订版)

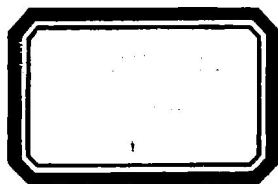
阎祥安 曹玉平 编

YEYA CHUANDONG YU KONGZHI
XITIJ



天津大学出版社

TIANJIN UNIVERSITY PRESS



液 压 传 动 与 控 制 习 题 集

阎祥安 曹玉平 编

 天津大学出版社

内 容 提 要

本习题集是为了配合教材《液压传动与控制》的学习而编写的。全书分为两大部分:第一部分共有 10 个单元,与教材相匹配,各单元均有相当数量的例题和习题,旨在帮助读者加深对基本概念和基本理论的理解;第二部分为综合练习题,大都是从历届硕士研究生入学考试的试题中精选出来的。本习题集是高等工科院校学生学习液压课程的必备书,是职业技术学校及有关工程技术人员的重要参考书,同时也是报考硕士研究生者不可多得的综合资料。

图书在版编目(CIP)数据

液压传动与控制习题集/阎祥安,曹玉平编. —天津:
天津大学出版社,2004.4
ISBN 7-5618-1857-2

I .液… II .①阎…②曹… III .①液压传动-高等
学校-习题②液压控制-高等学校-习题
IV .TH137-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 026455 号

出版发行 天津大学出版社
出 版 人 杨风和
地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
电 话 发行部:022-27403647 邮购部:022-27402742
印 刷 河北省昌黎县人民胶印厂
经 销 全国各地新华书店
开 本 185mm × 260mm
印 张 10
字 数 250 千
版 次 2004 年 4 月第 1 版
印 次 2004 年 4 月第 1 次
印 数 1-3 000
定 价 13.60 元

再版前言

本习题集是在 1990 年版本的基础上修订而成的。它是读者学习《液压传动与控制》的辅助教材。在学习本课程时,读者通过一定数量的例题和习题的训练,可进一步加深对基本概念和基本理论的理解,达到学以致用目的。

全书内容分为两大部分:第一部分共分 10 个单元,与《液压传动与控制》一书相应章节匹配,内容包括基本概念、基本方法、基本原理、设计计算和应用等,具有一定的广度和深度;第二部分为综合练习题,基本上是从历届硕士研究生入学考试的试题中精选出来的,旨在帮助读者进一步提高独立分析问题和解决问题的能力。

在本书编写过程中,天津大学液压教研室的同志们给予编者大力支持和帮助,许多兄弟院校提出了宝贵意见并提供了大量资料。在此我们谨表衷心感谢。

书中如有缺点和错误,请读者批评指正。

编者
2004 年 1 月

目 录

1	液压系统工作介质	(1)
	例题	(1)
	习题	(3)
2	液压流体力学基础	(5)
	例题	(5)
	习题	(16)
3	液压系统动力元件及装置	(23)
	例题	(23)
	习题	(31)
4	液压系统执行元件	(33)
	例题	(33)
	习题	(43)
5	液压系统方向控制元件及回路	(47)
	例题	(47)
	习题	(52)
6	液压系统压力控制元件及回路	(57)
	例题	(57)
	习题	(65)
7	液压系统流量控制元件及回路	(68)
	例题	(68)
	习题	(80)
8	典型液压系统分析	(84)
	例题	(84)
	习题	(88)
9	电液比例控制与液压伺服控制	(93)
	例题	(93)
	习题	(97)
10	液压系统设计	(99)
	例题	(99)
	习题	(105)
	综合练习题	(108)
	综合练习题答案	(128)

1 液压系统工作介质

例 题

例 1-1 某液压油体积为 200 cm^3 , 密度 $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, 在 50°C 时流过恩氏黏度计所需时间 $t_1 = 153 \text{ s}$, 20°C 时 200 cm^3 的蒸馏水流过恩氏黏度计所需时间 $t_2 = 51 \text{ s}$ 。问该液压油的恩氏黏度 $^\circ\text{E}_{50}$ 、运动黏度 ν 、动力黏度 μ 各为多少?

解: 根据恩氏黏度定义 $^\circ\text{E}_t = \frac{t_1}{t_2}$

$$^\circ\text{E}_{50} = \frac{153}{51} = 3$$

$$\nu = 7.31 \cdot ^\circ\text{E}_{50} - \frac{6.31}{^\circ\text{E}_{50}} = 7.31 \times 3 - \frac{6.31}{3} = 19.83 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\mu = \nu \cdot \rho = 19.83 \times 10^{-6} \times 900 = 178.5 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

例 1-2 图示一直径为 200 mm 的圆盘, 与固定端面的间隙为 0.02 mm 。其间充满润滑油, 润滑油的运动黏度 $\nu = 3 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, 密度 $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, 圆盘以 1500 r/min 旋转, 求驱动圆盘所需扭矩。

