中国科学院教材建设专家委员会规划教材
全国高等医药院校规划教材

医药数理统计

第3版

何　雁　马志庆　主编

科学出版社
www.sciencep.com

医药数理统计

中国科学院教材建设专家委员会规划教材
全国高等医药院校规划教材

医药数理统计

第3版

何　雁　马志庆　主编

科学出版社
北　京

内　容　简　介

本书为中国科学院教材建设专家委员会规划教材及全国高等医药院校规划教材，是根据教育部对高等医药院校精品课程教材的要求，由全国20所医药院校长期从事数学教学工作的教师联合对第2版教材再次修改完善、编写而成的第3版教材. 全书分10章，内容包括概率论基本知识、统计学重要概念与方法、正交试验设计及新增的Excel 2003统计分析功能介绍等内容. 本书的编写既体现了数学学科本身的科学性与系统性，同时又注重其在医药学科里的应用. 全书文字简洁、内容精练、由浅入深. 每章后配有习题，同时还有《医药数理统计学习辅导》(第2版)配套使用.

本书可供医药院校各专业各层次的学生使用，也可作为医药工作者学习数理统计的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

医药数理统计 / 何雁，马志庆主编. —3版. —北京:科学出版社，2009

中国科学院教材建设专家委员会规划教材·全国高等医药院校规划教材

ISBN 978-7-03-024389-8

Ⅰ. 医…　Ⅱ. ①何…　②马…　Ⅲ. 数理统计-应用-医药学-医学院校-教材　Ⅳ. R311

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第054110号

策划编辑:方　霞　曹丽英 / 责任编辑:万　新　曹丽英 / 责任校对:陈玉凤

责任印制:刘士平 / 封面设计:黄　超

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

http://www.sciencep.com

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2001年6月第　一　版　　开本:787×1092　1/16

2009年4月第　三　版　　印张:16 1/4

2009年4月第十二次印刷　　字数:471 000

印数:77 001—84 000

定价:29.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

《医药数理统计》(第3版)编写人员

主　编　何　雁　马志庆

副主编　杨松涛　周介南　尹立群　王世钦
　　　　　杨　洁　于鹤丹　关明云　李秀昌

编　委　(按姓氏汉语拼音排序)

陈丽君	湖北中医学院	关明云	辽宁中医药大学
郝　涛	山东中医药大学	何　雁	江西中医学院
胡灵芝	陕西中医学院	黄　浩	福建中医学院
黄爱武	湖南中医药大学	黄秀英	江西中医学院
李秀昌	长春中医药大学	吕佳萍	南京中医药大学
马志庆	山东中医药大学	莫修明	北京城市学院
钱微微	浙江中医药大学	沈晓婧	南京中医药大学
覃　洁	广西中医学院	陶世奇	安徽中医学院
王世钦	甘肃中医学院	韦　杰	贵阳中医学院
许华萍	浙江中医药大学	杨　洁	北京中医药大学
杨松涛	安徽中医学院	尹立群	天津中医药大学
于鹤丹	黑龙江中医药大学	赵　莹	上海中医药大学
赵聪俐	天津中医药大学	赵文峰	河南中医学院
郑洁刚	湖南中医药大学	钟小芳	安徽中医学院
周介南	南京中医药大学		

第3版编写说明

本教材是全国20所医药院校联合编写的数学系列教材.自2001年6月由科学出版社出版第1版以来,本教材发行面广、发行量大,在医药院校受到广大师生的欢迎.为了更进一步提高本教材质量,编写组根据教育部对高等医药院校数学等课程精品教材的要求,由中国科学院教材建设专家委员会指导,听取了多方意见,对2004年修订的第2版教材再次作了修改、补充,编写了第3版教材,以适应医药院校的医药类、管理类、信息类、人文类等各专业的需要.

本教材是应用数理统计方法研究医药、生物、管理等领域中的随机现象的一门学科.全书共10章,包括概率论基本知识、统计方法的原理与步骤、正交试验设计、统计应用软件等内容,每章后配有习题,同时还有《医药数理统计学习辅导》(第2版)配套使用.第2版教材中总体参数的统计方法分为连续型随机变量的统计方法与离散型随机变量的统计方法两章,为便于教学,在本版教材中"总体参数的统计方法"改为"总体参数估计"与"总体参数假设检验"两章.本版教材中删去第2版教材中的第十章均匀设计的内容,增添了Excel 2003统计分析功能的介绍.本教材授课需50~60学时,不同专业根据需要对加"*"号的内容可有所选择,课时偏少的专业还可重点讲授前6章的内容.

