2009

邮发代号:48-180

王后雄高考全能训练

WANG HOUXIONG GAOKAO QUANNENG XUNLIAN

丛书策划 熊 辉

丛书主编 王后雄

本册主编 王兴旺

数学（理科）

SHUXUE

强化训练 夯实基础

快速全面提升高考能力

接力出版社 Publishing House

全国优秀出版社 SPLENDID PUBLISHING HOUSE IN CHINA

王后雄高考全能训练

WANG HOUXIONG GAOKAO QUANNENG XUNLIAN

丛书策划　熊　辉

丛书主编　王后雄

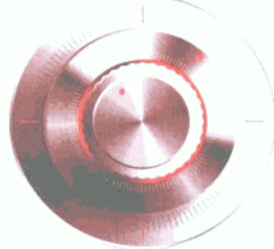
本册主编　王兴旺

数学（理科）

SHUXUE

接力出版社
Publishing House

全国著名高考专家王后雄倾心力作，
十年沉淀厚积薄发，强力助推高考学子！



美术总监 邓 平
责任编辑 李朝晖
责任校对 姜 荣
封面设计 木头羊
张武惠

考纲知识解读

透视《考试大纲》“纲”、“目”要点
完全覆盖高考测试能力点

能力题型设计

精选习题难度适中

答案与提示

规范解答试题
点拨答题技巧
互动探究 触类旁通

王后雄高考全能训练
数学

社长：黄 俭 总编辑：白 冰
出版发行：接力出版社
社址：广西南宁市园湖南路9号 邮编：530022
印刷：广西大一迪美印刷有限公司
开本：890毫米×1240毫米 1/16 印张：9 字数：252千字
版次：2009年3月第1版 印次：2009年3月第1次印刷
ISBN 978-7-5448-0684-8 定价：13.50元

ISBN 978-7-5448-0684-8
9 787544 806848

目 录

第五章 平面向量

第六章 不等式

第七章 直线和圆的方程

第八章 圆锥曲线方程

第九章 直线、平面、简单的几何体

第十章 排列、组合和二项式定理

第十一章 概 率

第十二章 概率与统计

第十三章 极 限

第十四章 导 数

第一章 集合与简易逻辑

能力测试点 1 集合的概念与运算

考纲知识解读

一、考纲要求

1. 了解集合的含义，元素与集合的“属于”关系，理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集.
2. 能用自然语言、图形语言、集合语言（列举法或描述法）描述不同的具体问题.
3. 在具体情境中，了解全集与空集的含义.
4. 会求两个简单集合的并集与交集，理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集.

二、高考趋势

1. 理解掌握集合的表示法，能够判断元素与集合、集合与集合之间的关系，能够判断集合是否相等. 以考查集合的运算为主，掌握集合的交、并、补的运算和性质，同时注意韦恩图（文氏图）的考查，会用分类讨论和数形结合的思想研究集合问题.
2. 本节的考查以集合为载体考查函数的定义域、值域、方程、不等式及曲线相交等问题. 常以选择题和填空题形式出现，属中档题，有时也是一块创新的“试验田”.

能力题型设计

1 设集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，则 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=$（　　）.

A. $\{1\}$　　B. $\{5\}$　　C. $\{2,4\}$　　D. $\{1,2,4,5\}$

2 集合 $A=\{x|0\leqslant x<3$ 且 $x\in\mathbf{N}\}$ 的真子集的个数是（　　）.

A. 16　　B. 8　　C. 7　　D. 4

3 设集合 $A=\{x|a-3<x<a+3\}$，$B=\{x|x<-1$ 或 $x>2\}$，若 $A\cup B=\mathbf{R}$，则实数 a 的取值范围是（　　）.

A. $[-1,2]$　　B. $(-1,2)$　　C. $[-2,1]$　　D. $(-2,1)$

4 若集合 $M=\{y|y=2^{-x}\}$，$N=\{x|y=\sqrt{x-1}\}$，则 $M\cap N=$（　　）.

A. $(0,+\infty)$　　B. $[0,+\infty)$　　C. $[1,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

5 设集合 $P=\left\{x\,|\,x=\dfrac{k}{3}+\dfrac{1}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$Q=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{k}{6}+\dfrac{1}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则（　　）.

A. $P=Q$　　B. $P\subsetneqq Q$　　C. $P\supsetneqq Q$　　D. $P\cap Q=\varnothing$

6 若集合 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{(x,y)|x-2y+1\geqslant0$ 且 $x-2y-1\leqslant0,x、y\in M\}$，则 N 中元素的个数为（　　）.

A. 9　　B. 6　　C. 4　　D. 2

7 已知集合 M 具有性质：若 $a\in M$，则 $2a\in M$. 现已知 $-1\in M$，则下列元素一定是 M 中的元素的是（　　）.

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. 0　　C. -2　　D. 2

8 已知全集 $S=\{(x,y)|x^2+y^2<9\}$，集合 $A=\{(x,y)||x|<2,|y|\leqslant1\}$，$B=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant5\}$，则下列式子表示空集的是（　　）.

A. $A\cap B$　　B. $(\complement_S A)\cap B$

C. $A\cap(\complement_S B)$　　D. $(\complement_S A)\cap(\complement_S B)$

9 设 I 为全集，S_1、S_2、S_3 是 I 的三个非空子集，且 $S_1\cup S_2\cup S_3=I$，则下面论断正确的是（　　）.

A. $(\complement_I S_2)\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$

B. $S_1\subseteq[(\complement_I S_2)\cap(\complement_I S_3)]$

C. $(\complement_I S_1)\cap(\complement_I S_2)\cap(\complement_I S_3)=\varnothing$

D. $S_1\subseteq[(\complement_I S_2)\cup(\complement_I S_3)]$

10（2007 年湖南）设集合 $M=\{1,2,3,4,5,6\}$，S_1、S_2、…、S_k 都是 M 的含两个元素的子集，且满足：对任意的 $S_i=\{a_i,b_i\}$，$S_j=\{a_j,b_j\}$（$i\neq j$，$i、j\in\{1,2,3,\cdots,k\}$），都有 $\min\left\{\dfrac{a_i}{b_i},\dfrac{b_i}{a_i}\right\}\neq\min\left\{\dfrac{a_j}{b_j},\dfrac{b_j}{a_j}\right\}$（$\min\{x,y\}$ 表示两个数 x、y 中的较小者）. 则 k 的最大值是（　　）.

A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

11 设 P、Q 为两个非空实数集合，定义集合 $P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$. 若 $P=\{0,2,5\}$，$Q=\{1,2,6\}$，则 $P+Q$ 中元素的个数是________.