解: 根据牛顿内摩擦定律 $\tau = \mu \frac{du}{dy}$, 当间隙很小时, 该式可改写成如下形式:

$$F = \mu A \frac{U}{h}$$

在圆盘底面上, 沿半径 r 方向取宽为 dr 的微圆环, 在此微圆环上黏性摩擦力产生的微扭矩

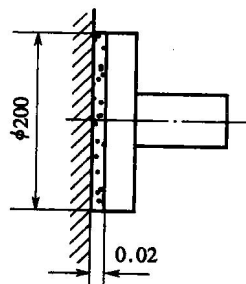
$$dT = \mu \frac{U}{h} dA \cdot r$$

式中 $U = 2\pi r n$;

$$h = 2 \times 10^{-5} \text{ m};$$

$$dA = 2\pi r dr。$$

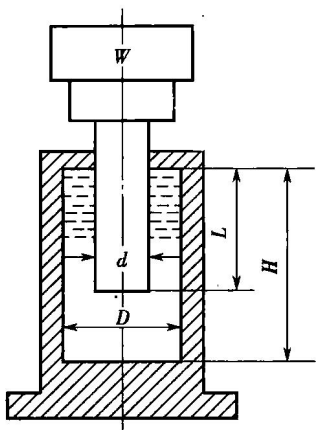
代入上式, 对 r 积分, 则有



例 1-2 图

$$\begin{aligned}
 T &= \int_0^R \mu \cdot \frac{2\pi r n}{h} \cdot 2\pi r^2 dr = \int_0^R \mu \frac{4\pi^2 n}{h} r^3 dr \\
 &= \mu \frac{4\pi^2 n}{h} \times \frac{r^4}{4} = 3 \times 10^{-5} \times 900 \times \frac{4\pi^2 \times 1500}{2 \times 10^{-5} \times 60} \times \frac{0.1^4}{4} \\
 &= 33.3 \text{ N}\cdot\text{m}
 \end{aligned}$$

即驱动圆盘所需的扭矩为 $33.3 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。



例 1-3 图

例 1-3 图示充满油液的柱塞液压缸, 已知 $d = 5 \text{ cm}$, $D = 8 \text{ cm}$, $H = 12 \text{ cm}$, 柱塞在液压缸内的长度 $L = 6 \text{ cm}$, 油液的体积弹性模量 $K = 1.5 \times 10^9 \text{ Pa}$ 。现加一重物 $W = 5 \times 10^4 \text{ N}$, 若加重物前液压缸内压力 $p_0 = 1 \text{ MPa}$, 忽略摩擦及缸壁变形, 求加重物后柱塞的下降距离。

解: 根据油液可压缩公式

$$K = \frac{1}{\beta} = -\Delta p \cdot \frac{V}{\Delta V}$$

由题意知

$$\begin{aligned}
 \Delta p &= \frac{W}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2} - p_0 = \frac{5 \times 10^4}{\frac{\pi}{4} \times 0.05^2} - 10 \times 10^5 \\
 &= 245 \times 10^5 \text{ Pa}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot H - \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot L = \frac{\pi}{4} \cdot (0.08^2 \times 0.12 - 0.05^2 \times 0.06) \\
 &= 4.85 \times 10^{-4} \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

设加重物后, 柱塞下降距离为 h , 则有

$$\Delta V = -\frac{\pi}{4} d^2 \cdot h$$

代入前式, 则得

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{\Delta p \cdot V}{K \frac{\pi}{4} d^2} = \frac{245 \times 10^5 \times 4.85 \times 10^{-4}}{1.5 \times 10^9 \times \frac{\pi}{4} \times 0.05^2} \\
 &= 4.04 \times 10^{-3} \text{ m}
 \end{aligned}$$

例 1-4 已知某液压油的体积弹性模量 $K = 1.5 \times 10^9 \text{ Pa}$, 油中已混入 1% 体积的空气, 忽略容器的弹性变形, 试求压力 $p = 3.5 \text{ MPa}$ 时, 油液等效体积弹性模量 K' 。

