信号与线性系统分析 辅导与习题详解

经典 Classics

经典教材辅导用书 电子信息系列

知识要点

重点与难点

疑难解析

习题解答

高教版《信号与线性系统分析》(第4版)(吴大正主编)

4

宋琪 编

華中科技大學出版社
http://www.hustp.com

经典教材辅导用书·电子与信息类丛书

信号与线性系统分析
辅导与习题详解

高教版《信号与线性系统分析》(第4版)
(吴大正主编)

宋 琪 编

华中科技大学出版社
中国·武汉

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统分析辅导与习题详解/宋 琪 编.—武汉:华中科技大学出版社,2008年8月
ISBN 978-7-5609-4723-5

Ⅰ.信… Ⅱ.宋… Ⅲ.①信息理论-高等学校-教学参考资料 ②线性系统-系统分析-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第103639号

信号与线性系统分析辅导与习题详解　　宋 琪 编

策划编辑:周芬娜
责任编辑:周芬娜　　封面设计:潘 群
责任校对:李 琴　　责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)87557437

录　排:武汉佳年华科技有限公司
印　刷:华中科技大学印刷厂

开本:710mm×1000mm 1/16　印张:19.25　字数:528 000
版次:2008年8月第1版　印次:2008年8月第1次印刷　定价:29.00元
ISBN 978-7-5609-4723-5/TN·121

前　言

信号与系统是电子信息、通信及电气类各专业的一门重要的专业基础课，主要研究信号和线性系统分析的基本理论、基本概念和基本分析方法。

由高等教育出版社出版、吴大正主编的《信号与线性系统分析》(第4版)是普通高等教育"十五"国家级规划教材，也是国内颇有影响的经典教材之一。该教材颇具特色，尤其是在系统的时域分析部分，该教材将微分方程、差分方程的经典解法运用得淋漓尽致。

我们编写这本习题解答，目的是为了辅助学生学习信号与系统课程，加深学生对课程中基本理论和概念的理解，促进学生灵活、深入地掌握信号与系统中的基本分析方法。对于有难度的题目，一般在解答之前都有简要的分析。为了帮助学生学习"信号与线性系统"课程中的一些知识难点，加深他们对其中一些问题的理解和认识，解决他们在学习过程中可能出现的疑难问题，使同学们尽可能地将该课程的内容融会贯通。每章分为五大块：内容概述、知识要点、基本要求、疑难解析、习题解答。试图通过对每章主要内容的概括和疑难问题的分析讲解，让学生了解每章的学习重点，前后知识点之间的关联性以及横向知识点之间的相似性。书的末尾加了两套自测考题，并附有解答。

本书由宋琪主编和统稿，蒙文武编写了第一、四章的"内容概述"至"疑难解析"部分，罗航建编写了第七、八章的"内容概述"至"疑难解析"部分，程世平编写了第五章的"内容概述"至"疑难解析"部分，其余各部分均由宋琪编写。欢迎使用本书的教师和学生提出宝贵意见，以便今后进一步修改。

由于编者水平有限，书中难免有不妥和错误之处，恳请读者批评指正。

编　者
2008年3月
于华中科技大学

内 容 简 介

本书是关于高等教育出版社出版、吴大正主编的《信号与线性系统分析》(第 4 版)一书的学习辅导用书。

本书的每一章都分为内容概述、知识要点、基本要求、疑难解析和习题解答五个部分。疑难解析部分或是对该章的疑难问题进行分析,或是对相关的知识点进行评述,或是对某些问题进行更为深入的探讨。习题解答部分给出了原教材中所有不同层次的习题的详细解答过程,在解答过程中,注重知识点的体现和技巧的运用。

本书最后附有两套试题及其解答,供学生自测用。

本书可作为高等学校学生的辅导教材,也可作为报考电子、通信类专业及其它相关专业硕士研究生的考生的复习参考用书。

目 录

第一章　信号与系统

内容概述

本章主要介绍了信号与系统的概念以及它们的分类方法，讨论了线性时不变系统的特性，简要介绍了线性时不变系统的描述方法，重点研究了在线性时不变系统分析中占有重要地位的冲激函数、阶跃函数及其特性。

知识要点

1. 信号的概念及分类

(1) 信号的概念

信号是信息的一种表示方式，通过信号传递信息。信号常可表示为时间函数(或序列)，也可用波形表示。

(2) 信号的分类

根据信号的不同特性，可对信号进行不同分类。常见的分类如下。

① 确定信号和随机信号；

② 连续信号和离散信号；

③ 周期信号和非周期信号；

④ 实信号和复信号；

⑤ 能量信号和功率信号。

2. 信号的基本运算

(1) 加法和乘法

信号 $f_1(\cdot)$ 与 $f_2(\cdot)$ 之和(积)是指同一瞬时两信号之值对应相加(乘)所构成的“和(积)信号”。

(2) 反转

$$f(-t) \quad 或 \quad f(-k)$$

其几何含义是将 $f(\cdot)$ 以纵坐标为轴反转(或反折)。

(3) 平移

$$f(t-t_0) \quad 或 \quad f(k-k_0), \quad t_0, k_0 为常数$$

其几何含义是，若 $t_0>0$ 或 $k_0>0$，则 $f(t-t_0)$ 或 $f(k-k_0)$ 是将原信号 $f(\cdot)$ 沿 t 轴(k 轴)正方向平移 t_0 或 k_0，而 $f(t+t_0)$ 或 $f(k+k_0)$ 则是将原信号 $f(\cdot)$ 沿 t 轴(k 轴)负方向平移 t_0 或 k_0。

