

2009

邮发代号:48-180

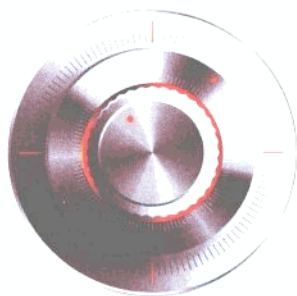
王后雄

# 高考全能训练

WANG HOUXIONG GAOKAO QUANNENG XUNLIAN

丛书策划 熊辉

丛书主编 王后雄  
本册主编 王兴旺



# 数学

(理科)

SHUXUE

强化训练 夯实基础  
快速全面提升高考能力



接力出版社  
Publishing House

全国优秀出版社  
SPLENDID PUBLISHING HOUSE IN CHINA

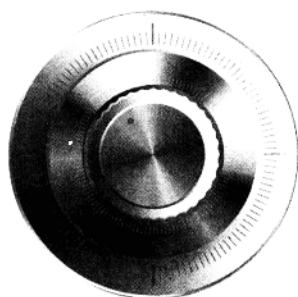
# 王后雄

# 高考全能训练

WANG HOUXIONG GAKAO QUANNENG XUNLIAN

丛书策划 熊辉

丛书主编 王后雄  
本册主编 王兴旺



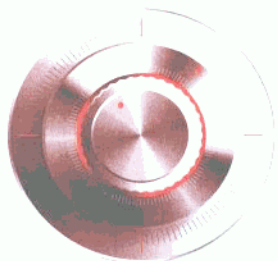
# 数学 (理科)

SHUXUE



接力出版社  
Publishing House

全国著名高考专家王后雄倾力力作，  
十年沉淀厚积薄发，强力助推高考学子！



美术总监 邓 平  
责任编辑 李朝晖  
责任校对 姜 荣  
封面设计 木头羊  
张武惠

## 考纲知识解读

透视《考试大纲》“纲”、“目”要点  
完全覆盖高考测试能力点

## 能力题型设计

精选习题难度适中

## 答案与提示

规范解答试题  
点拨答题技巧  
互动探究 触类旁通

王后雄高考全能训练  
数学

社长：黄 俭 总编辑：白 冰  
出版发行：接力出版社

社址：广西南宁市园湖南路9号 邮编：530022

印刷：广西大一迪美印刷有限公司

开本：890毫米×1240毫米 1/16 印张：9 字数：252千字

版次：2009年3月第1版 印次：2009年3月第1次印刷

ISBN 978-7-5448-0684-8 定价：13.50元

如有印装质量问题，可直接向本社调换。如发现画面  
模糊、字迹不清、断笔缺画、严重重影等疑似盗版图书，请  
拨打有奖举报电话。 电话：0771-5849336 5849378

ISBN 978-7-5448-0684-8



9 787544 806848 >

# 目 录

## 第一章 集合与简易逻辑

能力测试点 1 集合的概念与运算 ..... 1  
集合的表示方法\集合中元素的三要素\元素与集合、集合与集合的关系\集合的运算\集合运算中常用的结论\数形结合在集合中的应用\集合语言与集合思想的应用\集合的开放题

能力测试点 2 含绝对值的不等式与一元二次不等式的解法 ..... 2  
含有绝对值的不等式的解法\一元二次不等式的解法\三个“二次”间的关系 $[f(x)=ax^2+bx+c(a>0)]$ \含参数的不等式的解法

能力测试点 3 逻辑联结词与四种命题 ..... 2  
与命题有关的几个概念\四种命题及其之间的关系\反证法的步骤及应用\利用简易逻辑知识解决数学综合题

能力测试点 4 充要条件 ..... 4  
充分条件与必要条件\利用集合间的包含关系判断命题之间的充要关系\构造原命题的逆否命题来判断原命题的充要关系\充要条件的证明与探索

## 第二章 函 数

能力测试点 5 映射与函数 ..... 5  
映射\函数的定义\判断两个函数为同一函数的方法\求映射的个数\分段函数和复合函数\抽象函数

能力测试点 6 函数的解析式与定义域 ..... 6  
函数的解析式与定义域\求函数的解析式常用的方法\学会逆向思维\利用分类讨论的思想方法,求含有参数的解析式的定义域\利用图象和表格所给信息解决实际问题

能力测试点 7 函数的值域和最值 ..... 7  
值域的概念和常见函数的值域\函数的最值\求函数值域的常用方法\求最值的方法的综合应用

能力测试点 8 函数的奇偶性与周期性 ..... 7  
奇函数、偶函数的概念\周期函数\判断函数的奇偶性的一般方法\函数奇偶性的图象特征\函数奇偶性的应用\奇偶性、周期性、单调性在不等式中的运用,以及与抽象函数的综合

能力测试点 9 函数的单调性 ..... 9  
单调函数及单调区间\函数单调性的证明方法\判断函数单调性的常用方法\抽象函数的单调性\单调性的应用\“对号”函数 $f(x)=x+\frac{a}{x}(a>0)$ 的单调性及应用