参加本版教材编写的有以下20所院校:黑龙江中医药大学、长春中医药大学、辽宁中医药大学、甘肃中医学院、天津中医药大学、北京中医药大学、北京城市学院、河南中医学院、陕西中医学院、山东中医药大学、安徽中医学院、南京中医药大学、上海中医药大学、浙江中医药大学、江西中医学院、福建中医学院、湖北中医学院、湖南中医药大学、广西中医学院、贵阳中医学院.本教材编写过程中得到许多同行专家的关心与支持,在此一并表示感谢.

本教材尚有不少不足之处,恳请读者与同行批评指正.

编　者

2009年2月

第 1 版编写说明

数理统计方法是研究随机现象统计规律的一门学科，它所建立的方法广泛应用于自然科学，社会科学和工农业生产，特别在医药学中它已成为一种不可缺少的工具，从而使医药数理统计成为中医药专业的一门重要基础课.

本教材是根据卫生部 1982 年以来颁布的有关数学教学计划的要求、1998 年 10 月教高司举办的“数学教育在大学教育中作用研讨会”的会议精神以及目前教学改革的新情况，由全国 18 所中医院校长期从事数学教学和科研的教师编写的数学系列教材(医药高等数学、医药数理统计、医药数学实验和线性代数)之一.

全书共分 10 章，内容主要包括数理统计所需的概率论基本知识、统计的几个重要概念及分布、医药学中常用的统计方法及正交试验设计和均匀分布试验设计. 重点介绍数理统计方法和在医药学中的应用，而不是数学的推导证明.

本书可作为高等医药院校的“医药数理统计”教材，也可作为医药人员自学统计方法的用书，对缺乏微积分知识的读者，可略去有关数学证明而直接使用结论，并可通过示范性的例子掌握方法的应用.

本教材约需 60 学时，如删去(＊)号的内容及概率论知识，40～50 学时也能讲授. 书后配有习题答案，供教师和读者参考选用.

参加本教材编写的有：黑龙江中医药大学、长春中医学院、辽宁中医学院、甘肃中医学院、天津中医学院、北京中医药大学、河南中医学院、山东中医药大学、上海中医药大学、南京中医药大学、浙江中医学院、江西中医学院、福建中医学院、湖北中医学院、湖南中医学院、成都中医药大学、广西中医学院、贵阳中医学院.

由于我们水平有限，书中定有不少不当与错误之处，恳请读者与同行批评指正.

编　者

2001 年

目　录

第一章

事件与概率

数理统计方法是以概率论为理论基础，通过一定的设计来收集数据和进行整理分析，以部分资料推断总体的一种方法，用它去研究大量随机现象的规律性. 由于概率和随机事件是联系在一起的，因此事件和概率都是数理统计中最基本的概念.

本章将介绍随机事件、事件的概率及其运算.

§1-1 随机事件及其运算

1-1.1 随机事件

当我们多次观察自然现象和社会现象后，会发现许多事情在一定条件下必然会发生或者必然不会发生. 例如，纯净的水在一个大气压下，温度是 0℃时必然结冰，在 20℃时必然不会结冰，在 100℃时必然沸腾，在 80℃时必然不会沸腾. 又如，把锌放入稀硫酸一定会逸出氢气，而永动机存在是不可能的. 这种完全可以预言其结果的现象是一种确定性现象，叫**必然现象**.

另一类现象，在一定条件下，不可能事前完全准确地预言其结果，也就是它有多种可能发生的结果，是一种不确定性现象，这类现象称为**偶然现象**. 例如，抛起一枚硬币究竟哪一面落地时朝上？从一批针剂中抽取一支来检验，其结果可能是正品，也可能是次品，在抽取之前是无法肯定的. 偶然现象也称为随机现象.

对各种现象的"观察"称为试验，对随机现象的"观察"就称为**随机试验**. 随机试验具有下列特征：

(1) 在相同条件下，可以重复进行；

(2) 各次试验结果不一定相同，而且每次试验之前不能预先判断哪一个结果发生；

(3) 所有可能的试验结果是预先可以明确的，并且在每一次试验中必有其中一个结果出现.

对某种现象的"观察"而得到的结果就称为**事件**. 在一定条件下，试验结果中必然出现的事件称为**必然事件**，记为 Ω. 例如，{纯净的水在一个大气压下，加热到 100℃沸腾}$=\Omega$，{物体会热胀冷缩}$=\Omega$. 反之，那种在一定条件下试验结果中必然不出现的事件称为**不可能事件**，记为 $\varnothing$. 例如，{$x^2+1=0$ 有实数解}$=\varnothing$，{人的寿命可达 200 岁}$=\varnothing$等.