(4) 尺度变换

$$f(at)$$

其几何含义是，若 $a>1$，则 $f(at)$ 是将原信号 $f(t)$ 以原点($t=0$)为基准点，沿横轴压缩到原来的 $1/a$；若 $0<a<1$，则 $f(at)$ 是将原信号 $f(t)$ 沿横轴展宽至 $1/a$ 倍。

对于离散信号，通常不作展缩运算。

3. 奇异函数

(1) 单位阶跃函数

$$\varepsilon(t) \xlongequal{\text{def}} \lim_{n\to\infty}\gamma_n(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ \dfrac{1}{2}, & t=0\\ 1, & t>0\end{cases}$$

其中，
$$\gamma_n(t)=\begin{cases}0, & t<-\dfrac{1}{n}\\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{n}{2}t, & -\dfrac{1}{n}<t<\dfrac{1}{n}\\ 1, & t>\dfrac{1}{n}\end{cases}\quad (n=2,3,\cdots)$$

(2) 单位冲激函数

$$\delta(t) \xlongequal{\text{def}} \lim_{n\to\infty} p_n(t)$$

其中，
$$p_n(t)=\frac{\mathrm{d}\gamma_n(t)}{\mathrm{d}t}=\begin{cases}0, & t<-\dfrac{1}{n}\\ \dfrac{n}{2}, & -\dfrac{1}{n}<t<\dfrac{1}{n}\\ 0, & t>\dfrac{1}{n}\end{cases}\quad (n=2,3,\cdots)$$

阶跃函数与冲激函数的关系：

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t},\quad \varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(x)\mathrm{d}x$$

(3) 冲激偶函数

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$$

其广义函数定义为
$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=-\varphi'(0)$$

其性质有
$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=0$$

(4) 冲激函数的性质

① 与普通函数的乘积：

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t),\quad \int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0),\quad \int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t=-f'(0)$$

② 移位：

$$f(t)\delta(t-t_1)=f(t_1)\delta(t-t_1),\quad \int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_1)\mathrm{d}t=f(t_1)$$

$$f(t)\delta'(t-t_1)=f(t_1)\delta'(t-t_1)-f'(t_1)\delta(t-t_1),\quad \int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t-t_1)\mathrm{d}t=-f'(t_1)$$

③ 尺度变换：

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t),\quad \delta^{(n)}(at)=\frac{1}{|a|}\cdot\frac{1}{a^n}\delta^{(n)}(t)$$

④ 奇偶性：

当 n 为偶数时，有 $\delta^{(n)}(-t)=\delta^{(n)}(t)$，即 $\delta^{(n)}(t)$ 是 t 的偶函数；

当 n 为奇数时，有 $\delta^{(n)}(-t)=-\delta^{(n)}(t)$，即 $\delta^{(n)}(t)$ 是 t 的奇函数。

⑤ 复合函数形式的冲激函数

$$\delta[f(t)] = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{|f'(t_i)|}\delta(t-t_i)$$

其中，t_i $(i=1,2,\cdots,n)$ 为 $f(t)=0$ 的单根。

4. 系统的分类及描述

按数学模型的不同，系统可分为：即时系统与动态系统、连续系统与离散系统、线性系统与非线性系统、时变系统与时不变系统。

描述连续系统的数学模型是微分方程；描述离散系统的数学模型是差分方程。

系统还可用框图来描述其激励与响应之间的数学运算关系。在描述连续系统的框图中，常用的基本单元有积分器、加法器和数乘器。在描述离散系统的框图中，常用的基本单元有迟延单元、加法器和数乘器。

5. 系统的特性

(1) 线性性

线性系统的全响应可分解成两个分量：零输入响应和零状态响应，即

$$y(\cdot) = y_{zi}(\cdot) + y_{zs}(\cdot) = T[\{x(0)\},\{0\}] + T[\{0\},\{f(\cdot)\}]$$

且零输入响应满足线性和零状态响应满足线性，即

$$y_{zi}(\cdot) = T[\alpha_1 x_1(0) + \alpha_2 x_2(0)] = \alpha_1 T[x_1(0)] + \alpha_2 T[x_2(0)]$$

$$y_{zs}(\cdot) = T[\beta_1 f_1(\cdot) + \beta_2 f_2(\cdot)] = \beta_1 T[f_1(\cdot)] + \beta_2 T[f_2(\cdot)]$$

