

按新课程标准编写

数学

SHUXUE

主编 才裕平

重 难 疑 点 解析

突出重点
突破难点
解析疑点
关注考点

八年级(初二)

长 春 出 版 社

按新课程标准编写

数学重难点

主编 才裕平

解析

八年级(初二)

长 春 出 版 社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学重点难点疑点解析. 初中二年级/才裕平主编—长春: 长春出版社, 2006. 7

ISBN 7-5445-0152-3

I. 数... II. 才... III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 026566 号

责任编辑: 杜 菲

封面设计: 郝 威

出版发行: 长春出版社

总 编 室 电 话: 0431-8563443

发行部电话: 0431-8561180 读者服务部电话: 0431-8561177

地 址: 吉林省长春市建设街 1377 号

邮 编: 130061

网 址: www.cccbs.net

制 版: 长春国栋文化传播中心

印 刷: 长春方圆印业有限公司

经 销: 新华书店

开 本: 880×1230 毫米 1/32

字 数: 355 千字

印 张: 12

版 次: 2006 年 7 月第 1 版

印 次: 2008 年 8 月第 7 次印刷

定 价: 15.00 元

版权所有 盗版必究

数学重点难点疑点解析

丛书主编 才裕平

丛书副主编 陈春玲 刘曦航

孙玉伟 葛立学

本册主编 才裕平 陈春玲

本册副主编 孙玉伟 吴静波

编委 隋成田 常益山 王立国

赵连玲 肖飞 高侠

李文刚 高立栋 吴洪家

孙立信 山岩 何靖

苏杰 秦妍妍 齐占元



前言

随着国家基础教育课程改革的深入发展,义务教育《课程标准》的实验范围正在逐步扩大,新的教育理念被越来越多的教育工作者与社会人士所接受,我国基础教育事业正经历着一次深刻的变革。为了适应课程改革深入发展的需要,我们在广泛征集有关专家、教师、学生和家長意见的基础上,编写了这套丛书。

丛书按照源于教材又高于教材的原则进行编写,总体上与教材同步。对教材的个个知识点以及能力要求进行全面的解析,并具有以下特点:

一、全新的理念

丛书以国家教育部“新课程标准”为纲,以“中、小学数学考试大纲”为准绳编写而成。注重素质教育,培养学生动手、动脑、独立学习和解决实际问题的能力。

二、全新的题型

丛书收集并精选了近年来全国各省、市、地区“中小考”优秀试题,题型新颖,内容丰富,深浅适度,适合中、小学师生使用。

三、解题精巧

丛书讲解细致,分析透彻,层次分明,条理清晰,解题技巧性强。对掌握教材重点、难点、疑点以及各知识点,对培养解题能力具有极强的实用性和指导性。





四、循序渐进

丛书对每章学习目标和各类训练题难易程度研究透彻,由浅入深、由易到难。设有巩固基础题、培优训练题、热点考题、竞赛链接题,知识系统,循序渐进。

五、实用性强

丛书知识点涵盖全面,突出重点、突破难点、解析疑点,使学生真正做到举一反三、融会贯通。紧扣“中小考”脉搏,关注热点、焦点问题,培养学生“中小考”意识和应试能力。

丛书在编写过程中,考虑到全国各地教材版本使用复杂的现状,以人教版为蓝本,同时对目前国内各省、市、地区使用的教材版本均有所涉及。因此,丛书适合全国各地重点和普通中、小学师生使用。

丛书虽然经过了精心设计和编写,但难免有疏漏之处,望广大读者批评指正。





目 录

第一章 一次函数	1
第一节 变量与函数	2
第二节 一次函数	12
第三节 用函数的观点看方程(组)与不等式	24
第一章测试题	33
第二章 数据的描述	38
第一节 几种常见的统计图表	39
第二节 用图表描述数据	49
第二章测试题	61
第三章 全等三角形	67
第一节 全等三角形	68
第二节 三角形全等的条件	75
第三节 角的平分线的性质	93
第三章测试题	102
综合测试题一(第1~3章)	107
第四章 轴对称	110
第一节 轴对称	111
第二节 轴对称变换	116
第三节 等腰三角形	122
第四章测试题	129