12 已知全集 $U=\{(x,y)|x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，集合 $A=\left\{(x,y)\,\middle|\,\dfrac{y-4}{x-2}=3\right\}$，$B=\{(x,y)|y=3x-2\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$________.

13 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2-3x+2=0,a\in\mathbf{R}\}$，若 A 中元素至多有 1 个，则 a 的取值范围是________.

14 设 A、B 为两个集合，下列四个命题：①$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$ 对任意 $x\in A$，有 $x\notin B$；②$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$；③$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\not\supseteq B$；④$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$ 存在 $x\in A$，使得 $x\notin B$.

其中真命题的序号是________.（把符合要求的命题序号都填上）

15 已知以实数 a^2-a+1，3，a，-1 为对象组成的集合为 M，且 M 中仅含有 3 个元素，则这样不同的实数 a 共有多少个？

16 某中学高一（甲）班有学生 50 人，参加数学小组的有 25 人，参加物理小组的有 32 人，求既参加数学小组，又参加物理小组的人数的最大值与最小值？

17 集合 A 是由适合以下性质的函数 $f(x)$ 构成的：对于任意的 u、$v\in(-1,1)$，且 $u\neq v$，都有 $|f(u)-f(v)|\leqslant3|u-v|$. 分别判断函数 $f_1(x)=\sqrt{1+x^2}$ 及 $f_2(x)=\log_2(x+1)$ 是否在集合 A 中，并说明理由.

能力测试点 2　含绝对值的不等式与一元二次不等式的解法

考纲知识解读

一、考纲要求

了解不等式的基本性质,掌握含绝对值不等式的常见解法,掌握一元二次不等式的常见解法,掌握一元二次方程、一元二次不等式、二次函数之间的相互关系.

二、高考趋势

设法去掉绝对值不等式的绝对值符号(零点分段法,平方法,数形结合,利用绝对值的性质)来求解是常规思路,含参数的一元二次不等式求解注意分类讨论,应充分利用二次函数的图象及不等式解集端点与二次方程根的关系.

能力题型设计

1 若 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid 2\leqslant 2^{2-x}<8\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}\mid |\log_2 x|>1\}$,则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$的元素个数为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2 不等式$|x-1|+|x-2|\leqslant 3$的最小整数解是(　　).

A. 0　　B. -1　　C. 1　　D. 2

3 若不等式$(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$对一切$x\in\mathbf{R}$恒成立,则a的取值范围是(　　).

A. $(-\infty,2]$　　B. $[-2,2]$　　C. $(-2,2]$　　D. $(-\infty,-2]$

4 已知不等式$ax^2+bx+c\geqslant 0$的解集是$\left\{x\,\middle|\,-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant 2\right\}$,则不等式$cx^2+bx+a<0$的解集是(　　).

A. $\left\{x\,\middle|\,-2<x<\frac{1}{3}\right\}$　　B. $\left\{x\,\middle|\,x<-2\text{ 或 }x>\frac{1}{3}\right\}$

C. $\left\{x\,\middle|\,-3<x<\frac{1}{2}\right\}$　　D. $\left\{x\,\middle|\,x<-3\text{ 或 }x>\frac{1}{2}\right\}$

5 设不等式$|x-1|-|2x+1|<-3$的解集为P,全集$U=\mathbf{R}$,则$\complement_U P=$(　　).

A. $(-5,1)$　　B. $(-5,1]$　　C. $[-5,1)$　　D. $[-5,1]$

6 关于x的不等式$ax-b>0$的解集为$(1,+\infty)$,则关于x的不等式$\frac{ax+b}{x-2}>0$的解集为(　　).

A. $(-1,2)$　　B. $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

C. $(1,2)$　　D. $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

7 定义在$\mathbf{R}$上的奇函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数,又$f(-3)=0$,则不等式$xf(x)<0$的解集为(　　).

A. $(-3,0)\cup(0,3)$　　B. $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

C. $(-3,0)\cup(3,+\infty)$　　D. $(-\infty,-3)\cup(0,3)$

8 已知二次函数$f(x)=ax^2+bx+c$的导数为$f'(x)$,$f'(0)>0$,对于任意实数x,有$f'(x)\geqslant 0$,则$\frac{f(1)}{f'(0)}$的最小值为(　　).

A. 3　　B. $\frac{5}{2}$　　C. 2　　D. $\frac{3}{2}$

9 不等式$1<|x+2|<5$的解集是________.

10 不等式$|x+2|>\frac{3x+14}{5}$的解集是________.

11 若函数$f(x)=\sqrt{kx^2-6kx+(k+8)}$的定义域为$\mathbf{R}$,则$k$的取值范围是________.

12 若关于x的不等式$a^2-4+4x-x^2>0$成立时,不等式$|x^2-4|<1$成立,则正数a的取值范围是________.

13 解不等式$|5x-6|<x^2$.

14 解不等式$|x-1|+|2-x|>3+x$.

15 解关于x的不等式:

(1)$x^2+ax+4>0(a\in\mathbf{R})$;

(2)$x^2-\left(a+\frac{1}{a}\right)x+1<0(a\neq 0)$;

(3)$mx^2+(m-2)x-2>0(m\in\mathbf{R})$.

能力测试点 3　逻辑联结词与四种命题

考纲知识解读

一、考纲要求

理解逻辑联结词"或""且""非"的含义;理解四种命题及其相互关系.

逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科,基本的逻辑知识是认识问题、研究问题不可缺少的工具.

二、高考趋势

在高考中,本节以考查四种命题,逻辑联结词等知识为主,在难度上以容易题为主,高考命题以考查其基本概念为主,或以本节知识为工具考查其他数学知识,题型主要是选择题和填空题.

能力题型设计

1 命题"若 $x^2<1$,则 $-1<x<1$"的逆否命题是( ).

A. 若 $x^2\geqslant 1$,则 $x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -1$

B. 若 $-1<x<1$,则 $x^2<1$

C. 若 $x>-1$ 或 $x<-1$,则 $x^2>1$

D. 若 $x\geqslant -1$ 或 $x\leqslant -1$,则 $x^2\geqslant 1$

2 下列各组中给出的简单命题 p 和 q 构造出的复合命题"p 或 q""p 且 q""$\neg p$",其中使得"p 或 q"为真命题、"p 且 q"为假命题"$\neg p$"为真命题的一组是( ).

A. p:3 是偶数,q:4 是奇数

B. p:$3+2=6$,q:$5>3$

C. p:$a\in\{a,b\}$,q:$\{a\}\subsetneqq\{a,b\}$

D. p:$\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}$,$q$:$\mathbf{N}=\{$正整数$\}$

3 下列命题:①12 是 4 和 3 的公倍数;②相似三角形的对应边不一定相等;③三角形中位线平行且等于底边长的一半;④等腰三角形的两底角相等. 上述 4 个命题中是简单命题的是( ).