(2) 时不变性

时不变系统的参数都是常数，不随时间变化，故其零状态响应 $y_{zs}(\cdot)$ 的形式与输入信号接入的时间无关，即若 $T[\{0\},f(\cdot)] = y_{zs}(\cdot)$，则有

$$T[\{0\},f(t-t_d)] = y_{zs}(t-t_d),\quad T[\{0\},f(k-k_d)] = y_{zs}(k-k_d)$$

(3) 因果性

因果系统就是零状态响应不出现于激励之前的系统。即对任意时刻 t_0 或 k_0 和任意输入 $f(\cdot)$，若

$$f(\cdot)=0,\quad t<t_0\quad (\text{或 } k<k_0)$$

则其零状态响应

$$y_{zs}(\cdot) = T[\{0\},f(\cdot)] = 0,\quad t<t_0\quad (\text{或 } k<k_0)$$

(4) 稳定性

系统的稳定性是指，对有界的激励 $f(\cdot)$，系统的零状态响应 $y_{zs}(\cdot)$ 也是有界的，即若系统的激励 $|f(\cdot)|<\infty$ 时，其零状态响应

$$|y_{zs}(\cdot)|<\infty$$

基 本 要 求

1. 正确理解信号和系统的基本概念；
2. 掌握根据信号的不同特性判断信号类型的方法；
3. 掌握信号的基本时域运算；
4. 掌握根据系统的不同特性判断系统类型的方法；
5. 深刻理解冲激函数和阶跃函数的定义及相互间的关系；
6. 掌握冲激函数的性质。

疑难解析

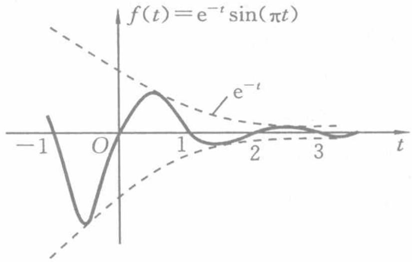
1. 信号的加法和乘法运算

在信号的基本运算中，加法和乘法运算不同于平移、反转和尺度变换等运算，后三者是对某一个信号的自变量进行变换，而前二者涉及多个信号。要注意加法和乘法运算的规则，即同一瞬时两信号的值对应相加或相乘。例如，若

$$f_1(k)=k+1,k=0,1,2,3$$

$$f_2(k)=\varepsilon(k)$$

则
$$f_1(k)+f_2(k)=\begin{cases}2, & k=0\\ 3, & k=1\\ 4, & k=2\\ 5, & k=3\\ 1, & k>3\end{cases}$$



图例 1

单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 是一个因果信号，任意信号 $f(t)$ 与之相乘得到的 $f(t)\varepsilon(t)$ 都是因果信号，对于相应的单位阶跃序列 $\varepsilon(k)$ 来说也是这样，由于它是因果序列，任意的离散时间信号 $f(k)$ 与之相乘后得到的 $f(k)\varepsilon(k)$ 也都是因果序列。

有一类较常见的信号，它是由指数函数与正弦函数相乘而得的，例如，$f(t)=\mathrm{e}^{-t}\sin(\pi t)$，通常称其为变幅的正弦振荡信号，这里所举的 $f(t)$ 由于其幅度随 t 的增大而减小，所以也称为衰减的正弦信号，其波形如图例 1 所示。

2. 判断系统的线性性、时不变性、因果性及稳定性

判断系统的这些性质是个考点，同时也是难点，而判断的方法应根据已知条件的不同而有所不同。以原教材习题一中的 1-23、1-24 和 1-25 这三题为例，这三个题目都是这一类型的题，但已知条件各不相同，且考察的性质也不尽相同。

题 1-23 给出的条件是输入输出方程，要求判断系统是否是线性的。因为线性系统的首要特性是可分解性，即初始状态所引起的响应与激励所引起的响应是可分开的，其次才是零状态响应和零输入响应均分别具有线性性，所以所给输入输出方程中包含了代表系统初始状态的 $x(0)$。这种情况下就应首先从是否具有可分解性入手，在满足了可分解性的前提下再判断是否满足线性性。

题 1-24 同样给出了输入输出方程，但与题 1-23 中方程不同，它只包含输出 $y(t)$（或 $y(k)$）、输入 $f(t)$（或 $f(k)$），没有 $x(0)$，且方程是微分（或差分）方程，即方程中还包含有 $y(t)$、$f(t)$ 的导数项（或 $y(k)$、$f(k)$ 的移位项）。因为没有了 $x(0)$，只有输入和输出项，所以除了线性性外，还可以根据给定方程判断系统的时不变性。在这种条件下，可采用习题解答部分 1-24 中的方法，分别将 $a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$ 和 $a_1f_1(t)+a_2f_2(t)$ 及 $y(t-t_d)$ 和 $f(t-t_d)$ 代入方程的左、右两边，看是否两边相等，若相等，则系统线性或时不变，否则非线性或时变。

题 1-25 又是另一类不同于题 1-24 的题型，但又是比较常出现的题型。它给出的是输入输出间的关系式（注意此输出是零状态响应），而这个关系一般是一个信号变换的形式，例如，$y_{zs}(k)=f(1-k)$ 定义了这样一个系统，其功能是将输入信号先反转，再向右平移一个单位，从而得到输出信号。又如 $y_{zs}(t)=f(t)\cos(2\pi t)$ 定义了这样一个系统，其功能就是将输入信号加权，乘以一个数值，而这个数值不是常数，是随时间而变的。通常在这种已知条件下，判断系统性质所采用的方法，可参照习题解答部分题 1-25 中的方法，要紧紧抓住这些基本概念：线性性就是要同时满足齐次性

和可加性；时不变性就是激励延迟一定时间，零状态响应也延迟相同的时间；因果性就是响应不会出现在激励之前；稳定性就是有界的输入所引起的零状态响应也是有界的。

习 题 解 答

【1-1】 画出下列各信号的波形[式中 $r(t)=t\varepsilon(t)$ 为斜升函数]。

(1) $f(t)=(2-3\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$　(2) $f(t)=\mathrm{e}^{-|t|}, -\infty<t<\infty$　(3) $f(t)=\sin(\pi t)\varepsilon(t)$