第五章 整式	134
第一节 整式的加减	136
第二节 整式的乘法	141
第三节 乘法公式	146
第四节 整式的除法	150
第五节 因式分解	154
第五章测试题	160
综合测试题二(第1~5章)	163
第六章 分式	165
第一节 分式	166
第二节 分式的运算	172
第三节 分式方程	181
第六章测试题	188
第七章 反比例函数	191
第一节 反比例函数	192
第二节 实际问题与反比例函数	202
第七章测试题	213
第八章 勾股定理	215
第一节 勾股定理	215
第二节 勾股定理的逆定理	223
第八章测试题	229
综合测试题三(第6~8章)	234
第九章 四边形	237
第一节 平行四边形	238
第二节 特殊的平行四边形	246





第三节 梯形	259
第九章测试题	266
第十章 数据的分析	270
第一节 数据的代表	271
第二节 数据的波动	280
第十章测试题	289
综合测试题四(第6~10章)	292
模拟测试题(一)	295
模拟测试题(二)	300
参考答案	305



第一章 一次函数

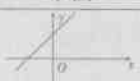
课程标准要求

1. 结合具体情况体会常量、变量、正比例函数和一次函数的意义, 根据已知条件确定一次函数的表达式.
2. 会画一次函数的图象, 根据一次函数的图象和解析表达式 $y = kx + b (k \neq 0)$, 探索并理解其性质, $k > 0$ 或 $k < 0$ 时, 图象的变化情况.
3. 理解正比例函数.
4. 能根据一次函数的图象求二元一次方程组的近似解.
5. 能用一次函数解决实际问题.
6. 结合对函数关系的分析, 尝试对变量的变化规律进行初步预测.

知识要点

一次函数的图象和性质:

一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象是一条过点 $(-\frac{b}{k}, 0)$ 、 $(0, b)$ 的直线, 它经过的象限由 k, b 的值决定.

k, b 符号	草图	经过的象限
$k > 0, b > 0$		直线经过一、二、三象限
$k > 0, b < 0$		直线经过一、三、四象限
$k < 0, b > 0$		直线经过一、二、四象限
$k < 0, b < 0$		直线经过二、三、四象限

重点·难点·疑点·考点

重点 一次函数的图象和性质.

难点 对函数的意义和函数表示法的了解,对用列表法、图象法表示函数的认识.

疑点 求函数解析式,函数图象,代数与几何的联系,变量与函数概念的引入,与物理、化学等学科交织的处理,讨论社会问题、经济问题是中考中必须解决的疑点.

考点 函数是数学中最重要的内容之一,是高中数学的基础,本章内容越来越受重视,也是近几年各省市中考的热点问题.

第一节 变量与函数

典型题

例 1 下列函数中表示同一个函数的是().

A. $y=x$, 与 $y=\frac{x^2}{x}$

B. $y=x$ 与 $y=(\sqrt{x})^2$

C. $y=x$ 与 $y=\sqrt[3]{x^3}$

D. $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$

分析 判断两个函数是不是同一个函数应从两个方面考虑:

(1)看两个函数的自变量取值范围是否相同.

(2)看两个函数的对应规律是否相同.

解 A项: $y=x$ 的自变量 x 的取值范围是全体实数, $y=\frac{x^2}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$,所以 $y=x$ 与 $y=\frac{x^2}{x}$ 不是同一个函数;B项: $y=(\sqrt{x})^2$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \geq 0$,所以 $y=x$ 与 $y=(\sqrt{x})^2$ 不是同一个函数;C项: $y=\sqrt[3]{x^3}$ 中的 x 取值范围是全体实数,并且 $y=\sqrt[3]{x^3}=x$,所以 $y=x$ 与 $y=\sqrt[3]{x^3}$ 是同一个函数;D项: $y=\sqrt{x^2}$ 的自变量 x 可以取全体实数,但其函数值 y 只能大于或等于0,而 $y=x$ 中 y 可取全体实数,所以 $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$ 不是同

一个函数,故选 C.

说明 如果两个函数只要满足自变量的取值范围相同,对应规律也相同,不管它们所使用的变量是否相同,都是同一个函数.