A. ①②④　　B. ①④　　C. ②④　　D. ④

4 命题 p:若 a、$b\in\mathbf{R}$,则 $|a|+|b|>1$ 是 $|a+b|>1$ 的充分而不必要条件. 命题 q:函数 $y=\sqrt{|x-1|-2}$ 的定义域是 $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$. 则( ).

A. "p 或 q"为假　　B. "p 且 q"为真

C. p 真 q 假　　D. p 假 q 真

5 设 a、b 是两条不同的直线,α、β 是两个不同的平面,则下列四个命题:

①若 $a\perp b$,$a\perp\alpha$,则 $b/\!/\alpha$　　②若 $a/\!/\alpha$,$\alpha\perp\beta$,则 $a\perp\beta$

③若 $a\perp\beta$,$\alpha\perp\beta$,则 $a/\!/\alpha$　　④若 $a\perp b$,$a\perp\alpha$,则 $b\perp\beta$,$\alpha\perp\beta$

其中正确的命题有( ).

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

6 已知原命题:"若 $m>0$,则关于 x 的方程 $x^2+x-m=0$ 有实根",下面结论中正确的是( ).

A. 原命题和逆否命题都是真命题

B. 原命题和逆否命题都是假命题

C. 原命题是真命题,逆否命题是假命题

D. 原命题是假命题,逆否命题是真命题

7 命题 p:$x=\pi$ 是 $y=|\sin x|$ 的一条对称轴,q:2π 是 $y=|\sin x|$ 的最小正周期. 下列复合命题:

①p 或 q　②p 且 q　③非 p　④非 q

其中真命题有( ).

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

8 命题"若$\triangle ABC$ 有一内角为 $\frac{\pi}{3}$,则$\triangle ABC$ 的三个内角成等差数列"的逆命题是( ).

A. 与原命题真值相异

B. 与原命题的否命题真值相异

C. 与原命题的逆否命题真值相异

D. 与原命题真值相同

9 用反证法证明命题:"若整数系数一元二次方程:$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$有有理数根,那么 a、b、c 中至少有一个是偶数"时,下列假设中正确的是( ).

A. 假设 a、b、c 都是偶数

B. 假设 a、b、c 都不是偶数

C. 假设 a、b、c 至多有一个是偶数

D. 假设 a、b、c 至多有两个是偶数

10 命题"若 $a>b$,则 $2^a>2^b-1$"的否命题为____________.

11 在空间中,

①若四点不共面,则这四点中任意三点都不共线.

②若两条直线没有公共点,则这两条直线是异面直线.

以上两个命题中,逆命题为真命题的是________.(把符合要求的命题序号都填上)

12 把下面不完整的命题补充完整,并使之成为真命题.

若函数 $f(x)=3+\log_2 x$ 的图象与 $g(x)$ 的图象关于________对称,则函数 $g(x)=$________.

(注:填上你认为可以成为真命题的一种情形即可,不必考虑所有可能的情形)

13 关于双曲线 $xy=1$ 有下面 4 个命题:

①它的渐近线方程为 $x=0$ 和 $y=0$;

②它的实轴长为 $2\sqrt{2}$;

③它的离心率为$\sqrt{2}$;

④正三角形的三个顶点 $P(x_1,y_1)$、$Q(x_2,y_2)$、$R(x_3,y_3)$在双曲线 $xy=1$ 上,则 x_1、x_2、x_3 不可能同号.

以上正确命题的序号为________.(注:把所有正确命题的序号都写上)

14 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题,并分别判断它们的真假:

(1)若 $a=b$,则 $a^2=b^2$;

(2)若 $|2x+1|\geqslant 1$,则 $x^2+x>0$;

(3)若$\triangle ABC\cong\triangle PQR$,则 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle PQR}$.

15 (2008 年潍坊模拟)已知命题 P:$\lg(x^2-2x-3)\geqslant 0$;命题 Q:$\left|1-\frac{x}{2}\right|<1$. 若 P 是真命题,Q 是假命题,求实数 x 的取值范围.

16 下列三个关于 x 的方程 $x^2-ax+4=0$,$x^2+(a-1)x+16=0$,$x^2+2ax+3a+10=0$ 中至少有一个方程有实根,求实数 a 的取值范围.

能力测试点4　充要条件

考纲知识解读

一、考纲要求

1. 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义.
2. 会判断命题的充分、必要条件.

二、高考趋势

1. 以考查充要条件的判断为重点,兼顾考查命题的四种形式及命题的等价性.
2. 以充要条件为载体,考查其他数学知识,题型多以选择题的形式出现.

能力题型设计

1 "p且q是真命题"是"p或q是真命题"的(　　).

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

2 (2007年天津)"$\theta=\frac{2\pi}{3}$"是"$\tan\theta=2\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$"的(　　).

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

3 如果不等式$|x-a|<1$成立的充分非必要条件是$\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}$,则实数$a$的取值范围是(　　).

A. $\frac{1}{2}<a<\frac{3}{2}$　B. $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant\frac{3}{2}$

C. $a>\frac{3}{2}$或$a<\frac{1}{2}$　D. $a\geqslant\frac{3}{2}$或$a\leqslant\frac{1}{2}$

4 若命题甲是命题乙的充分不必要条件,命题丙是命题乙的必要非充分条件,命题丁是命题丙的充要条件,则命题丁是命题甲的(　　).

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分又不必要条件

5 一元二次方程$ax^2+2x+1=0(a\neq0)$有一个正根和一个负根的充分不必要条件是(　　).

A. $a<0$　B. $a>0$　C. $a<-1$　D. $a>1$

6 "直线l与平面α内的无数条直线都垂直"是"直线l与平面α内的两条相交直线垂直"的(　　).

A. 充分非必要条件　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　D. 既非充分又非必要条件

7 设等比数列$\{a_n\}$的首项为a_1,公比为q,则"$a_1<0$,且$0<q<1$"是"对于任意正整数n,都有$a_{n+1}>a_n$"的(　　).

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

8 函数$f(x)=x^2-2ax-3$在区间$[1,2]$上存在反函数的充分必要条件是(　　).

A. $a\in(-\infty,1]$　B. $a\in[2,+\infty)$

C. $a\in(-\infty,1]\cup[2,+\infty)$　D. $a\in[1,2]$

9 (2007年湖北重点中学联考)"$a=1$"是"函数$f(x)=|x-a|$在区间$[1,+\infty)$上为增函数"的(　　).

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

10 若非空集合$M\subsetneqq N$,则"$a\in M$或$a\in N$"是"$a\in M\cap N$"的(　　).