(4) $f(t)=\varepsilon(\sin t)$　(5) $f(t)=r(\sin t)$　(6) $f(k)=\begin{cases}2^k, & k<0\\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^k, & k\geqslant 0\end{cases}$

(7) $f(k)=2^k\varepsilon(k)$　(8) $f(k)=(k+1)\varepsilon(k)$　(9) $f(k)=\sin\left(\dfrac{k\pi}{4}\right)\varepsilon(k)$

(10) $f(k)=[1+(-1)^k]\varepsilon(k)$

解　(1) 信号 $f(t)=(2-3\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$ 的波形如图 1-1(a) 所示。

(2) 信号 $f(t)=\mathrm{e}^{-|t|}, -\infty<t<\infty$ 的波形如图 1-1(b) 所示。

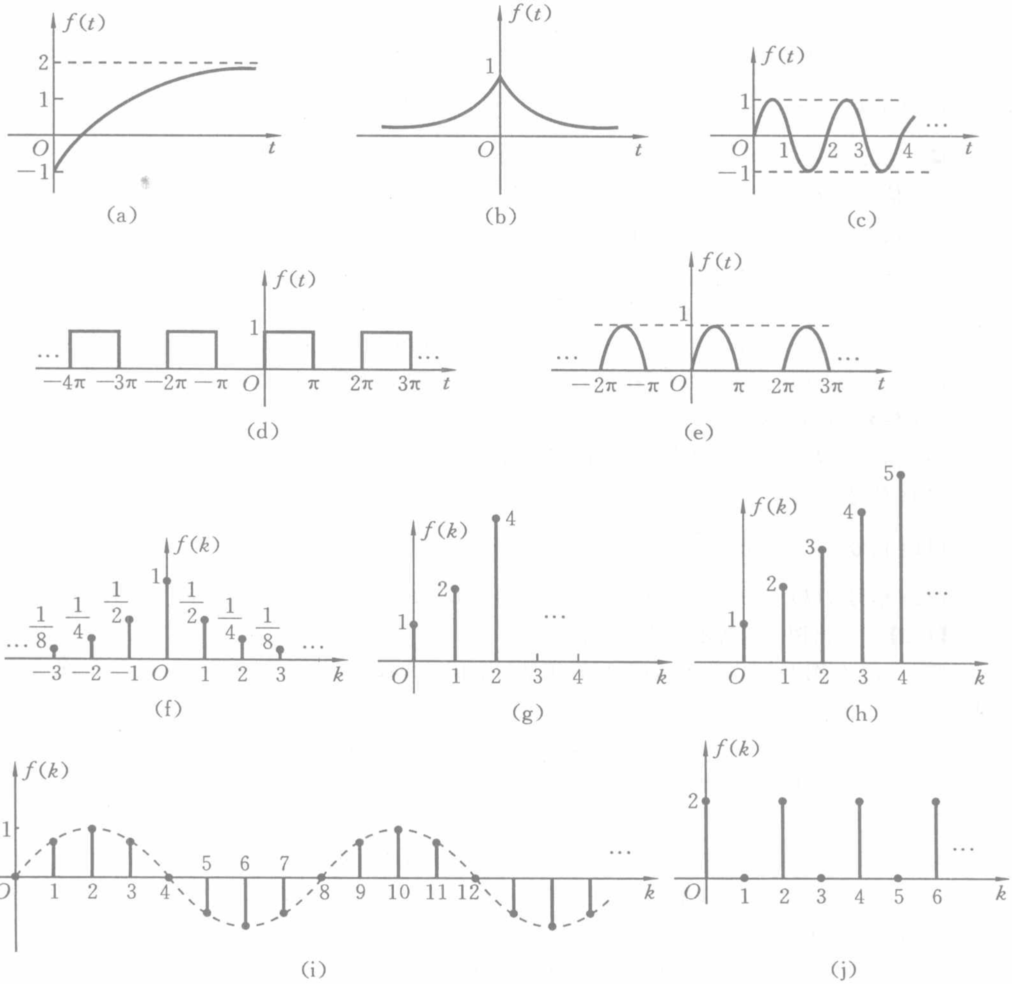


图 1-1

(3) 信号 $f(t)=\sin(\pi t)\varepsilon(t)$ 的波形如图 1-1(c) 所示。

(4) 信号 $f(t)=\varepsilon(\sin t)$ 的波形如图 1-1(d) 所示。

(5) 信号 $f(t)=r(\sin t)$ 的波形如图 1-1(e) 所示。

(6) 信号 $f(k)=\begin{cases}2^k, & k<0\\ \left(\frac{1}{2}\right)^k, & k\geqslant 0\end{cases}$ 的波形如图 1-1(f) 所示。

(7) 信号 $f(k)=2^k\varepsilon(k)$ 的波形如图 1-1(g) 所示。

(8) 信号 $f(k)=(k+1)\varepsilon(k)$ 的波形如图 1-1(h) 所示。

(9) 信号 $f(k)=\sin\left(\frac{k\pi}{4}\right)\varepsilon(k)$ 的波形如图 1-1(i) 所示。

(10) 信号 $f(k)=[1+(-1)^k]\varepsilon(k)$ 的波形如图 1-1(j) 所示。

【1-2】 画出下列各信号的波形[式中 $r(t)=t\varepsilon(t)$ 为斜升函数]。

(1) $f(t)=2\varepsilon(t+1)-3\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)$　　(2) $f(t)=r(t)-2r(t-1)+r(t-2)$