随机试验观察的是随机现象，在一定条件下，试验结果中可能出现，也可能不出现的事件称为**随机事件**，简称**事件**. 随机事件一般用大写字母 A,B,C 等表示. 例如，投掷一个硬币，这个随机试验中有两个事件 $A=${出正面}和 $B=${出反面}. 必然事件与不可能事件可以说不是随机事件，但为了研究方便起见，把必然事件与不可能事件作为随机事件的两个极端来统一处理.

1-1.2 事件之间的关系及运算

在各种现象中，往往要求同时考察几个随机事件及它们之间的联系，下面就来讨论事件的关系及运算.

一、包含

设有事件 A 及 B，如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 A 包含于事件 B 或事件 B 包含事件 A，并记为 $A\subset B$ 或 $B\supset A$. 例如，$A=\{$乙肝患者$\}$，$B=\{$乙肝病毒携带者$\}$，则有 $A\subset B$.

二、等价

若事件 A 包含事件 B，事件 B 也包含事件 A，即 $A\supset B$ 且 $B\supset A$，就称事件 A 与 B 等价(或称相等)，记作 $A=B$.

三、并事件

若事件 $C=\{A$ 或 B 中至少有一个发生$\}$，则称 C 为 A，B 两事件的并事件，记为 $C=A+B$. 例如，

$A_1=\{$甲份血清含乙肝病毒$\}$，$A_2=\{$乙份血清含乙肝病毒$\}$，

$A=\{$甲、乙两份混合血清含乙肝病毒$\}$，则有 $A=A_1+A_2$.

n 个事件的并事件记为 $A=\sum\limits_{i=1}^{n}A_i$.

四、交事件

若事件 $C=\{A$ 与 B 同时发生$\}$，则称 C 为 A，B 两事件的交事件，记为 $C=AB$. 例如，

$A_1=\{$甲份血清不含乙肝病毒$\}$，　$A_2=\{$乙份血清不含乙肝病毒$\}$，

$A=\{$甲、乙两份混合血清不含乙肝病毒$\}$，

则有 $A=A_1A_2$.

n 个事件的交事件记为 $A=\prod\limits_{n=1}^{n}A_i$.

五、互不相容事件

若事件 A 与事件 B 不能同时发生，则称 A 与 B 为**互不相容事件**，记作 $AB=\varnothing$. 互不相容事件也称为**互斥事件**. n 个事件互斥，是指它们两两互斥.

例如，对三人做体检，$A=\{$三人正常$\}$，$B=\{$只一人不正常$\}$，A 与 B 是互斥事件.

若 n 个互斥事件的并事件是必然事件，即 $A_iA_j=\varnothing(1\leqslant i<j\leqslant n)$ 且 $\sum\limits_{i=1}^{n}A_i=\Omega$，则称这 n 个事件构成**互斥完备群**.

例如，治疗某种疾病，其疗效标准分为 4 个等级：痊愈、显效、微效和无效. 那么，就一次试验(治疗一个患者的结果)而言，事件$\{$痊愈$\}$、$\{$显效$\}$、$\{$微效$\}$、$\{$无效$\}$是互斥事件，而且这 4 个事件构成互斥完备群.

六、对立事件

若在任一次试验中，事件 A 与事件 B 二者必有一个发生且仅有一个发生，亦即 A,B 同时满足 $A+B=\Omega$ 及 $AB=\varnothing$ 两个条件，也就是互斥完备群仅由两事件 A 与 B 构成，则称**事件 A 与事件 B 对立**，如果治疗某种疾病，只考虑有效和无效两个等级，那么事件{有效}与{无效}就是对立事件，**或事件 B 是事件 A 的对立事件**，**当然事件 A 也是事件 B 的对立事件**. A 的对立事件记作 $\overline{A}$，那么就有 $B=\overline{A}$ 或 $\overline{A}=B$.

不难理解，对立事件必为互斥事件，而互斥事件不一定是对立事件.

例如，投掷一枚骰子，事件{出 1 点}与{出 2 点}互斥，但不对立，而事件{出偶数点}与{出奇数点}对立且互斥.

事件之间的这些关系，读者可以通过熟知的韦恩图作直观理解，图 1-1 给出几种常见情况.