A. 充分非必要条件　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　D. 既非充分又非必要条件

11 方程$ax^2+2x+1=0$至少有一个负实根的充要条件是______.

12 "$ab<0$"是方程$ax^2+by^2=c$表示双曲线的______条件.

13 下列命题:

①$x^2>4$是$x^3<-8$的必要不充分条件;

②$ab>0$是$|a+b|=|a|+|b|$的充分不必要条件;

③若$a、b\in\mathbf{R}$,则$a^2+b^2\neq0$是$a、b$不全为0的充要条件;

④$A\subsetneqq B$是$A\cup B=B$的充要条件.

其中真命题有______个.

14 (2007年上海)在平面上,两条直线的位置关系有相交、平行、重合三种.已知$\alpha、\beta$是两个相交平面,空间两条直线$l_1、l_2$在α上的射影是直线$s_1、s_2$,$l_1、l_2$在β上的射影是直线$t_1、t_2$.用s_1与s_2,t_1与t_2的位置关系,写出一个总能确定l_1与l_2是异面直线的充分条件:________________________.

15 已知数列$\{a_n\}$的前n项的和$S_n=(n+1)^2+t$.

(1)证明:$t=-1$是$\{a_n\}$成等差数列的必要条件;

(2)试问:$t=-1$是否为$\{a_n\}$成等差数列的充要条件?请说明理由.

第二章 函 数

能力测试点 5 映射与函数

考纲知识解读

一、考纲要求

1. 了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念.
2. 在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数.
3. 了解简单的分段函数，并能简单应用.

二、高考趋势

1. 本节是函数部分的起始部分，以考查函数的概念、三要素及表示法为主，同时考查实际问题中的建模能力.
2. 对本节知识的考查以多种题型出现在高考试题中，要求相对较低，但很重要，特别是函数的表达式仍是 2009 年高考的重要题型.

能力题型设计

1 下列从集合 A 到集合 B 的对应中为映射的是(　　).

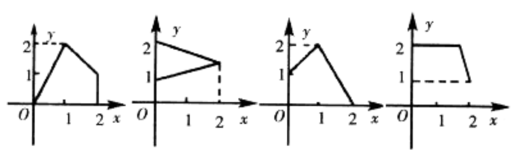
A. $A=B=\mathbf{N}^*$，对应法则 $f:x\to y=|x-3|$

B. $A=\mathbf{R}, B=\{0,1\}$，对应法则 $f:x\to y=\begin{cases}1, x\geqslant 0\\0, x<0\end{cases}$

C. $A=B=\mathbf{R}$，对应法则 $f:x\to y=\pm\sqrt{x}$

D. $A=\mathbf{R}, B=\{x|x>0, x\in\mathbf{R}\}$，对应法则 $f:x\to y=\log_2(1+x^2)$

2 设 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{y|1\leqslant y\leqslant 2\}$，如图 5-1，能表示从集合 A 到集合 B 的映射的是(　　).



A.　　B.　　C.　　D.

图 5-1

3 (2007 年皖南第二次联考)已知映射 $f:A\to B$，其中 $A=B=\mathbf{R}$，对应法则 $f:x\to y=-x^2+2x$，对于实数 $k\in B$，在集合 A 中存在不同两个的原象，则 k 的取值范围是(　　).

A. $k>1$　　B. $k\leqslant 1$　　C. $k\geqslant 1$　　D. $k<1$

4 下列函数中，与函数 $y=x$ 相同的函数是(　　).

A. $y=\dfrac{x^2}{x}$　　B. $y=(\sqrt{x})^2$　　C. $y=\lg 10^x$　　D. $y=2^{\log_2 x}$

5 (2005 年春季北京高考题)若 $f(x)=\dfrac{x-1}{x}$，则方程 $f(4x)=x$ 的根是(　　).

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. 2　　D. -2

6 连续函数 $y=f(x)$ 在定义域内是单调函数，则方程 $f(x)=c$ ($c\in\mathbf{R}$，c 为常数)的解的情况为(　　).

A. 有且只有一个解　　B. 至少一个解

C. 至多一个解　　D. 可能无解，可能一个或多个解

7 设 $f(x)=\begin{cases}|x-1|-2, & |x|\leqslant 1,\\ \dfrac{1}{1+x^2}, & |x|>1,\end{cases}$ 则 $f\left[f\left(\dfrac{1}{2}\right)\right]=$(　　).

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{4}{13}$　　C. $-\dfrac{9}{5}$　　D. $\dfrac{25}{41}$

8 正实数 x_1、x_2 及函数 $f(x)$ 满足 $4^x=\dfrac{1+f(x)}{1-f(x)}$ 且 $f(x_1)+f(x_2)=1$，则 $f(x_1+x_2)$ 的最小值为(　　).

A. 4　　B. 2　　C. $\dfrac{4}{5}$　　D. $\dfrac{1}{4}$

9 (2007 年广东)设 S 是至少含有两个元素的集合. 在 S 上定义了一个二元运算"$*$"[即对任意的 a、$b\in S$，对于有序元素对 (a,b)，在 S 中有唯一确定的元素 $a*b$ 与之对应]. 若对任意的 a、$b\in S$，有 $a*(b*a)=b$，则对任意的 a、$b\in S$，下列等式中不恒成立的是(　　).

A. $(a*b)*a=a$　　B. $b*(b*b)=b$

C. $[a*(b*a)]*(a*b)=a$　　D. $(a*b)*[b*(a*b)]=b$

10 设集合 A 中含 4 个元素，集合 B 中含 3 个元素，现建立从 A 到 B 的映射 $f:A\to B$，且使 B 中每个元素在 A 中都有原象，则这样的映射有________个.

11 如图 5-2 所示为以 $y=f(x)$ 的图象为圆心在原点的两段弧，则 $f(x)$ 的解析式应是________.

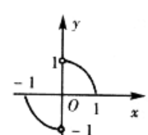


图 5-2

12 设函数

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}x-1, & x\geqslant 0,\\ \dfrac{1}{x}, & x<0.\end{cases}$$

若 $f(a)>a$，则实数 a 取值范围是________.

13 已知 $f(x+2)=f(x)$ ($x\in\mathbf{R}$)，并且当 $x\in[-1,1]$ 时，$f(x)=-x^2+1$，求当 $x\in[2k-1,2k+1]$ 时，$f(x)$ 的解析式($k\in\mathbf{Z}$).

14 $f(x)=\dfrac{n}{m+x}$，集合 $A=\{x|f(x)=x\}$，$B=\{x|f(x+6)+x=0\}$，若 $A=\{3\}$，求 B.