能力测试点 10 反函数 ..... 10  
反函数的定义及其求法\分段函数的反函数的求法\互为反函数的函数图象间的关系\反函数的性质及应用\反函数与函数的单调性、奇偶性的综合应用

能力测试点 11 二次函数 ..... 11  
二次函数的基本知识\实系数二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的实根的符号与二次方程系数之间的关系\已知二次函数的解析式,求其单调区间;已知二次函数的某一单

调区间,求参数的范围.一元二次方程根的分布\二次函数在闭区间上的最值

能力测试点 12 指数函数与对数函数 ..... 12  
指数\对数\指数函数、对数函数的图象及性质对照表\指数函数、对数函数的复合函数的性质\对底数 $a$ 分 $a>1, 0<a<1$ 讨论\指数、对数方程与不等式

能力测试点 13 函数的图象 ..... 13  
平移变换\对称变换\伸缩变换\快速画出函数 $y=\frac{ax+b}{cx+d}(c\neq 0, ad\neq bc)$ 型的草图\依据图象确定解析式\数形结合的思想方法\图象创新题的解题策略

能力测试点 14 函数应用题 ..... 14  
解决应用问题的三个步骤\与平面几何中面积有关的函数应用题\目标函数为分段函数的实际应用题\增长率问题\最佳效益问题

## 第三章 数 列

能力测试点 15 数列的概念 ..... 16  
数列的概念\数列通项公式的求解方法\用函数的观点理解数列\数列的简单性质

能力测试点 16 等差数列 ..... 16  
等差数列的基本内容及考点\等差数列的判定方法\等差数列的性质\等差数列的综合题

能力测试点 17 等比数列 ..... 18  
等比数列的基本内容\等比数列的判定方法\等比数列的性质\等比数列的综合应用

能力测试点 18 等差数列与等比数列的综合应用 ..... 18  
用转化思想解决有关 $a_n$ 与 $S_n$ 之间的关系问题\数列的综合运用

能力测试点 19 数列求和 ..... 19  
常用求和公式\错位相减法\倒序相加法\分组求和法\裂项相消法\并项法\与数列求和有关的综合题

能力测试点 20 数列应用题 ..... 20  
数列应用题主要涉及的几个方面\等差数列的应用题\等比数列的应用题\递推数列中可化为等差、等比数列的应用题\分期付款问题

## 第四章 三角函数

能力测试点 21 三角函数的概念 ..... 22  
角的概念的推广\角的度量\任意角的三角函数\常用角的集合表示法\利用三角函数的符号法则,判断三角函数的符号;反过来,已知三角函数的符号,求角的范围\运用三角函数的两定义(坐标、三角函数线)解综合题

能力测试点 22 同角三角函数的基本关系式与诱导公式 ..... 22  
同角三角函数的基本关系\诱导公式\求值题型\化简题型\三角恒等式的证明\已知 $\tan\alpha$ 的值,求 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 构成的齐次式(或能化为齐次式)的值\学会利用方程思想解三角题



能力测试点 23 和、差、倍角公式及应用 ..... 23  
 基本公式\角的合理配凑与变换\给值求角的两个重要步骤\三角函数式的化简\三角恒等式的证明\三角形中的有关问题

能力测试点 24 三角函数的图象 ..... 24  
 三角函数的图象\五点画法\变换作图法作  $y = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0$ ) 的图象\图象变换的两种途径\由图象确定函数解析式的基本方法\三角函数图象的对称性

能力测试点 25 三角函数的性质 ..... 25  
 三角函数的性质\三角函数的定义域\三角函数的值域\三角函数的周期性\三角函数的奇偶性\三角函数的单调性\三角函数的性质与平面向量的综合运用

能力测试点 26 三角函数应用题 ..... 26  
 三角函数应用题的常见类型\与三角函数图象有关的应用题\设角为参数,利用三角函数有关知识求最值

## 第五章 平面向量

能力测试点 27 向量的基本运算 ..... 28  
 向量的基本概念\向量的加法与减法\实数与向量的积\一个向量与非零向量共线的充要条件\常用结论\向量在物理中的运用

能力测试点 28 向量的坐标运算 ..... 29  
 平面向量的基本定理及坐标运算\向量平行的充要条件\向量的坐标运算与函数(包括三角函数)、解析几何的综合题

能力测试点 29 平面向量的数量积 ..... 29  
 平面向量的数量积\平面向量数量积的重要性质\两个向量垂直的充要条件\常用的模的等式和不等式\有关数量积的综合题

能力测试点 30 线段的定比分点及平移 ..... 30  
 线段的定比分点\线段的定比分点公式\平移公式\平移公式的三类运用\平移公式与图象左右及上下平移的联系\本节内容的综合运用