(3) $f(t)=\varepsilon(t)r(2-t)$　　(4) $f(t)=r(t)\varepsilon(2-t)$

(5) $f(t)=r(2t)\varepsilon(2-t)$　　(6) $f(t)=\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$

(7) $f(t)=\sin\pi(t-1)[\varepsilon(2-t)-\varepsilon(-t)]$　　(8) $f(k)=k[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-5)]$

(9) $f(k)=2^{-k}\varepsilon(k)$　　(10) $f(k)=2^{-(k-2)}\varepsilon(k-2)$

(11) $f(k)=\sin\left(\frac{k\pi}{6}\right)[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-7)]$　　(12) $f(k)=2^k[\varepsilon(3-k)-\varepsilon(-k)]$

解　(1) 信号 $f(t)=2\varepsilon(t+1)-3\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)$ 的波形如图 1-2(a) 所示。

(2) 信号 $f(t)=r(t)-2r(t-1)+r(t-2)$ 的波形如图 1-2(b) 所示。

(3) 信号 $f(t)=\varepsilon(t)r(2-t)$ 的波形如图 1-2(c) 所示。

(4) 信号 $f(t)=r(t)\varepsilon(2-t)$ 的波形如图 1-2(d) 所示。

(5) 信号 $f(t)=r(2t)\varepsilon(2-t)$ 的波形如图 1-2(e) 所示。

(6) 信号 $f(t)=\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$ 的波形如图 1-2(f) 所示。

(7) 信号 $f(t)=\sin\pi(t-1)[\varepsilon(2-t)-\varepsilon(-t)]$ 的波形如图1-2(g) 所示。

(8) 信号 $f(k)=k[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-5)]$ 的波形如图 1-2(h) 所示。

(9) 信号 $f(k)=2^{-k}\varepsilon(k)$ 的波形如图 1-2(i) 所示。

(10) 信号 $f(k)=2^{-(k-2)}\varepsilon(k-2)$ 的波形如图 1-2(j) 所示。

(11) 信号 $f(k)=\sin\left(\frac{k\pi}{6}\right)[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-7)]$ 的波形如图 1-2(k) 所示。

(12) 信号 $f(k)=2^k[\varepsilon(3-k)-\varepsilon(-k)]$ 的波形如图 1-2(l) 所示。

【1-3】 写出图 1-3 所示各波形的表达式。

解　(a) 如图 1-3(a) 所示。$f(t)$ 可看作是三个信号 $2\varepsilon(t+1)$、$-\varepsilon(t-1)$ 和 $-\varepsilon(t-2)$ 的叠加，因此

$$f(t)=2\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)$$

(b) 由图 1-3(b) 可写出

$$f(t)=\begin{cases}t+1, & -1\leqslant t\leqslant 1\\ -t+3, & 1<t\leqslant 3\end{cases}$$

于是　$$f(t)=(t+1)[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)]-(t-3)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)]$$