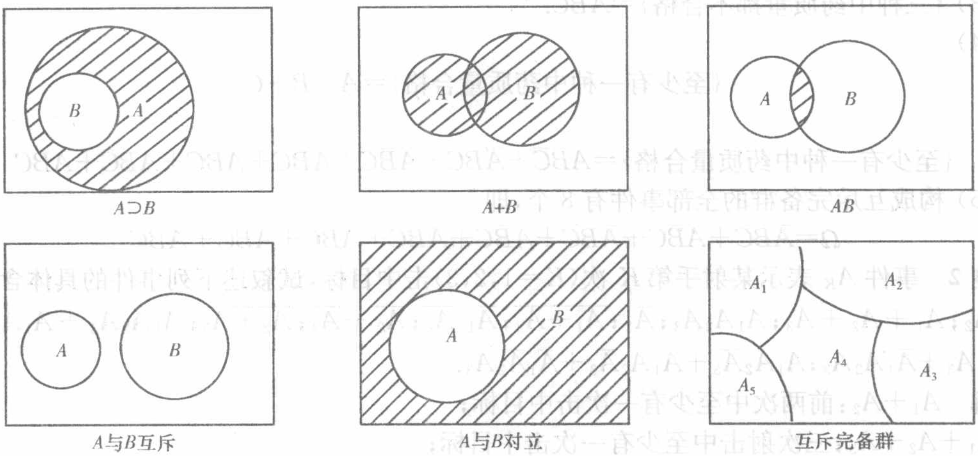

图 1-1　韦恩图

由事件的定义可知，事件之间的关系与运算同集合的关系与运算是一致的，因此在进行事件运算时，经常遇到下述定律：

设 A,B,C 三事件，则有

交换律：$A+B=B+A$；$AB=BA$.

结合律：$(A+B)+C=A+(B+C)$；$(AB)C=A(BC)$.

等幂律：$A+A=A$；$AA=A$.

分配律：$A(B+C)=AB+AC$；$(A+B)(A+C)=A+BC$.

补余律：$A+\overline{A}=\Omega$；$A\overline{A}=\varnothing$.

同一律：$A+\varnothing=A$；$A+\Omega=\Omega$.

零律：$A\Omega=A$；$A\varnothing=\varnothing$.

德摩根律：$\overline{A+B}=\overline{A}\,\overline{B}$；$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$.

一个比较复杂的事件常常包含若干个简单事件，把一个复杂事件划成几个简单事件的并、交或混合形式以及找出构成互斥完备群的全部事件是必要的，因为这是讨论事件间关系进而施行运算的重要途径.

例 1　依次检查黄芩、黄连、人参三种中药材质量作为一次试验. 令 A={黄芩合格}，B={黄连合格}，C={人参合格}. 试用 A,B,C 三个事件表示下列在一次试验中出现的事件：

(1) 只有黄芩质量合格；

(2) 只有一种中药质量合格；

(3) 三种中药质量都不合格；

(4) 至少有一种中药质量合格；

(5) 构成互斥完备群的全部事件.

解 令 $\overline{A}$={黄芩质量不合格}，$\overline{B}$={黄连质量不合格}，$\overline{C}$={人参质量不合格}.

(1) {只有黄芩质量合格}={黄芩合格且黄连、人参不合格}=$A\overline{B}\overline{C}$.

(2) 因为

$$\{只有黄芩质量合格\}=A\overline{B}\overline{C}$$
$$\{只有黄连质量合格\}=\overline{A}B\overline{C}$$
$$\{只有人参质量合格\}=\overline{A}\overline{B}C$$

所以

$$\{只有一种中药质量合格\}=A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$$

(3) {三种中药质量都不合格}=$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$.

(4)

$$\{至少有一种中药质量合格\}=A+B+C$$

或者

$$\{至少有一种中药质量合格\}=A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}BC+A\overline{B}C+AB\overline{C}+ABC$$

(5) 构成互斥完备群的全部事件有 8 个，即

$$\Omega=\overline{A}\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}BC+A\overline{B}C+AB\overline{C}+ABC$$

例 2 事件 A_K 表示某射手第 K 次($K=1,2,3$)击中目标，试叙述下列事件的具体含义：A_1+A_2；$A_1+A_2+A_3$；$A_1A_2A_3$；$\overline{A}_2$；$\overline{A_1+A_2}$；$\overline{A_1}\ \overline{A_2}$；$\overline{A_2}+\overline{A_3}$；$\overline{A_2+A_3}$；$A_1A_2A_3+A_1A_2\ \overline{A_3}+A_1\ \overline{A_2}\ A_3+\overline{A}_1A_2A_3$；$A_1\overline{A}_2\overline{A}_3+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3+\overline{A}_1\overline{A}_2A_3$.