解: 设空气的体积弹性模量为 K_G , 计算时可视空气受压缩为绝热过程, 故取

$$K_G = 1.4p \quad (p \text{ 为空气压力})$$

不计容器弹性变形, 油液等效体积弹性模量的表达式为

$$\frac{1}{K'} = \frac{1}{K} + \frac{V_G}{V_\Sigma} \cdot \frac{1}{K_G}$$

式中

$$K = 1.5 \times 10^9 \text{ Pa};$$

$$K_G = 1.4 \times 3.5 = 4.9 \text{ MPa};$$

$$\frac{V_G}{V_\Sigma} = 0.01。$$

代入上式,则得

$$K' = \frac{K \cdot K_G}{K_G + K \cdot \frac{V_G}{V_\Sigma}} = \frac{1.5 \times 10^9 \times 4.9 \times 10^6}{4.9 \times 10^6 + 1.5 \times 10^9 \times 0.01}$$

$$= 0.37 \times 10^9 \text{ Pa}$$

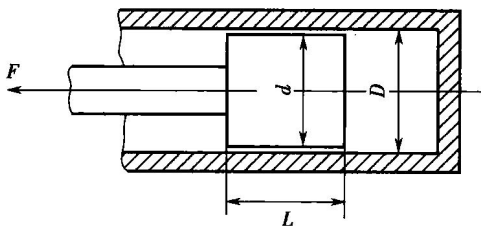
由此例可知,油液中混入空气即使很少,也能严重影响其体积弹性模量,使其可压缩性增大。

习 题

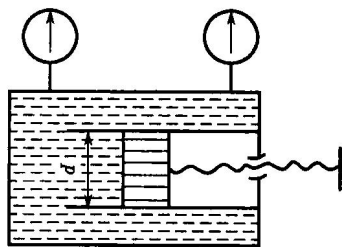
1-1 根据牛顿内摩擦定律 $\tau = \mu \frac{du}{dy}$, 求动力黏度 μ 的量纲, 写出运动黏度 ν 与动力黏度 μ 的关系式, 并推导运动黏度 ν 的量纲。

1-2 20℃时, 水的动力黏度 $\mu = 1.008 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, 密度 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, 求在该温度下水的运动黏度 ν ; 20℃时, 机械油的运动黏度 $\nu = 20 \text{ cSt}$, $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, 求在该温度下机械油的动力黏度 μ 。 ($1.008 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $18 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$)

1-3 图示液压缸直径 $D = 12 \text{ cm}$, 活塞直径 $d = 11.96 \text{ cm}$, 活塞长 $L = 14 \text{ cm}$, 间隙中充以 $\mu = 0.065 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 的油液, 若施于活塞上的力 $F = 8.44 \text{ N}$, 试求活塞运动速度 v 。
(0.494 m/s)



题 1-3 图



题 1-5 图

1-4 轴和轴承的直径分别为 76 mm 和 76.5 mm, 轴承长 300 mm, 轴和轴承间隙中充满动力黏度 $\mu = 1.0 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 的润滑油, 若同心状态下轴以 600 r/min 的转速旋转, 求克服黏滞阻力所需的功率。 (16.8 W)

1-5 图示压力表校正器, 内部充满油液, 油的体积压缩系数 $\beta = 5 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$ 。校正器液压缸活塞挤压油液产生所需的校正压力。已知活塞直径 $d = 10 \text{ mm}$, 丝杠螺距 $t = 2 \text{ mm}$ 。当压力为 0.1 MPa 时, 校正器内油液体积 $V_0 = 200 \text{ cm}^3$, 问要使校正器内校正压力

达到 20 MPa 时,丝杠手轮需旋转多少圈? (12.7)

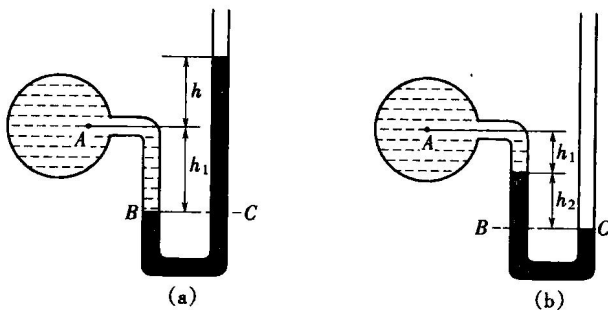
1-6 设某液压系统油液中混入了 1% 体积的空气,油液的体积弹性模量 $K = 1.5 \times 10^9$ Pa,不计管道弹性变形的影响,试求 $p = 7$ MPa 时,油液的等效体积弹性模量 K' 。
(0.59×10^9 Pa)

2 液压流体力学基础

例 题

例 2-1 在图(a)中, U形管测压计内装有水银, 左支管与盛水的容器相连, 右支管开口通大气。已知: $h = 20 \text{ cm}$, $h_1 = 30 \text{ cm}$, 水银密度 $\rho = 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。求容器中 A 点的相对压力和绝对压力。

在图(b)中, 容器内装有水, U形管测压计内水柱高 $h_1 = 15 \text{ cm}$, 水银柱 $h_2 = 30 \text{ cm}$, 求容器中 A 点的真空度和绝对压力。



例 2-1 图

解:

(a) 用静力学基本方程中等压面概念, 通过 U 形管测压计左支管内水柱与水银柱界面 B 点作水平线与右支管 C 点相交, BC 构成等压面, 等压面上各点压力相等, 即

$$p_B = p_C$$

$$\text{左支管 B 点压力 } p_B = p_A + \rho_{\text{水}} \cdot g \cdot h_1$$

$$\text{右支管 C 点压力 } p_C = \rho_{\text{汞}} \cdot g \cdot (h + h_1)$$

$$\text{所以 } p_A + \rho_{\text{水}} \cdot g \cdot h_1 = \rho_{\text{汞}} \cdot g \cdot (h + h_1)$$

$$\text{A 点的相对压力 } p_A = \rho_{\text{汞}} \cdot g \cdot h + g \cdot h_1 (\rho_{\text{汞}} - \rho_{\text{水}})$$

$$\begin{aligned} p_A &= 13.6 \times 10^3 \times 9.81 \times 0.20 + 9.81 \times 0.30 \times (13.6 - 1) \times 10^3 \\ &= 0.64 \times 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

$$\text{A 点的绝对压力 } p_{A\text{绝}} = 1.01 \times 10^5 + 0.64 \times 10^5$$

$$= 1.65 \times 10^5 \text{ Pa}$$

(b) 过 U 形管测压计右支管水银柱与大气界面上的 C 点作水平线与左支管相交于 B 点, BC 亦构成等压面, B、C 为连续均质水银中等压面上的点, 即

$$p_B = p_C = p_a (\text{大气压力})$$

$$\text{左支管 B 点压力 } p_B = p_A + \rho_{\text{水}} \cdot g \cdot h_1 + \rho_{\text{汞}} \cdot g \cdot h_2$$

$$\begin{aligned} \text{A 点的绝对压力 } p_A &= p_B - (\rho_{\text{水}} \cdot g \cdot h_1 + \rho_{\text{汞}} \cdot g \cdot h_2) \\ &= 1.01 \times 10^5 - (1 \times 10^3 \times 9.81 \times 0.15 + 13.6 \times 10^3 \times 9.81 \times 0.3) \\ &= 0.6 \times 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

$$\text{A 点的真空度 } p_a - p_A = 1.01 \times 10^5 - 0.6 \times 10^5 = 0.41 \times 10^5 \text{ Pa}$$

例 2-2 如图所示, 柱塞直径 $d = 10 \text{ cm}$, 重量 $G = 200 \text{ N}$, 浸入充满液体的密闭容器中, 当其上端施加作用力 $F = 91 \text{ N}$ 时, 柱塞处于平衡状态。液体重度 $\gamma = 8.83 \times 10^3 \text{ N/m}^3$, 柱塞浸入深度 $h = 20 \text{ cm}$, 求平衡状态下测压管内液柱的高度 x 。

解: 根据水静力学方程, 柱塞底部的液体压力

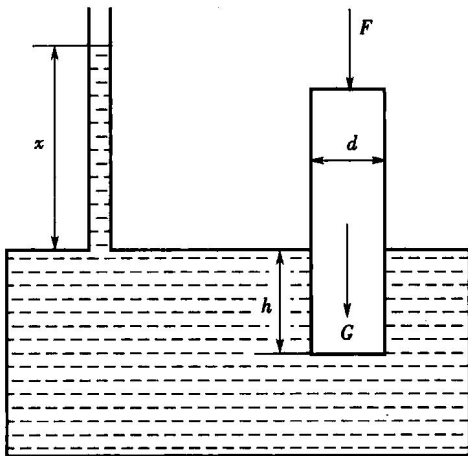
$$p = \gamma(x + h)$$

柱塞受力平衡方程

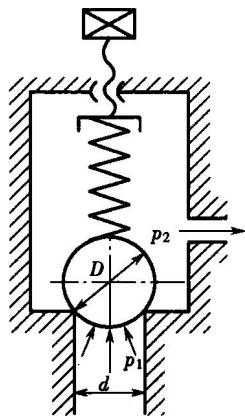
$$\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \gamma \cdot (x + h) = G + F$$

测压管内的液柱高度

$$x = \frac{G + F}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \gamma} - h = \frac{200 + 91}{\frac{3.14}{4} \times 0.1^2 \times 8.83 \times 10^3} - 0.2 = 4 \text{ m}$$



例 2-2 图



例 2-3 图

例 2-3 如图所示, 某一球式压力阀开启压力 $p_1 = 6 \text{ MPa}$ 。已知钢球的最大直径 $D = 15 \text{ mm}$, 阀座孔径 $d = 10 \text{ mm}$, 阀门开启溢流背压 $p_2 = 0.3 \text{ MPa}$, 求溢流时调压弹簧所受的压紧力 F_s 。

解:液体静压力作用在曲面某一方向上的力等于液体压力与曲面在该方向投影面积的乘积。所以球阀受液体静压力 p_1 作用时,向上的作用力

$$F_1 = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot p_1$$

受液体静压力 p_2 作用时,向下的作用力

$$F_2 = F_s + \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot p_2$$

球阀受力平衡方程式为

$$\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot p_1 = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot p_2 + F_s$$