例 2 (2005 年·山西省)函数 $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

分析 分式的分母不能为 0,偶次方根的被开方数要大于等于 0.

解 自变量的取值范围为 $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases}$, 所以 $x \geq 3$, 且 $x \neq 4$.

说明 求函数解析式中自变量的取值范围,一般根据函数各部分有意义的要求,列出限制自变量 x 的条件的不等式(组),求出其解集,即可得到自变量的取值范围.

例 3 (2005 年·陕西省)甲、乙两同学从 A 地

出发,骑自行车在同一条路上行驶到距 A 地 18 千米的 B 地,他们离出发地的距离 s (千米)和行驶时间 t (小时)之间的函数关系的图象如图 1-1 所示. 根据图中提供的信息,符合图象描述的说法是().

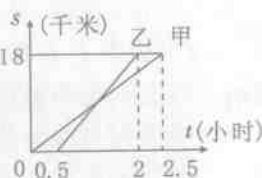


图 1-1

- A. 甲在行驶过程中休息了一会儿
- B. 乙在行驶过程中没有追上甲
- C. 乙比甲先到达 B 地
- D. 甲的行驶速度比乙的速度大

分析 先弄清 t 、 s 的实际意义; t 是时间,单位是小时; s 是距离,单位是千米.再观察图象可得出结论.

解 甲在行驶过程中没有休息;乙在行驶过程中追上了甲,且超过了甲;乙的行驶速度比甲的行驶速度大,故选 C.

说明 图象信息题是用来考查学生的观察能力、分析能力,解决这类问题要从图象提供的已知条件出发,弄清点的坐标表示的实际意义,运用数形结合思想,找到解题途径.

例 4 如图 1-2 所示,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$. 设 P 为 BC 上任意一点, P 点不与 B 、 C 重合,且 $CP = x$. 若 $y =$

$S_{\triangle APB}$, 求:

(1) y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 自变量 x 的取值范围.

分析 需求的 $\triangle APB$ 是一个任意三角形, 不易直接求其面积, 需将图形分割, 转化为求特殊三角形的面积, 即 $S_{\triangle APB} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APC}$, 由点 P 不与 B, C 重合可求出 x 的取值范围.

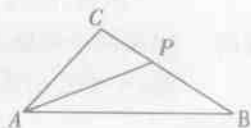


图 1-2

解 (1) 因为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

$$S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} AC \cdot PC = \frac{1}{2} \times 6 \times x = 3x$$

$$\text{所以 } S_{\triangle APB} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APC} = 24 - 3x$$

$$\therefore y = 24 - 3x$$

(2) 因为 P 点在 BC 上且不与 B, C 重合, $BC = 8$, 所以 $0 < x < 8$.

说明 求几何量中函数关系式的自变量取值范围时, 可将自变量所代表的几何量推到两个极端位置, 求出相应自变量的值, 再结合几何量的实际意义加以确定.

例 5 如图 1-3 所示, 已知 $\triangle ABC$ 的 $\angle ABC$

和 $\angle ACB$ 的平分线相交于 I , 设 $\angle A$ 和 $\angle BIC$ 分别为 x 和 y , 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并指出自变量 x 的取值范围.

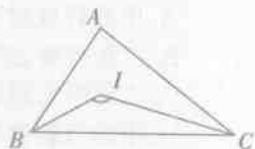


图 1-3

分析 本题是几何知识与函数知识的综合题. 根据三角形内角和性质, 得出内角与内角平分线的交角的关系式.

解 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$. 又因为 BI, CI 分别平分 $\angle ABC, \angle ACB$, 所以 $\angle I = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$. 又因为 $\angle A = x, \angle I = y$, 所以 $y = 90^\circ + \frac{1}{2}x$, 并且 $0^\circ < x < 180^\circ$.

一变 如图 1-4 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC, \angle ACF$ 的平分线交于点 E ,



设 $\angle A$ 为 α , $\angle E$ 为 β , 试求 β 与 α 的函数关系式, 并写出自变量 α 的取值范围.

分析 根据三角形内角和性质及内角、外角平分线的交角而得出交角的关系式.