解 A_1+A_2：前两次中至少有一次击中目标；

$A_1+A_2+A_3$：三次射击中至少有一次击中目标；

$A_1A_2A_3$：三次射击都击中了目标；

$\overline{A}_2$：第二次射击未击中目标；

$\overline{A_1+A_2}=\overline{A}_1\overline{A}_2$：前两次射击均未击中目标；

$\overline{A}_2+\overline{A}_3=\overline{A_2+A_3}$：后两次射击中至少有一次未击中目标；

$A_1A_2A_3+A_1A_2\overline{A}_3+A_1\overline{A}_2A_3+\overline{A}_1A_2A_3$：三次射击中至少有两次击中目标；

$A_1\overline{A}_2\overline{A}_3+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3+\overline{A}_1\overline{A}_2A_3$：三次射击中仅有一次击中目标.

注意，把一个事件化成若干个事件的并事件时，必须明白是有交并(不互斥)，还是无交并(互斥)，这对后面的计算尤为重要. 例如，例 1 的问题(2)表示成 3 个事件的无交并，问题(4)可表示成 3 个事件的有交并，或者 7 个事件的无交并，问题(5)构成互斥完备群的 8 个事件当然是无交并的.

§ 1-2 事件的概率

通俗地说，所谓概率是某一随机事件在试验中发生的可能性大小的数值表示，通常用$P(A)$来表示事件 A 的概率. $P(A)$越大，说明事件 A 发生的可能性越大. 下面给出概率论中关于概率的两个定义，从中可以了解概率的特性和计算方法.

1-2.1 概率的统计定义

随机事件是一种可能发生，也可能不发生的事件，看起来似乎没什么规律可循，当我们在同

一条件下进行大量重复试验时，就会显现某种规律性. 若进行条件相同的 n 次试验，事件 A 出现 m 次，则称 m 为事件 A 的**频数**，称比值 m/n 为事件 A 的频率，记为

$$f(A)=\frac{m}{n} \tag{1-1}$$

显然，事件 A 的频率是通过特定的试验获得的，每做 n 次试验，所得到的频率可以各不相同，但经验证明，在同一条件下进行多次重复试验时，事件出现的频率会在某一常数附近左右摆动，这种性质叫做**频率的稳定性**.

在历史上，这种频率的稳定性是在人口统计方面最先注意到的. 例如，世界上一些国家通过多年观察，发现男婴的出生率稳定在 22/43 附近，而女婴的出生率稳定在 21/43 附近.

再如，著名的投币试验. 表 1-1 列出试验记录. 容易看出，投掷次数逐渐增多时，{出现正面}这个事件的频率 m/n 总是在 0.5 这个数附近摆动而逐渐稳定于 0.5.

表 1-1

试验者	投掷次数 n	正面次数 m	频率 m/n
德摩根	2048	1061	0.5181
蒲丰	4040	2048	0.5069
皮尔逊	12000	6019	0.5016
皮尔逊	24000	12012	0.5005

由此可见，频率的稳定性充分说明随机事件发生的可能性大小是事件本身固有的一种客观属性，并为我们衡量一个随机试验中随机事件发生的可能性提供了客观基础.

概率的统计定义 在条件相同的 n 次试验中，事件 A 发生 m 次，如果加大 n 时，A 的频率 m/n 逐渐稳定在一个常数 P 附近，就把这个常数 P 称为事件 A 的概率，记为 $P(A)=p$. 在此定义下有

$$0\leqslant P(A)\leqslant 1,\quad P(\Omega)=1,\quad P(\varnothing)=0 \tag{1-2}$$

概率的统计定义实际上给出了一个近似地计算随机事件概率的方法，即当试验次数 n 足够大时，一个事件的频率与概率应充分接近，所以用事件的频率作为概率的近似值. 在医药学中，这种估计经常用到. 需要注意的是：不要把频率和概率相混淆. 频率是已经进行的试验结果，其数值随着试验次数的不同而变化，具有偶然性；而概率是一种客观存在，是个确定的数值，具有必然性.

1-2.2 概率的古典定义

有些事件的概率不用进行大量重复试验也能确定，如表 1-1 中的事件，因为硬币是比较均匀的，可以认为投掷一次时，只会出现正面和反面，具有等可能性，谁也没有优先出现的理由. 而每次只能出现其中的一个结果，所以出现正面的可能性大小是 1/2，即事件 A={出现正面}的概率，$P(A)=1/2$. 这就是说，可以用划分等可能事件的个数方法求得事件的概率.