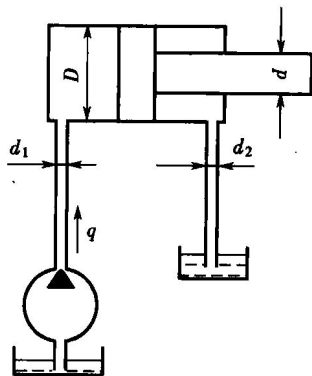
式中 F_s 为弹簧所受的压紧力,于是

$$\begin{aligned} F_s &= \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot p_1 - \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot p_2 = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot (p_1 - p_2) \\ &= \frac{3.14}{4} \times 0.01^2 \times (60 - 3) \times 10^5 = 447.5 \text{ N} \end{aligned}$$

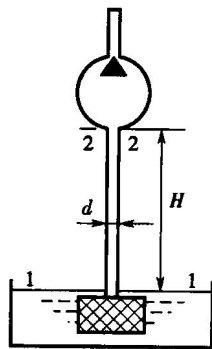
例 2-4 如图所示,液压泵流量 $q = 25 \text{ L/min}$,向液压缸供油。液压缸活塞直径 $D = 50 \text{ mm}$,活塞杆直径 $d = 30 \text{ mm}$,进油管、回油管内径 $d_1 = d_2 = 10 \text{ mm}$ 。试求液压缸活塞运动速度及进油管、回油管中油液的流动速度。能否直接用连续方程计算进油管、回油管中油液的流动速度?

解:由液压泵流量可求得进油管中油液的流动速度

$$v_1 = \frac{q}{\frac{\pi}{4} \cdot d_1^2} = \frac{4 \times 25 \times 10^{-3}}{60 \times 3.14 \times 0.01^2} = 5.31 \text{ m/s}$$



例 2-4 图



例 2-5 图

由进入液压缸的流量可求得液压缸活塞运动速度

$$v = \frac{q}{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} = \frac{4 \times 25 \times 10^{-3}}{60 \times 3.14 \times 0.05^2} = 0.21 \text{ m/s}$$

用连续方程计算液压缸回油管中油液流动速度 v_2

$$\frac{\pi}{4} \cdot d_2^2 \cdot v_2 = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} \cdot v$$

$$\text{所以 } v_2 = \frac{D^2 - d^2}{d_2^2} \cdot v = \frac{0.05^2 - 0.03^2}{0.01^2} \times 0.21 = 3.36 \text{ m/s}$$

不能直接用连续方程计算液压缸进油管、回油管中油液的流动速度,因为液压缸活塞已将液压缸进油管、回油管隔离,液流已不连续。

例 2-5 图示液压泵的流量 $q = 25 \text{ L/min}$,吸油管内径 $d = 25 \text{ mm}$,油液密度 $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$,运动黏度 $\nu = 14.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$,空气分离压为 $0.4 \times 10^5 \text{ Pa}$,液压泵吸油口距液面高 $H = 1 \text{ m}$,过滤器的压力损失 $\Delta p_f = 0.1 \times 10^5 \text{ Pa}$,求液压泵入口处的最大真空度。在入口处是否会产生空穴现象?

解: 选取油箱液面为 1—1 截面,泵入口处为 2—2 截面,列 1—1、2—2 截面的伯努利方程

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\alpha_1 \cdot v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{\alpha_2 \cdot v_2^2}{2g} + (h_1 + h_f)$$

式中 p_1 ——油箱液面压力,即大气压, $p_1 = p_a$;

v_1 ——油箱液面下降速度,取 $v_1 = 0$;

z_1 ——选油箱液面 1—1 为基准面, $z_1 = 0$;

p_2 ——液压泵入口处油液压力;

v_2 ——吸油管内油液流速;

z_2 ——截面 2—2 距基准面 1—1 的坐标位置, $z_2 = H$;

h_1 ——吸油管内油液的沿程压力损失;

h_f ——过滤器的局部压力损失。

判别吸油管内油液的流动状态

(1) 吸油管内油液流速

$$v_2 = \frac{q}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2} = \frac{25 \times 10^{-3}}{60 \times \frac{3.14}{4} \times (25 \times 10^{-3})^2} = 0.85 \text{ m/s}$$

(2) 雷诺数

$$Re = \frac{v_2 \cdot d}{\nu} = \frac{0.85 \times 25 \times 10^{-3}}{14.2 \times 10^{-6}} = 1496 < 2000$$

吸油管内油液流动状态为层流,取 $\alpha_2 = 2$,伯努利方程可写做

$$p_a = p_2 + \frac{2\rho \cdot v_2^2}{2} + H \cdot \rho \cdot g + \Delta p_f + \frac{75}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho v_2^2}{2}$$