(c) 由图 1-3(c) 可写出

$$f(t)=10\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$$

(d) 由图 1-3(d) 可写出

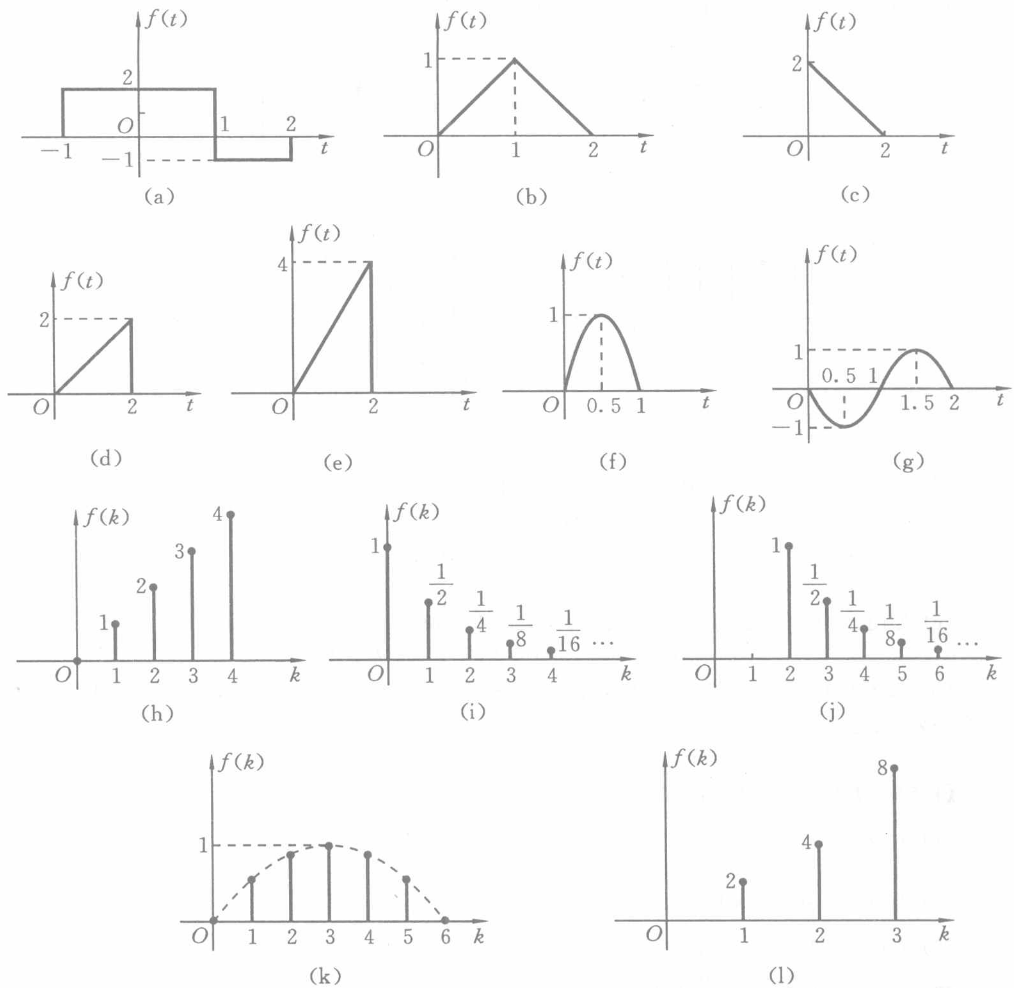


图 1-2

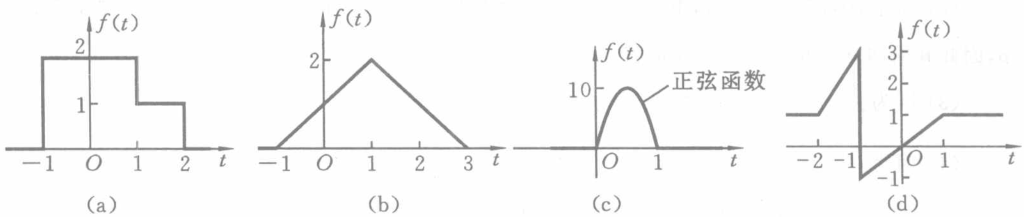


图 1-3

$$f(t)=\begin{cases}1, & t<-2\\ 2t+5, & -2\leqslant t\leqslant -1\\ t, & -1\leqslant t\leqslant 1\\ 1, & 1<t\end{cases}$$

于是 $f(t)=\varepsilon(-t-2)+(2t+5)[\varepsilon(t+2)-\varepsilon(t+1)]+t[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)]+\varepsilon(t-1)$

$$=1+(2t+4)[\varepsilon(t+2)-\varepsilon(t+1)]+(t-1)[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)]$$

【1-4】　写出图 1-4 所示各序列的闭合形式表达式。

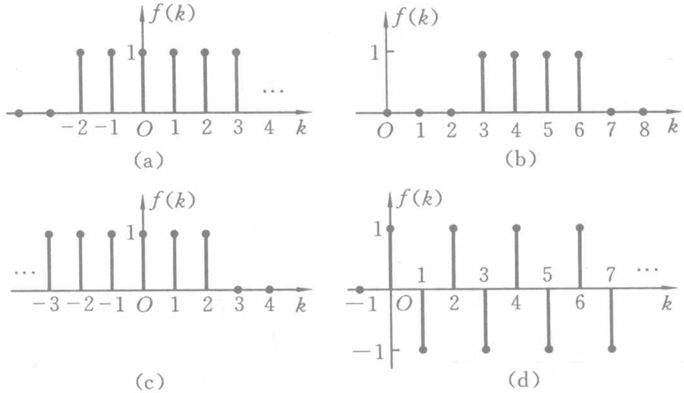


图 1-4

解　(a) 如图 1-4(a) 所示。$f(k)$ 是将 $\varepsilon(k)$ 向左平移两个单位而得到的，因而

$$f(k)=\varepsilon(k+2)$$

(b) 如图 1-4(b) 所示。$f(k)$ 是有限长度的序列，易写出

$$f(k)=\delta(k-3)+\delta(k-4)+\delta(k-5)+\delta(k-6)=\varepsilon(k-3)-\varepsilon(k-7)$$

(c) 如图 1-4(c) 所示。$f(k)$ 是将 $\varepsilon(-k)$ 向右平移两个单位而得到的，因而

$$f(k)=\varepsilon[-(k-2)]=\varepsilon(-k+2)$$

(d) 如图 1-4(d) 所示。$f(k)$ 可看作是 $\varepsilon(k)$ 当 k 取奇数时值均为 -1，当 k 取偶数时值均为 1 的一个序列，因此

$$f(k)=(-1)^k\varepsilon(k)$$

【1-5】　判别下列各序列是否为周期性的。如果是，确定其周期。

(1) $f_1(k)=\cos\left(\dfrac{3\pi}{5}k\right)$　　(2) $f_2(k)=\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}k+\dfrac{\pi}{4}\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{3}k+\dfrac{\pi}{6}\right)$

(3) $f_3(k)=\sin\left(\dfrac{1}{2}k\right)$　　(4) $f_4(k)=e^{j\frac{\pi}{3}k}$

(5) $f_5(t)=3\cos t+2\sin(\pi t)$　　(6) $f_6(t)=\cos(\pi t)\varepsilon(t)$

解　(1) 因为$\dfrac{2\pi}{3\pi/5}=\dfrac{10}{3}$，所以 $f_1(k)$ 是周期的，且周期为 10。

(2) 对于 $\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}k+\dfrac{\pi}{4}\right)$，由于$\dfrac{2\pi}{3\pi/4}=\dfrac{8}{3}$，因此其周期为 8；对于 $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}k+\dfrac{\pi}{6}\right)$，由于$\dfrac{2\pi}{\pi/3}=6$，因此其周期就为 6。对于 $f_2(k)$ 而言，其周期就是 6 和 8 的最小公倍数，即 24。