为此，先给出**等概率基本事件组**的定义.

定义 1 如果一组事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 满足以下条件，则称该事件组为等概率基本事件组：

(1) N 个事件，每一个事件出现的概率是相等的(等可能性)；

(2) 任一次试验中，N 个事件中只能出现 N 个事件中的一个(互不相容性)；

(3) 任一次试验中，N 个事件中必然会出现一个(完备性).

等概率基本事件组记为 $\Omega=\{A_1,A_2,\cdots,A_n\}$.

定义 2 如果一组等概率基本事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中，事件 A 包含 $m(m\leqslant n)$个等概率基本

事件，则事件 A 的概率

$$P(A)=\frac{A\text{ 所包含的基本事件个数}}{\text{等概率基本事件的总个数}}=\frac{m}{n} \tag{1-3}$$

且有

$$0\leqslant P(A)\leqslant 1,\quad P(\Omega)=1,\quad P(\varnothing)=0$$

这种用等概率基本事件的个数来计算概率的方法称为古典概率定义，它是概率论发展初期的主要研究对象. 古典概率的大部分问题都能形象化地归结为抽球问题.

例 1 在盒子中有 6 个相同的球，分别标号码为 1，2，…，6，从中任取一球，求此球的号码为偶数的概率.

解 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$，基本事件总数 $n=6$. 令 $A=\{$所取球的号码为偶数$\}$，显然，$A=\{2\}+\{4\}+\{6\}$，所以 A 中含有 $m=3$ 个基本事件，从而

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

例 2 某厂生产 50 件产品，其中，有 3 件次品，求

(1) 一次取一件，取得次品的概率；

(2) 一次取 5 件，5 件中有 2 件是次品的概率.

解 (1) 50 件产品中取一件，其可能结果有 50 个基本事件(每件产品被取到的可能性相等)，即 $n=50$.

设 $A=\{$取到次品$\}$，则 A 包含 3 个基本事件，即 $m=3$. 由古典定义得

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{3}{50}=0.06$$

(2) 50 件产品中任取 5 件，其可能结果有 C_{50}^{5} 个基本事件(C_{50}^{5} 种机会均等的取法)，即 $n=C_{50}^{5}$.

设 $B=\{5$ 件中有 2 件次品$\}$，则事件 B 包含的基本事件数 $m=C_3^2C_{47}^3$，故所求概率

$$P(B)=\frac{C_3^2C_{47}^3}{C_{50}^5}=\frac{9}{932}=0.023$$

例 3 袋中有 2 个白球和 8 个黑球，现在无放回地一个个抽出来，求第 k 次抽到的是白球的概率($1\leqslant k\leqslant 10$).

解法一 把 10 个球当成是有区别的，即设想把它们按 1，2，…，10 进行编号，若将抽出的球依次排成一排，则全部可能的结果相当于把 10 个元素进行全排列，即全部基本事件数为 10!.

第 k 次抽到白球，即排在第 k 号位置上的那一个白球，只能在 2 个白球中取得，故有 2 种抽法. 而另外 9 次抽的球可在余下的 9 个中任取，故有 9! 种抽法. 以事件{第 k 次抽到白球}包含的基本事件数为 $2\times 9!$，故第 k 次抽到白球的概率 $p=\frac{2\times 9!}{10!}=\frac{2}{10}$.

解法二 把 2 个白球看成一样，8 个黑球看成一样，把抽出的球仍依次放在 10 个位置上，由于白球看成一样，黑球看成一样，所以当白球位置选好，其他位置必放黑球，故总的排法即总的基本事件数为 C_{10}^2，而事件{第 k 次抽到白球}所包含的基本事件数为 $C_{10-1}^{2-1}=C_9^1$(因为 2 个位置中已有 1 个位置，即第 k 号位置固定放了白球)，所以

$$p=\frac{C_9^1}{C_{10}^2}=\frac{2}{10}$$

两种解法结果一样，抽到白球的概率 $p=2/10$，与次数无关，这正好说明广泛应用于生产和生活中的抽签方法是公平合理的，先抽后抽都一样，机会均等.

需要说明的是，无论是概率的统计定义，还是古典定义，都在概率计算中起一定的作用，但又有着各自的局限性. 古典概率是以试验的所有可能结果只有有限个且具有等可能性为基础，