15 函数 $f(x)$ 对一切实数 x，y 均有 $f(x+y)-f(y)=(x+2y+1)x$ 成立，且 $f(1)=0$.

(1)求 $f(0)$ 的值；

(2)当 $f(x)+2<\log_a x$，$x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 恒成立时，求 a 的取值范围.

能力测试点 6　函数的解析式与定义域

考纲知识解读

一、考纲要求

1. 函数的解析式是函数表示法中最重要的一种形式，它对研究函数性质起非常重要的作用.
2. 会求简单函数的定义域.

二、高考趋势

1. 函数的定义域是研究函数的一切源头，求各种类型函数的定义域是高考每年必考的试题.
2. 考查实际问题中函数的建模能力，也将是 2009 年高考中必定考查的题型.

能力题型设计

1 (2007 年陕西)函数 $f(x)=\lg\sqrt{1-x^2}$ 的定义域为(　　).

A. $[0,1]$　　B. $(-1,1)$　　C. $[-1,1]$　　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

2 (2007 年宁波十校联考)函数 $y=\sqrt{x^2-6x+5}+\log_3(x+1)$ 的定义域为(　　).

A. $(-\infty,1)\cup(5,+\infty)$　　B. $(-\infty,1]\cup[5,+\infty)$　　C. $(-1,1)$　　D. $(-1,1]\cup[5,+\infty)$

3 (2007 年安徽)图 6-1 中的图象所表示函数的解析式为(　　).

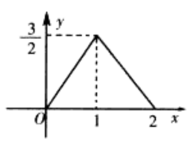


图 6-1

A. $y=\frac{3}{2}|x-1|$　$(0\leqslant x\leqslant 2)$

B. $y=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}|x-1|$　$(0\leqslant x\leqslant 2)$

C. $y=\frac{3}{2}-|x-1|$　$(0\leqslant x\leqslant 2)$

D. $y=1-|x-1|$　$(0\leqslant x\leqslant 2)$

4 已知 $f(x^6)=\log_2 x$，那么 $f(8)=$(　　).

A. $\frac{4}{3}$　　B. 8　　C. 18　　D. $\frac{1}{2}$

5 (2006 年全国 Ⅱ)函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $g(x)=\log_2 x$ $(x>0)$ 的图象关于原点对称，则 $f(x)$ 的表达式为(　　).

A. $f(x)=\frac{1}{\log_2 x}(x>0)$　　B. $f(x)=\frac{1}{\log_2(-x)}(x<0)$

C. $f(x)=-\log_2 x(x>0)$　　D. $f(x)=-\log_2(-x)(x<0)$

6 已知 $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right)=\frac{1-x^2}{1+x^2}$，则 $f(x)$ 的解析式可取为(　　).

A. $\frac{x}{+x^2}$　　B. $-\frac{2x}{1+x^2}$　　C. $\frac{2x}{1+x^2}$　　D. $-\frac{x}{1+x^2}$

7 (2008 年全国 Ⅰ)函数 $y=\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x}$ 的定义域为(　　).

A. $\{x|x\geqslant 0\}$　　B. $\{x|x\geqslant 1\}$

C. $\{x|x\geqslant 1\}\cup\{0\}$　　D. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$

8 (2008 年广东模拟)若函数 $f(x)=\frac{mx}{4x-3}\left(x\neq\frac{3}{4}\right)$ 在定义域内恒有 $f[f(x)]=x$，则 m 等于(　　).

A. 3　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $-\frac{3}{2}$　　D. -3

9 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{x-3}\lg\sqrt{4-x}$ 的定义域是________.

10 若函数 $f^{-1}(x)$ 是函数 $f(x)=\lg(x+1)$ 的反函数，则 $f^{-1}(x)$ 的值域是________.

11 若 $f(x)=ax+b$ 为增函数，且 $f[f(x)]=4x+1$ 则 $f(3)=$________.

12 若 $f(x+2)=f(x)$，当 $x\in[-1,1]$ 时，$f(x)=-x^2+1$，则 $x\in[1,3]$ 时，$f(x)=$________.

13 根据条件分别求出函数 $f(x)$ 的表达式.

(1) $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$；(2) $f\left(1+\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x^2}-1$；(3) $f(x)$ 满足关系式 $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$.

14 设二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(2-x)$，且 $f(x)=0$ 的两实根平方和为 10，图象过点 $(0,3)$，求 $f(x)$ 的解析式.

15 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，若存在 $x_0\in D$，使 $f(x_0)=x_0$ 成立，则称 (x_0,x_0) 是函数 $f(x)$ 的一个不动点.

(1) 已知函数 $f(x)=ax^2+bx-b(a\neq 0)$ 有不动点 $(1,1)$ 和 $(-3,-3)$，试确定 a、b 的值；

(2) 若对于任意实数 b，函数 $f(x)=ax^2+bx-b$ 总有两个相异的不动点，求实数 a 的取值范围.

16 某企业现有职工 260 人，每人每年可创利 6 000 元. 据测算，在生产规模固定的状态下，每减员分流 1 人，留岗职工每人每年可多创利 60 元，但每年需付每位下岗分流职工 2 400 元的资助费. 为了企业获利最大，该企业应减员分流多少人?

能力测试点 7 函数的值域和最值

考纲知识解读

一、考纲要求

1. 掌握求函数值域与最值常用的方法.

2. 能运用求值域的常用方法解决实际问题中的最优问题.

二、高考趋势

函数的值域和最值问题是每年高考必考内容,那么这类题型将仍然出现在 2009 年各地高考试题中,一般情况下,不会对值域和最值单独命题,最主要的是结合其他知识综合在一起考查,特别是应用题,都涉及最值问题,再就是求变量的取值范围.主要是考查求值域和最值的基本方法,有时也会在选择题和填空题中独立命题.

能力题型设计

1 (2007 年北京)函数 $f(x)=3^x(0<x\leqslant 2)$ 的反函数的定义域为(　　).

A. $(0,+\infty)$　B. $(1,9]$　C. $(0,1)$　D. $(9,+\infty)$

2 函数 $y=x^2-3x-4$ 的定义域为 $[0,m]$,值域为 $\left[-\frac{25}{4},-4\right]$,则 m 的取值范围是(　　).

A. $(0,4]$　B. $\left[\frac{3}{2},4\right]$　C. $\left[\frac{3}{2},3\right]$　D. $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

3 若函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2kx+k)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,则 k 的取值范围是(　　).

A. $0<k<1$　B. $0\leqslant k<1$

C. $k\leqslant 0$ 或 $k\geqslant 1$　D. $k=0$ 或 $k\geqslant 1$

4 函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-x(1-x)}$ 的最大值是(　　).