(3) 因为$\dfrac{2\pi}{1/2}=4\pi$ 为无理数，所以 $f_3(k)$ 不是周期序列。

(4) 因为 $e^{j\frac{\pi}{3}k}=\cos\left(\dfrac{\pi}{3}k\right)+j\sin\left(\dfrac{\pi}{3}k\right)$，且$\dfrac{2\pi}{\pi/3}=6$，所以 $f_4(k)$ 为周期信号，且周期为 6。

(5) 对于 $\cos t$，其周期为 2π；对于 $\sin(\pi t)$，其周期为 2。由于 2π 是无理数，2 是有理数，二者不存在最小公倍数，所以 $f_5(t)$ 不是周期信号。

(6) $f_6(t)$ 是一因果信号，虽然在区间 $(0,\infty)$ 内，信号的变化有规律地重复，但在区间 $(-\infty,\infty)$ 上，信号并不是始终按同样规律重复变化的，因此 $f_6(t)$ 不是周期信号。

【1-6】　已知信号 $f(t)$ 的波形如图 1-5 所示，画出下列各函数的波形。

(1) $f(t-1)\varepsilon(t)$　　(2) $f(t-1)\varepsilon(t-1)$　　(3) $f(2-t)$

(4) $f(2-t)\varepsilon(2-t)$　　(5) $f(1-2t)$　　(6) $f(0.5t-2)$

(7) $\dfrac{df(t)}{dt}$　　(8) $\displaystyle\int_{-\infty}^{t}f(x)dx$

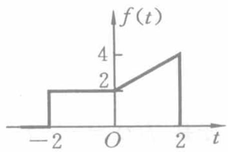


图 1-5

解　(1) $f(t-1)\varepsilon(t)$ 的波形如图 1-6(a) 所示。

(2) $f(t-1)\varepsilon(t-1)$ 的波形如图 1-6(b) 所示。

(3) $f(2-t)$ 的波形如图 1-6(c) 所示。

(4) $f(2-t)\varepsilon(2-t)$ 的波形如图 1-6(d) 所示。

(5) $f(1-2t)$ 的波形如图 1-6(e) 所示。

(6) $f(0.5t-2)$ 的波形如图 1-6(f) 所示。

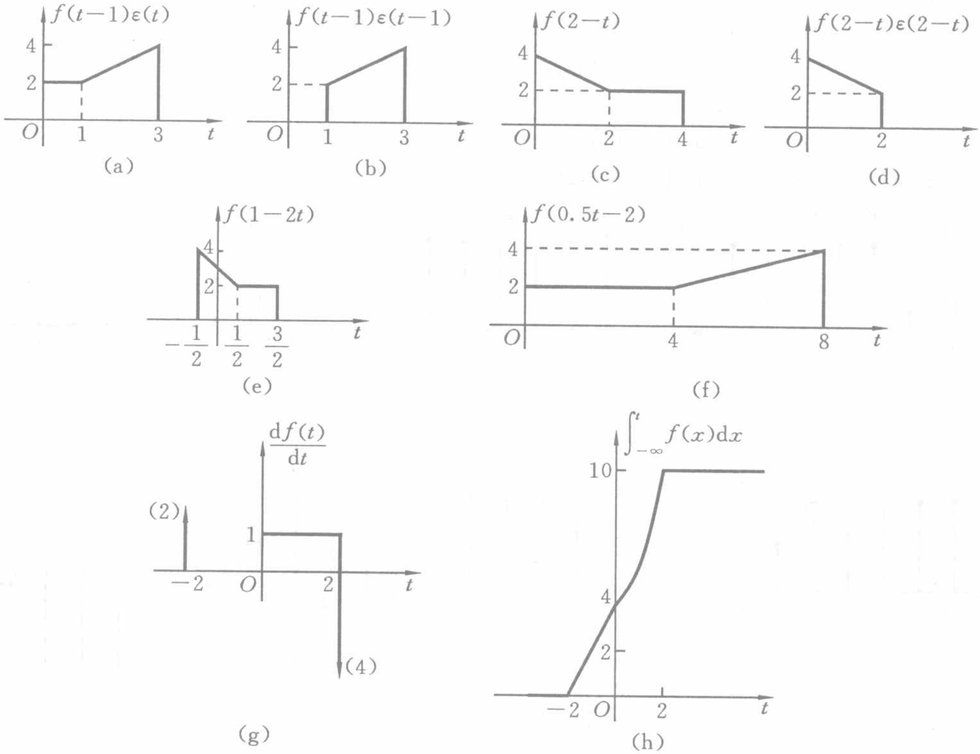


图 1-6

(7) 由图 1-5 可写出

$$f(t)=\begin{cases}2, & -2<t\leqslant 0\\ t+2, & 0\leqslant t<2\\ 0, & \text{其它}\end{cases}\quad 即\quad f(t)=2[\varepsilon(t+2)-\varepsilon(t)]+(t+2)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$$