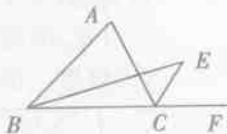


图 1-4

解 因为 BE、CE 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACF$, 所以 $\angle ABC = 2\angle EBC$, $\angle ACF = 2\angle ECF$, $\angle E = \angle ECF - \angle EBC$, $\angle A = \angle ACF - \angle ABC = 2\angle ECF - 2\angle EBC = 2(\angle ECF - \angle EBC) = 2\angle E$, 而 $\angle E = \beta$, $\angle A = \alpha$, 所以 $\beta = \frac{1}{2}\alpha$, 自变量 α 的取值范围是 $0^\circ < \alpha < 180^\circ$.

二变 如图 1-5 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的外角平分线交于点 P, 设 $\angle A$ 为 α , $\angle P$ 为 β , 试求 β 与 α 的函数关系式, 并写出自变量 α 的取值范围.

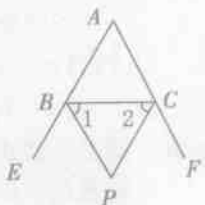


图 1-5

分析 根据三角形内角和、外角和的性质, 得出内角与外角平分线交角的关系式.

解 因为 BP、CP 分别平分 $\angle CBE$ 、 $\angle BCF$, 而 $\angle ABC + 2\angle 1 = 180^\circ$, $\angle ACB + 2\angle 2 = 180^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle ACB + 2\angle 1 + 2\angle 2 = 360^\circ$
而 $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \angle P$
所以 $180^\circ - \angle A + 2(180^\circ - \angle P) = 360^\circ$
整理, 得 $\angle P = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

又因为 $\angle A = \alpha$, $\angle P = \beta$, 所以 $\beta = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$

所以 α 的取值范围是 $0^\circ < \alpha < 180^\circ$.

说明 此题为几何知识与函数知识的综合题.

例 6 某居民小区按照分期付款的形式福利售房, 政府给予一定的贴息. 小华家购一套现价 15 万元的房, 购房时首期 (第一年) 付款 4 万元, 从第二年起, 以后每年应付款 5000 元与上一年剩余欠款利息的和, 设剩余欠款利率为 0.4%.

(1)若第 x 年($x \geq 2$)小华家交付房款 y 元,求付房款 y (元)与 x (年)的函数关系式;

(2)将第三年、第十年应付房款填入下列表格中.

年份	第一年	第二年	第三年	...	第十年
交房款	40000	5440		...	

分析 此题是函数的应用题,解此题首先要仔细审题,理解题意,处理好相关数据. 第二年应交付房款=5000+剩余欠款利息,剩余欠款利息= $[(150000-40000)-5000(x-2)] \times 0.4\%$

解 (1) $y=5000+[(150000-40000)-5000(x-2)] \times 0.4\% (x \geq 2)$
即 $y=5000+480-20x$
 $=5480-20x(x \geq 2)$

(2)当 $x=3$ 时, $y=5480-60=5420$,第三年应付 5420 元.

当 $x=10$ 时, $y=5280$,第十年应付 5280 元.

说明 这是一道由函数的表格法转化为函数的解析法的题目,进而说明函数的三种表示法实质一样,但各有特色.

例 7 某校办工厂,现在年产值是 15 万元,计划今后每年增加 2 万元.

(1)写出年产值 y (万元)与年数 x 之间的函数关系式;

(2)画出函数图象;

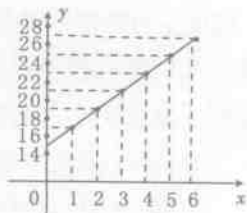
(3)求 5 年后的年产值.

分析 (1)由题意易得 $y=15+2x$; (2)按照列表、描点、连线的步骤画图,画图时注意 $x \geq 0$; (3)在(1)的基础上, $x=5$ 时 y 的值即为所求.

解 (1)函数关系式为 $y=15+2x$.

(2)列表如下.

x	0	1	2	3	4	5	6
$y=15+2x$	15	17	19	21	23	25	27



描点:连线得函数图象(如图 1-6).