A. $\frac{4}{5}$　B. $\frac{5}{4}$　C. $\frac{3}{4}$　D. $\frac{4}{3}$

5 函数 $y=\log_{0.5}\left(x+\dfrac{1}{x-1}+1\right)(x>1)$ 的值域是(　　).

A. $(-\infty,2]$　B. $(-\infty,-2]$　C. $[2,+\infty)$　D. $[-2,+\infty)$

6 值域为 $(0,+\infty)$ 的函数是(　　).

A. $y=x^2-x+1$　B. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{1-x}$

C. $y=3^{\frac{1}{2-x}}+1$　D. $y=|\log_2 x^2|$

7 函数 $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ 的值域是(　　).

A. $\{y|y\leqslant -2$ 或 $y\geqslant 2\}$　B. $\{y|y<-2$ 或 $y>2\}$

C. $\{y|-2\leqslant y\leqslant 2\}$　D. $\{y|y\geqslant 2\sqrt{2}\}$

8 对于每个实数 x,设 $f(x)$ 是 $y=4x+1$, $y=x+2$ 和 $y=-2x+4$ 三个函数中的最小值,则 $f(x)$ 的最大值是(　　).

A. $\frac{8}{3}$　B. 3　C. $\frac{2}{3}$　D. $\frac{1}{2}$

9 (2007 年江南十校素质测试)函数 $f(x)=\begin{cases}f(4-x), & x>-2,\\ 2^{-x}, & x\leqslant -2,\end{cases}$ 在 $[2,+\infty)$ 上为增函数,且 $f(0)=0$,则 $f(x)$ 的最小值为(　　).

A. $f(2)$　B. $f(0)$　C. $f(-2)$　D. $f(4)$

10 设集合 $P=\{m|-1<m<0\}$, $Q=\{m|mx^2+4mx-4<0, m\in\mathbf{R}\}$ 对任意实数 x 恒成立,则下列关系中成立的是(　　).

A. $P\subsetneqq Q$　B. $Q\subsetneqq P$　C. $P=Q$　D. $P\cap Q=\varnothing$

11 (2007 年江西)设函数 $y=4+\log_2(x-1)(x\geqslant 3)$,则其反函数的定义域为________.

12 函数 $y=\dfrac{3-x}{1+2x}(x\geqslant 0)$ 的值域是________.

13 函数 $y=\dfrac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$ 的值域为________.

14 对任意两实数 a、b,定义运算“$*$”如下:

$a*b=\begin{cases}a, & a\leqslant b,\\ b, & a>b.\end{cases}$ 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(3x-2)*\log_2 x$ 的值域为________.

15 已知函数 $y=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$ 的值域为 $[-1,4]$,求实数 a、b 之值.

16 (1)已知 $x^2+y^2=4$,求 $4x+3y$ 的最值;

(2)已知 $\sin x+\sin y=\frac{1}{3}$,求函数 $u=\sin x-\cos^2 y$ 的最值.

17 (1)求 $y=(e^x-a)^2+(e^{-x}-a)^2(0<a<2)$ 的最小值;

(2)求 $y=\dfrac{\sin x}{2+\cos x}$ 的最大值.

能力测试点 8 函数的奇偶性与周期性

考纲知识解读

一、考纲要求

了解函数奇偶性,函数周期性的概念;掌握判断一些简单函数奇偶性的方法,函数的奇偶性是函数的重要性质,所以一定要掌握其概念、判定方法以及应用,特别是利用其图象特征以及与单调性的联系解题是我们应重点掌握的内容.

二、高考趋势

函数奇偶性和周期性都是函数的重要性质之一，也是高考考查的重要内容，几乎每年必考. 高考主要从以下几个方面考查：

1. 根据定义或图象的对称性判定(证明)给定函数解析式的奇偶性.
2. 利用函数的奇偶性和周期性求有关函数的解析式或某一函数值.
3. 利用函数的奇偶性和单调性的内在联系解决函数的某些问题.

能力题型设计

1 已知函数 $f(x)=\dfrac{|x-1|-a}{\sqrt{1-x^2}}$ 是奇函数，则实数 a 的值为(　　).

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

2 已知函数 $f(x)=|x-1|+|x+1|$，那么 $f(x)$(　　).

A. 是奇函数而非偶函数　　B. 是偶函数而非奇函数

C. 既是奇函数又是偶函数　　D. 既非奇函数也非偶函数

3 函数 $y=\lg\left(\dfrac{2}{1+x}-1\right)$ 的图象关于(　　).

A. x 轴成轴对称图形　　B. y 轴成轴对称图形

C. 直线 $y=x$ 成轴对称图形　　D. 原点成中心对称

4 设 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，$f(x+2)=-f(x)$，当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，$f(x)=x$，则 $f(7.5)=$(　　).

A. 0.5　　B. -0.5　　C. 1.5　　D. -1.5

5 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=f(x+2)$. 当 $x\in[3,5]$ 时，$f(x)=2-|x-4|$，则(　　).

A. $f\left(\sin\dfrac{\pi}{6}\right)<f\left(\cos\dfrac{\pi}{6}\right)$　　B. $f(\sin 1)>f(\cos 1)$

C. $f\left(\cos\dfrac{2\pi}{3}\right)<f\left(\sin\dfrac{2\pi}{3}\right)$　　D. $f(\cos 2)>f(\sin 2)$

6 (2007 年海淀区二模)定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 既是偶函数又是周期函数. 若 $f(x)$ 的最小正周期是 π，且当 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 时，$f(x)=\sin x$，则 $f\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)$ 的值为(　　).

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

7 若 $x\in\mathbf{R}, n\in\mathbf{N}^*$，规定：$H_x^n=x(x+1)\cdot(x+2)\cdot\cdots\cdot(x+n-1)$，例如：$H_{-3}^3=(-3)\cdot(-2)\cdot(-1)=-6$，则函数 $f(x)=x\cdot H_{x-3}^7$(　　).

A. 是奇函数不是偶函数

B. 是偶函数不是奇函数

C. 既是奇函数又是偶函数

D. 既不是奇函数又不是偶函数

8 (2007 年雅礼中学月考)已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且 $f\left(x-\dfrac{3}{2}\right)=f\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$ 恒成立，当 $x\in[2,3]$ 时，$f(x)=x$，则当 $x\in(-2,0)$ 时，$f(x)$ 为(　　).

A. $|x-2|$　　B. $|x+4|$　　C. $2+|x+1|$　　D. $3-|x+1|$

9 (2007 年泉州市质量检查)已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的不恒为零的函数，对于任意的 a、$b\in\mathbf{R}$，$f(x)$ 满足关系式：$f(a\cdot b)=af(b)+bf(a)$，则 $f(x)$ 的奇偶性为(　　).