代入

$$\begin{aligned} p_a &= p_2 + 900 \times 0.85^2 + 1 \times 900 \times 9.81 + 0.1 \times 10^5 + \frac{75}{1496} \times \frac{1}{0.025} \times \frac{900 \times 0.85^2}{2} \\ &= p_2 + 0.20 \times 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

由真空度定义, 液压泵入口处的真空度

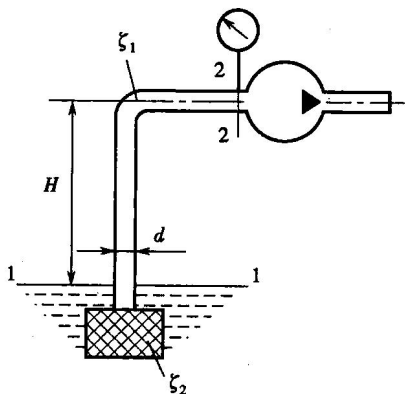
$$p_a - p_2 = 0.20 \times 10^5 \text{ Pa}$$

空气分离压为 $0.4 \times 10^5 \text{ Pa}$, 这是绝对压力, 必须用同一种压力表示法做比较。将真空度 p_2 用绝对压力表示

$$p_2 = (1 - 0.2) \times 10^5 = 0.8 \times 10^5 \text{ Pa} > 0.4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

所以不会产生空穴现象。

例 2-6 如图所示, 液压泵从油箱吸油, 油液运动黏度 $\nu = 30 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, 油液密度 $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, 吸油管内径 $d = 6 \text{ cm}$, 液压泵流量 $q = 150 \text{ L/min}$, 液压泵入口处真空度为 $0.20 \times 10^5 \text{ Pa}$, 弯曲处的局部阻力系数 $\zeta_1 = 0.2$, 过滤器的局部阻力系数 $\zeta_2 = 0.5$, 不计管路沿程压力损失, 求液压泵吸油高度 H 。



例 2-6 图

解: 取油箱液面为 1—1 截面, 液压泵入口处为 2—2 截面, 列两截面的伯努利方程

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\alpha_1 \cdot v_1^2}{2g} \\ = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{\alpha_2 \cdot v_2^2}{2g} + (\zeta_1 + \zeta_2) \cdot \frac{v_2^2}{2g} \end{aligned}$$

式中 $p_1 = p_a = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$;

$$p_2 = (1 - 0.2) \times 10^5 = 0.8 \times 10^5 \text{ Pa};$$

$$v_1 = 0;$$

$$z_1 = 0;$$

$$v_2 = \frac{q}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2} = \frac{4 \times 150 \times 10^{-3}}{3.14 \times 60 \times 0.06^2} = 0.885 \text{ m/s}。$$

吸油管中油液流态

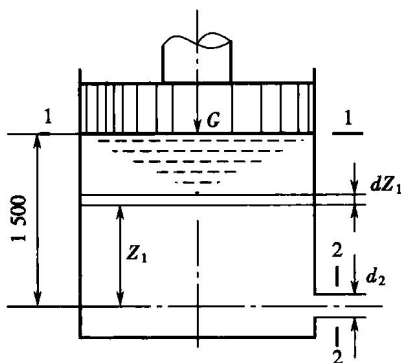
$$Re = \frac{v_2 \cdot d}{\nu} = \frac{0.885 \times 0.06}{30 \times 10^{-6}} = 1770 < 2000$$

吸油管中油液流动状态为层流, 取 $\alpha_2 = 2$ 。

将数据代入上式, 求得液压泵吸油高度

$$\begin{aligned} H = z_2 &= \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} - \frac{\alpha_2 \cdot v_2^2}{2g} - (\zeta_1 + \zeta_2) \cdot \frac{v_2^2}{2g} \\ &= \frac{1 \times 10^5}{900 \times 9.81} - \frac{0.8 \times 10^5}{900 \times 9.81} - \frac{2 \times 0.885^2}{2 \times 9.81} - \frac{(0.2 + 0.5) \times 0.885^2}{2 \times 9.81} \\ &= 2.16 \text{ m} \end{aligned}$$

例 2-7 图示立式液压缸内径 $d_1 = 500 \text{ mm}$, 液压缸底部小孔直径 $d_2 = 20 \text{ mm}$, 液压



例 2-7 图

缸活塞自重 $G = 5\,000\text{ N}$, 液压油密度 $\rho = 900\text{ kg/m}^3$ 。当活塞底面距小孔中心线 $1\,500\text{ mm}$ 时, 求: (1) 小孔孔口油液的平均流速; (2) 活塞由该位置下降 1 m 所需时间。