图 1-6

(3) 当 $x=5$ 时, $y=15+2\times 5=25$

求 5 年后的年产值, 也可以从函数图象看出, 当 $x=5$ 时, $y=25$, 所以 5 年后的年产值是 25 万元.

说明 画图时要注意自变量 $x \geq 0$.

例 8 为了加强公民的节约用水意识, 合理利用水资源, 各地采用价格调控等手段达到节约用水的目的. 某市规定了如下用水收费标准: 每月的用水量不超过 6m^3 时, 按每立方米 a 元收费; 超过 6m^3 时, 不超过部分仍按 a 元收费, 超过部分每立方米按 c 元收费. 该市某户今年 3 月份、4 月份的用水量和水费如下表所示:

月份	用水量/ m^3	水费/元
3	5	7.5
4	9	27

设该户月用水量为 $x(\text{m}^3)$, 应交水费为 $y(\text{元})$.

(1) 求 a, c 的值, 并写出用水量不超过 6m^3 和超过 6m^3 时, y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若该户 5 月份的用水量为 8m^3 , 求该户 5 月份的水费.

分析 本题的函数关系为分段函数, 列函数关系要特别注意自变量的取值范围.

解 (1) 依题意有:

当 $x \leq 6$ 时, $y = ax$

当 $x > 6$ 时, $y = 6a + c(x - 6)$

由上表知 $\begin{cases} 7.5 = 5a \\ 27 = 6a + 3c \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = 1.5 \\ c = 6 \end{cases}$

所以 $y = \begin{cases} 1.5x (x \leq 6) \\ 9 + 6(x - 6) = 6x - 27 (x > 6) \end{cases}$

(2) 将 $x=8$ 代入 $y=6x-27 (x>6)$ 得

$y = 6 \times 8 - 27 = 21(\text{元})$

该户 5 月份的水费为 21 元.

说明 分段函数即自变量在不同范围内取值时, 函数 y 与 x 有不同的对应关系, 故解题的关键是弄清自变量的取值范围, 选择或求出对应的函数关系式, 并注意求解时关系式的选择应用.

能力测试题

巩固基础

一、选择题

1. (2005年·常德市)小明骑自行车上学,开始以正常速度匀速行驶,但行至中途自行车出了故障,只好停下来修车.车修好后,因怕耽误上课,他比修车前加快了骑车速度匀速行驶.图1-7所示是行驶路程 s (米)关于时间 t (分)的函数图象,那么符合这个同学行驶情况的图象大致是().

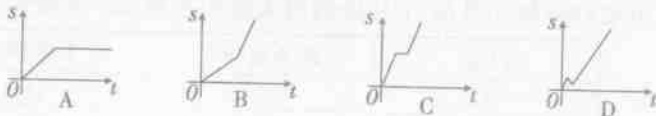


图 1-7

2. (2004年·太原市)下列函数关系中与 $y = |2x|$ 表示同一个函数关系的是().
 A. $y = \sqrt[3]{8x^3}$ B. $y = \sqrt{4x^2}$ C. $y = (\sqrt{2x})^2$ D. $y = 2x$
3. (2004年·济南市)在下列等式中,是 x 的函数的是().
 ① $3x - 2y = 1$; ② $x^2 + y^2 = 1$; ③ $xy = 1$; ④ $|y| = x$
 A. ①③ B. ①④ C. ①②④ D. ①③④
4. (2004年·郑州市)下列说法中正确的有().
 ①点 $A(3, \frac{3}{2})$ 在函数 $y = \frac{2x}{x+1}$ 的图象上;
 ②函数 $y = \frac{5}{x}$ 的图象一定不过 $(0, 5)$;
 ③图象经过点 $(\sqrt{2}, 2)$ 的函数是 $y = \frac{2}{x}$;
 ④函数 $y = x^2$ 的图象与函数 $y = 2x$ 的图象交点只有 $(2, 4)$ 这一点.
 A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
5. (2004年·昆明市)下列函数中,自变量的取值范围为 $x \geq 2$ 的是().
 A. $y = \sqrt{2-x}$ B. $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$
 C. $y = \sqrt{4-x^2}$ D. $y = \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-2}$