A. 奇函数　　B. 偶函数

C. 非奇非偶函数　　D. 既是奇函数也是偶函数

10 (2007 年东城区综合二)已知函数①$f(x)=3\ln x$；②$f(x)=3e^{\cos x}$；③$f(x)=3e^x$；④$f(x)=3\cos x$. 其中对于 $f(x)$ 定义域内的任意一个自变量 x_1 都存在唯一一个自变量 x_2，使 $\sqrt{f(x_1)f(x_2)}=3$ 成立的函数是(　　).

A. ①②④　　B. ②③　　C. ③　　D. ④

11 (2007 年辽宁)函数 $y=f(x)$ 为奇函数，若 $f(3)-f(2)=1$，则 $f(-2)-f(-3)=$________.

12 若函数 $f(x)=e^{-(x-\mu)^2}$ (e 是自然对数的底数)的最大值是 m，且 $f(x)$ 是偶函数，则 $m+\mu=$________.

13 (2006 年安徽)函数 $f(x)$ 对于任意实数 x 满足条件 $f(x+2)=\dfrac{1}{f(x)}$，若 $f(1)=-5$ 则 $f[f(5)]=$________.

14 (2007 年郑州第一次预测)对于定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=f(x)$，有下述四个命题：①若 $y=f(x)$ 是奇函数，则 $y=f(x-1)$ 的图象关于点 $A(1,0)$ 对称；②若对于任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $f(x+1)=f(x-1)$，则函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称；③若函数 $y=f(x-1)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，则 $y=f(x)$ 为偶函数；④函数 $y=f(1+x)$ 与函数 $y=f(1-x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称.

其中正确命题的序号为________.(把你认为是正确命题的序号都填上)

15 判断下列函数是否具有奇偶性.

(1) $f(x)=x^4-x^{-2}+2$；

(2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x^2}+x-1}{\sqrt{1+x^2}+x+1}$；

(3) $f(x)=\begin{cases}1-x^2\ (x\geqslant 0),\\ x^2-1\ (x<0);\end{cases}$

(4) $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$.

16 已知 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)=x^3+2x^2-1$，求 $f(x)$ 的解析式.

17 (2007 年东城区综合)已知函数 $f(x)=ax^2+bx+3a+b$ 为偶函数，其定义域为 $[a-1,2a]$，求 $f(x)$ 的值域.

18 已知 $f(x)$，$g(x)$ 都是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，若 $F(x)=af(x)+bg(x)+2$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的最大值为 5，求 $F(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上的最小值.

19 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 有最小正周期 2，且 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)=\dfrac{2^x}{4^x+1}$. 求 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的解析式.

能力测试点9 函数的单调性

考纲知识解读

一、考纲要求

1. 理解函数单调性的定义,并利用函数单调性定义判断或证明函数在给定区间上的单调性.
2. 判断复合函数的单调性,会求简单复合函数的单调区间.
3. 能利用函数的单调性解决一些综合问题.

二、高考趋势

函数单调性的概念是函数性质中最重要的概念,仍然是2009年高考的重点,特别是用定义证明函数的单调性和函数的单调性应用.常见题型有:(1)求函数的单调区间(包括较简单的复合函数);(2)用定义判断函数在所给区间上的单调性;(3)强化应用单调性解题的意识,如比较式子的大小,求函数的最值,已知函数的单调性,求参数的取值范围等.

能力题型设计

1 判断函数 $y=\lg|-x|$ 的奇偶性和单调性(　　).

A. 是偶函数,在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增

B. 是偶函数,在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递减

C. 是奇函数,在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增

D. 是奇函数,在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减

2 已知 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的减函数,则满足 $f\left(\left|\frac{1}{x}\right|\right)<f(1)$ 的实数 x 的取值范围是(　　).

A. $(-1,1)$　　B. $(0,1)$

C. $(-1,0)\cup(0,1)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

3 若函数 $f(x)=x^2+2(a-1)x+2$ 在区间 $(-\infty,4)$ 上是减函数,那么实数 a 的取值范围是(　　).

A. $a\geqslant3$　B. $a\leqslant-3$　C. $a\geqslant-3$　D. $a\leqslant5$

4 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上单调递增,那么下列各关系中成立的是(　　).

A. $f(-\pi)>f\left(\log_2\frac{1}{4}\right)>f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

B. $f(-\pi)>f\left(-\frac{\pi}{2}\right)>f\left(\log_2\frac{1}{4}\right)$

C. $\left(\log_2\frac{1}{4}\right)>f\left(-\frac{\pi}{2}\right)>f(-\pi)$

D. $\left(-\frac{\pi}{2}\right)>f\left(\log_2\frac{1}{4}\right)>f(-\pi)$

5 (2007的石家庄质量检测二)函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-6x+5)$ 在 $(a,+\infty)$ 上是减函数,则 a 的取值范围是(　　).

A. $(-\infty,1)$　B. $(3,+\infty)$　C. $(-\infty,3)$　D. $[5,+\infty)$

6 (2007年苏锡常镇一模)已知 $f(x)=\begin{cases}(3-a)x-a, & x<1,\\ \log_a x, & x\geqslant1\end{cases}$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的增函数,那么实数 a 的取值范围是(　　).

A. $(1,+\infty)$　B. $(-\infty,3)$　C. $\left[\frac{3}{2},3\right)$　D. $(1,3)$

7 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 在 $(8,+\infty)$ 上为减函数,且函数 $y=f(x+8)$ 为偶函数,则(　　).

A. $f(6)>f(7)$　　B. $f(6)>f(9)$

C. $f(7)>f(9)$　　D. $f(7)>f(10)$

8 (2007年北京)对于函数① $f(x)=\lg(|x-2|+1)$,② $f(x)=(x-2)^2$,③ $f(x)=\cos(x+2)$,判断如下三个命题的真假:

命题甲:$f(x+2)$ 是偶函数;

命题乙:$f(x)$ 在 $(-\infty,2)$ 上是减函数,在 $(2,+\infty)$ 上是增函数;

命题丙:$f(x+2)-f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数.

能使命题甲、乙、丙均为真的所有函数的序号是(　　).

A. ①③　B. ①②　C. ③　D. ②

9 (2007年北京)已知上 $y=\log_a(2-ax)$ 在 $[0,1]$ 上是 x 的减函数,则 a 的取值范围是(　　).

A. $(0,1)$　B. $(1,2)$　C. $(0,2)$　D. $[2,+\infty)$

10 设 $f(x)$、$g(x)$ 分别是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数和偶函数,当 $x<0$ 时,$f'(x)g(x)+f(x)g'(x)>0$,且 $g(-3)=0$,则不等式 $f(x)\cdot g(x)<0$ 的解集是(　　).