解: 在活塞作用下, 液压缸内液面是连续变化的, 属不稳定流动问题。但液压缸通流截面比小孔通流截面大得多, 在瞬间极小的 dt 内, 可以认为液压缸内液面是不变的, 近似视为稳定流动。

选 1—1、2—2 截面, 列两截面的伯努利方程

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

其中取 $v_1 = 0, p_2 = 0, z_2 = 0$

$$p_1 = \frac{G}{\frac{\pi}{4} \cdot d_1^2} = \frac{4 \times 5\,000}{3.14 \times 0.5^2} = 0.255 \times 10^5\text{ Pa}$$

代入上式, 求得孔口油液的初始流速

$$v_2 = \sqrt{2g \cdot \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma} \right)} = \sqrt{2 \times 9.81 \times \left(1.5 + \frac{0.255 \times 10^5}{900 \times 9.81} \right)} \\ = 8.91\text{ m/s}$$

在某一瞬间, 立式液压缸内油液面高为 z_1 , 在 dt 时间内油液经孔口流出, 液面下降, 液压缸内油液体积减少量与孔口流出体积相等, 得

$$dV = -\frac{\pi}{4} \cdot d_1^2 \cdot dz_1 = v_2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_2^2 \cdot dt$$

$$dt = -\frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot \frac{dz_1}{v_2}$$

对上式积分, 得活塞由距小孔中心线 $1\,500\text{ mm}$ 处下降 1 m 所需时间

$$t = -\frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot \int_{1.5}^{0.5} \frac{dz_1}{\sqrt{2g \cdot \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma} \right)}} \\ = -\frac{0.5^2}{0.02^2} \times \frac{1}{\sqrt{2 \times 9.81}} \int_{1.5}^{0.5} \frac{1}{\sqrt{z_1 + \frac{0.255 \times 10^5}{900 \times 9.81}}} \cdot dz_1 \\ = -141 \times (-0.52) \\ = 73.3\text{ s}$$

例 2-8 图示长方形水槽, 长 $L = L_1 + L_2$, 宽 $B = 3\text{ m}$, 隔板在长度方向将其分为两部分, $L_1 = 0.9\text{ m}$, $L_2 = 2.7\text{ m}$, 隔板上有一直径 $d = 0.05\text{ m}$ 光滑圆孔将两部分连通, 圆孔中心距水槽底面高度 $H_3 = 0.3\text{ m}$ 。若起始状态水槽各部分水位分别为 $H_1 = 0.6\text{ m}$, $H_2 = 4\text{ m}$, 不计圆孔损失, 求使两部分水位等高时所需时间。

解:水槽两部分的水位是连续变化的,属不稳定流动问题。水槽过流截面比隔板圆孔截面大得多,故将其按稳定流动问题处理,即在 dt 瞬间水槽内水头不变。

设 H_2 下降 x 后,水槽两部分水位等高,可得

$$H_2 - x = H_1 + \frac{3 \cdot L_2 \cdot x}{3 \cdot L_1}$$

$$x = 0.85 \text{ m}$$

分别取水槽右半部水面为截面 1—1,与隔板圆孔中心线垂直截面为 2—2,列两截面的伯努利方程

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

式中 $v_1 = 0$;

$$p_1 = 0;$$

$$z_2 = 0.3 \text{ m};$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = H_1 - H_3 + \frac{(H_2 - z_1)L_2}{L_1}。$$

代入上式,得

$$v_2 = \sqrt{2g \left[z_1 - z_2 - \left(H_1 - H_3 + \frac{(H_2 - z_1)L_2}{L_1} \right) \right]} = \sqrt{2g \cdot (4z_1 - 12.6)}$$