于是
$$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)+2\delta(t+2)-4\delta(t-2)$$

故 $\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$ 的波形如图 1-6(g) 所示。

$$(8)\ \int_{-\infty}^{t}f(x)\mathrm{d}x=\begin{cases}\int_{-\infty}^{t}0\cdot\mathrm{d}x=0, & -\infty<t\leqslant -2\\ \int_{-2}^{t}2\mathrm{d}x=2t+4, & -2\leqslant t\leqslant 0\\ \int_{-2}^{0}2\mathrm{d}x+\int_{0}^{t}(x+2)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}t^2+2t+4, & 0<t\leqslant 2\\ \int_{-2}^{0}2\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}(x+2)\mathrm{d}x=10, & 2\leqslant t<\infty\end{cases}$$

$\int_{-\infty}^{t}f(x)\mathrm{d}x$ 的波形如图 1-6(h) 所示。

【1-7】 已知序列 $f(k)$ 的图形如图 1-7 所示，画出下列各序列的图形。

(1) $f(k-2)\varepsilon(k)$　　(2) $f(k-2)\varepsilon(k-2)$

(3) $f(k-2)[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-4)]$　　(4) $f(-k-2)$

(5) $f(-k+2)\varepsilon(-k+1)$　　(6) $f(k)-f(k-3)$

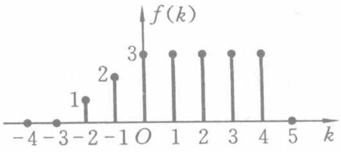


图 1-7

解 (1) $f(k-2)\varepsilon(k)$ 的图形如图 1-8(a) 所示。

(2) $f(k-2)\varepsilon(k-2)$ 的图形如图 1-8(b) 所示。

(3) $f(k-2)[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-4)]$ 的图形如图 1-8(c) 所示。

(4) $f(-k-2)$ 的图形如图 1-8(d) 所示。

(5) $f(-k+2)\varepsilon(-k+1)$ 的图形如图 1-8(e) 所示。

(6) $f(k)-f(k-3)$ 的图形如图 1-8(f) 所示。

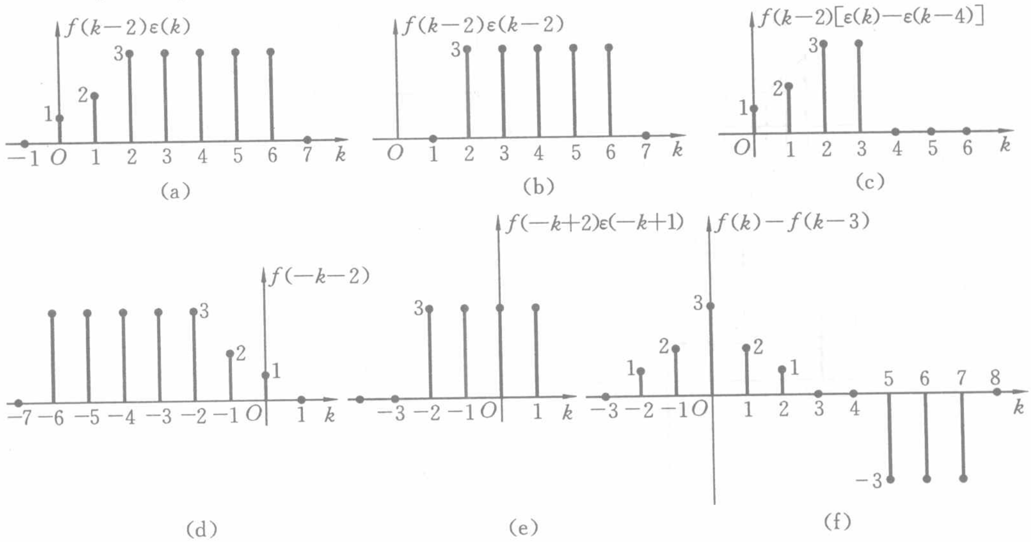


图 1-8

【1-8】 求图 1-9 所示各信号的一阶导数，并画出其波形。

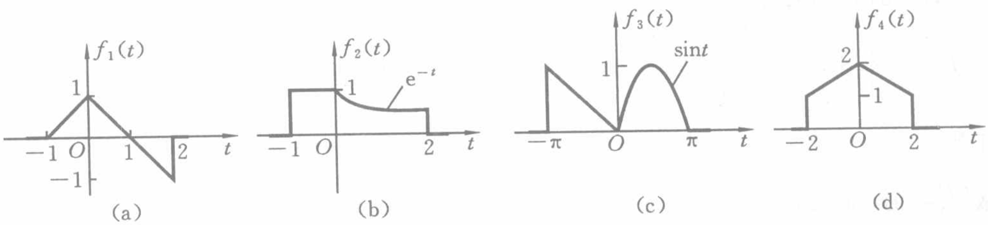


图 1-9

解 (a) 由图 1-9(a) 可写出

$$
f_1(t)=\begin{cases} t+1, & -1\leqslant t\leqslant 0 \\ -t+1, & 0\leqslant t\leqslant 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}
$$

即
$$
f_1(t)=(t+1)[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t)]+(-t+1)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]
$$

于是
$$
\frac{\mathrm{d}f_1(t)}{\mathrm{d}t}=[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t)]-[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]+\delta(t-2)
$$