A. $(-3,0)\cup(3,+\infty)$　　B. $(-3,0)\cup(0,3)$

C. $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$　　D. $(-\infty,-3)\cup(0,3)$

11 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 内单调递减,若 $a=f(-1)$,$b=f\left(\log_{0.5}\frac{1}{4}\right)$,$c=f(\lg0.5)$,则 a、b、c 之间的大小关系是________________.

12 若函数 $f(x)=a|x-b|+2$ 在 $[0,+\infty)$ 上为增函数,则实数 a、b 的取值范围是____________.

13 已知奇函数 $y=f(x)$ 是定义在 $(-2,2)$ 上的减函数,若 $f(m-1)+f(2m-1)>0$,求实数 m 的取值范围.

14 已知函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$,

(1)判断 $f(x)$ 在区间 $(0,1]$ 和 $[1,+\infty)$ 上的单调性;

(2)求 $f(x)$ 在 $x\in\left[\frac{1}{2},5\right]$ 时的值域.

15 设 $f(x)=\lg\frac{1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^xa}{n}$,其中 $a\in\mathbf{R}$,n 是任意给定的自然数,且 $n\geqslant2$.如果 $f(x)$ 在 $x\in(-\infty,1]$ 上有意义,求 a 的取值范围.

16 已知 $a\geqslant0$,函数 $f(x)=(x^2-2ax)e^x$.

(1)当 x 为何值时,$f(x)$ 取得最小值?证明你的结论;

(2)设 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上是单调函数,求 a 的取值范围.

能力测试点 10 反函数

考纲知识解读

一、考纲要求

《考试大纲》对反函数的考查是了解反函数及互为反函数的函数图象间的关系，会求一些简单函数的反函数.

二、高考趋势

在高考中反函数也是常考的内容之一，主要从三个方面考查：(1)给出函数 $y=f(x)$ 的解析式，求出它的反函数 $y=f^{-1}(x)$；(2)利用"函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称"解决有关问题；(3)求反函数的某一函数值. 题型多为选择与填空题，以中、低档题为主.

能力题型设计

1(2007 年安徽)下列函数中，反函数是其自身的函数的是(　　).

A. $f(x)=x^2, x\in[0,+\infty)$　　B. $f(x)=x^3, x\in(-\infty,+\infty)$

C. $f(x)=e^x, x\in(-\infty,+\infty)$　　D. $f(x)=\frac{1}{x}, x\in(0,+\infty)$

2(2007 年天津河西模拟)已知函数 $f(x)=\frac{x+1}{x-2}(x\neq 2)$ 的反函数是 $f^{-1}(x)$，如果 $g(x)=f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$，那么 $g(x)$(　　).

A. 在区间$(1,+\infty)$上是增函数

B. 在区间$(0,+\infty)$上是增函数

C. 在区间$(1,+\infty)$上是减函数

D. 在区间$(0,+\infty)$上是减函数

3(2007 海淀区二模)函数 $f(x)=\log_a(x-1)(a>0, a\neq 1)$ 的反函数的图象过定点(　　).

A. $(0,2)$　　B. $(2,0)$　　C. $(0,3)$　　D. $(3,0)$

4(2007 东城区综合二)记函数 $y=1+2^{-x}$ 的反函数为 $y=g(x)$，则 $g(5)$ 等于(　　).

A. 2　　B. -2　　C. -4　　D. 4

5函数 $y=-x^2+2x(x\leqslant 0)$ 的反函数为(　　).

A. $y=\sqrt{1-x}-1(x\leqslant 0)$　　B. $y=\sqrt{1-x}-1(x\leqslant 1)$

C. $y=-\sqrt{1-x}+1(x\leqslant 0)$　　D. $y=-\sqrt{1-x}+1(x\leqslant 1)$

6(2007 年东城区目标)已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2, 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 2^x, \quad -1\leqslant x<0,\end{cases}$ 则 $f^{-1}\left(\frac{9}{4}\right)=$(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. -2

7(2007 年天津)函数 $y=\log_2(\sqrt{x+4}+2)(x>0)$ 的反函数是(　　).

A. $y=4^x-2^{x+1}(x>2)$　　B. $y=4^x-2^{x+1}(x>1)$

C. $y=4^x-2^{x+2}(x>2)$　　D. $y=4^x-2^{x+2}(x>2)$

8若函数 $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$，则函数 $f(x-1)$ 与 $f^{-1}(x-1)$ 的图象可能是(　　).

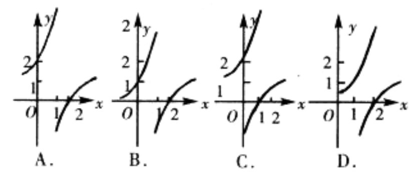


图 10－1

9已知 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，点 $A(-1,1)$，$B(1,3)$ 在它的图象上，$f^{-1}(x)$ 是它的反函数，那么不等式 $|f^{-1}(\log_2 x)|<1$ 的解集为(　　).

A. $\{x|-1<x<1\}$　　B. $\{x|2<x<8\}$

C. $\{x|1<x<3\}$　　D. $\{x|0<x<3\}$

10与方程 $y=e^{2x}-2e^x+1(x\geqslant 0)$ 的曲线关于直线 $y=x$ 对称的曲线方程为(　　).

A. $y=\ln(1+\sqrt{x})$　　B. $y=\ln(1-\sqrt{x})$

C. $y=-\ln(1+\sqrt{x})$　　D. $y=-\ln(1-\sqrt{x})$

11已知函数 $y=2x-a$ 的反函数是 $y=bx+3$，则 $a=$________；$b=$________.

12(2007 年东北三校第一次联考)函数 $y=e^{x+1}$ 的反函数是________.

13(2007 年全国 Ⅰ)函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $y=\log_3 x(x>0)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，则 $f(x)=$________.

14已知 $y=f(x)$ 在定义域$(0,+\infty)$内存在反函数，且 $f(x-1)=x^2-2x+1$，则 $f^{-1}(7)=$________.

15求函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, x\leqslant -1,\\ -x+1, x>-1\end{cases}$ 的反函数.

16已知 $f(x)$ 是一次函数，且 $f(1)=1$，$f[f(2)]=2f^{-1}(4)$，求 $f(x)$ 的解析式.

17设 $y=f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$，$y=g(x)$ 的图象与 $y=f^{-1}(x+1)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，求 $g(3)$ 的值.

18已知 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)=\log_2\frac{1+x}{1-x}$.

(1)求 $f(x)$ 的解析式；

(2)解不等式 $1-f(x)>\frac{1}{4^x-1}$.