在某一瞬时,右部水槽水头为 z_1 ,在 dt 时间内水头下降 dz_1 。右部水槽中水的体积减少量与流过隔板圆孔水的体积相等,即

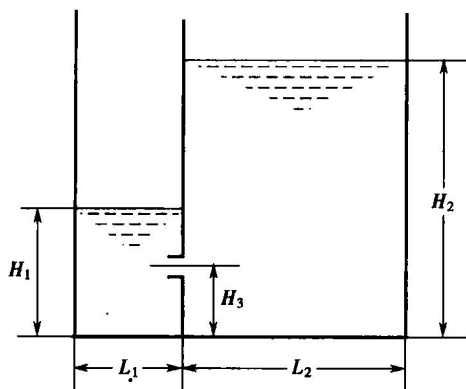
$$dV = -Adz_1 = av_2 dt$$

因为 $A = B \times L_2$, $a = \frac{3.14}{4} \times 0.05^2$

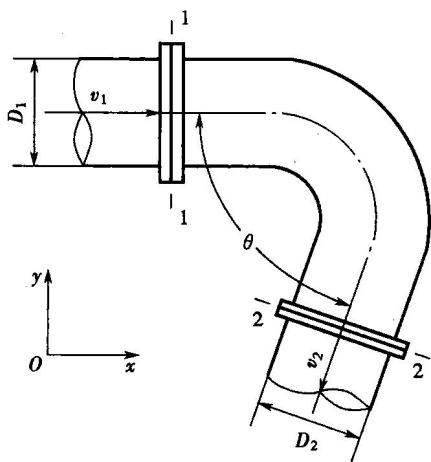
$$\text{所以 } dt = -\frac{A}{a \cdot v_2} \cdot dz_1 = -\frac{3 \cdot L_2}{\frac{\pi}{4} \times 0.05^2 \times \sqrt{2g \times (4z_1 - 12.6)}} \cdot dz_1$$

左、右两部分水槽水头相等,所需时间

$$\begin{aligned} t &= \int_{H_2}^{H_2-x} -\frac{3L_2}{\frac{\pi}{4} \times 0.05^2 \times \sqrt{2g \times (4z_1 - 12.6)}} \cdot dz_1 \\ &= -931.7 \int_4^{3.15} \frac{1}{\sqrt{4z_1 - 12.6}} \cdot dz_1 = 857.2 \text{ s} \end{aligned}$$



例 2-8 图



例 2-9 图

例 2-9 如图所示,油液以 $v_1 = 6 \text{ m/s}$ 的速度流入水平放置的弯管,已知 $\theta = 60^\circ$,入口管径 $D_1 = 30 \text{ cm}$,出口管径 $D_2 = 20 \text{ cm}$,截面 1—1 处的静液压力 $p_1 = 1.05 \times 10^5 \text{ Pa}$,截面 2—2 处的静液压力 $p_2 = 0.42 \times 10^5 \text{ Pa}$,油液密度 $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ 。求作用于弯管上的液动力在 x 轴和 y 轴方向的分量。

解:取截面 1—1 和截面 2—2 间的油液为控制体积,计算作用于控制体积上的外力。

作用于控制体积截面 1—1 上的力

$$F_1 = \frac{\pi}{4} \cdot D_1^2 \cdot p_1 = \frac{3.14}{4} \times 0.3^2 \times 1.05 \times 10^5 \\ = 7418 \text{ N}$$

作用于控制体积 2—2 截面上的力

$$F_2 = \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 \cdot p_2 = \frac{3.14}{4} \times 0.2^2 \times 0.42 \times 10^5 = 1319 \text{ N}$$

设弯管对控制体积的作用力为 F ,在 x 轴和 y 轴方向的分力分别为 F_x 、 F_y 。 x 轴方向的动量方程

$$F_1 - F_x + F_2 \cdot \cos \theta = -\rho \cdot q \cdot v_2 \cdot \cos \theta - \rho \cdot q \cdot v_1$$

y 轴方向的动量方程

$$-F_y + F_2 \cdot \sin \theta = -\rho \cdot q \cdot v_2 \cdot \sin \theta - 0$$

因为
$$v_2 = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot D_1^2 \cdot v_1}{\frac{\pi}{4} \cdot D_2^2} = \frac{D_1^2}{D_2^2} \cdot v_1 = \frac{0.3^2}{0.2^2} \times 6 = 13.5 \text{ m/s}$$

$$q = \frac{\pi}{4} \cdot D_1^2 \cdot v_1 = \frac{3.14}{4} \times 0.3^2 \times 6 = 0.424 \text{ m}^3/\text{s}$$

所以
$$F_x = F_1 + F_2 \cdot \cos \theta + \rho \cdot q \cdot v_2 \cdot \cos \theta + \rho \cdot q \cdot v_1 \\ = 7418 + 1319 \times \cos 60^\circ + 900 \times 0.424 \times 13.5 \times \cos 60^\circ + 900 \times 0.424 \times 6 \\ = 12943 \text{ N}$$

$$F_y = \rho \cdot q \cdot v_2 \cdot \sin \theta + F_2 \cdot \sin \theta \\ = 900 \times 0.424 \times 13.5 \times \sin 60^\circ + 1319 \times \sin 60^\circ \\ = 5604 \text{ N}$$

F_x 、 F_y 为弯管对油液的作用力,油液对弯管的作用力数值与其相等,方向相反。

例 2-10 液压泵与液压马达系统管路布置如图所示。已知管径 $d = 16 \text{ mm}$,管路总长 $L = 4 \text{ m}$,油液密度 $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$,运动黏度 $\nu = 18.7 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$,流速 $v = 2 \text{ m/s}$, 45° 弯头阻力系数 $\zeta_1 = 0.3$, 90° 弯头阻力系数 $\zeta_2 = 1.0$, 135° 弯头阻力系数 $\zeta_3 = 2.0$ 。若管路水平安放,求液压泵与液压马达管路系统的总压力损失。