能力测试点 31 正弦定理、余弦定理及应用 ..... 31  
 关于三角形边、角的主要关系式\利用正、余弦定理判断三角形的形状\利用正、余弦定理及三角形面积公式等解三角形\正、余弦定理的综合运用

## 第六章 不等式

能力测试点 32 不等式的概念和性质 ..... 33  
 不等式的性质\根据条件和性质判断不等式是否成立是常考题型.解决的办法是熟练运用条件和性质,会举反例\作差法证明不等式\利用不等式的性质求“范围”\不等式性质的综合应用

能力测试点 33 基本不等式 ..... 33  
 内容提要\利用基本不等式证明不等式\运用重要不等式求最值\重要不等式在实际问题中的应用

能力测试点 34 不等式的证明方法 ..... 34  
 比较法\综合法\分析法\反证法\放缩法\换元法\判别式法\不等式证明的综合运用\含有绝对值的不等式的证明

能力测试点 35 不等式的解法 ..... 35  
 一元一次不等式的解法\一元二次不等式的解法\简单的一元高次不等式的解法\分式不等式的解法\指数、对数不等式的解法\解含参数的不等式

能力测试点 36 绝对值不等式 ..... 36  
 绝对值的含义及运算性质\含绝对值不等式的解法\解含参数的绝对值不等式\绝对值不等式的证明

能力测试点 37 不等式的综合运用 ..... 37  
 应用平均值定理求最值\应用不等式求范围\不等式与函数\不等式与立体几何\不等式与解析几何\不等式的综合运用\恒成立不等式的常用解法

## 第七章 直线和圆的方程

能力测试点 38 直线的方程 ..... 38  
 直线的倾斜角和斜率\直线方程的三种形式\待定系数法求直线的方程\直线方程与函数、不等式的综合运用

能力测试点 39 两条直线的位置关系 ..... 38  
 两条直线的平行、垂直关系\两条直线的夹角\两条直线的交点与点到直线的距离\对称、“到角”与“夹角”公式之间的联系

能力测试点 40 简单的线性规划及应用 ..... 39  
 二元一次不等式表示平面区域\基本概念\线性规划\线性规划的应用

能力测试点 41 曲线和方程 ..... 41  
 曲线与方程的关系\求曲线方程的步骤\已知曲线求方程、已知方程画曲线是解析几何的核心内容\关于曲线的交点\求含有参数的轨迹方程

能力测试点 42 圆的方程 ..... 41  
 圆的方程\直线与圆的位置关系\圆与圆的位置关系\待定系数法求圆的方程\直线与圆相切或相交\与圆有关的综合题

## 第八章 圆锥曲线方程

能力测试点 43 椭圆 ..... 43  
 椭圆的定义及性质\利用椭圆的定义解题\待定系数法求方程\求离心率及参数取值范围的常规思路

能力测试点 44 双曲线 ..... 44  
 双曲线的定义及性质\双曲线定义的应用\双曲线的渐近线及相关问题\解析几何的探索性问题

能力测试点 45 抛物线 ..... 45  
 抛物线的图象和性质\抛物线的几何性质\利用定义,实现抛物线上任一点到焦点的距离和这一点到准线的距离之间的相互转化\与抛物线有关的范围问题和探索问题\抛物线的实际应用题

能力测试点 46 直线与圆锥曲线的位置关系 ..... 46  
 直线与圆锥曲线位置关系的基础知识\用韦达定理解决直线和圆锥曲线的位置关系\用“点差法”解决有关弦的中点问题\曲线关于直线的对称问题

能力测试点 47 轨迹问题 ..... 47  
 求轨迹方程的步骤和一般规律\直接法求轨迹方程\定义法求轨迹方程\代入法求轨迹方程\参数法求轨迹方程\有关轨迹的综合题

能力测试点 48 圆锥曲线中的定值与最值问题 ..... 48  
 解决圆锥曲线中的定值与最值的基本方法\涉及圆锥曲线的定值问题\涉及直线过定点的问题\圆锥曲线中的最值问题

## 第九章 直线、平面、简单的几何体

能力测试点 49 平面的基本性质 ..... 50  
平面的基本性质\点线共面\证明三点共线问题\证明三线共点问题\平面的基本性质的综合应用

能力测试点 50 空间两条直线 ..... 51  
空间两条不重合的直线的位置关系\平行直线\异面直线\证明两条直线平行的方法\判定空间两直线是异面直线的方法\求异面直线所成的角和距离的一般方法

能力测试点 51 直线与平面的平行和垂直 ..... 52  
直线与平面的位置关系\三垂线定理及其逆定理\直线与平面平行的判定与性质定理\直线与平面垂直的判定与性质定理\三垂线定理及其逆定理的应用\运用转化的思想方法证明立体几何中线面的平行或垂直

能力测试点 52 平面与平面的平行和垂直 ..... 53  
两个平面的位置关系\平面与平面平行的判定定理和性质定理\平面与平面垂直的判定定理和性质定理\转化的思想是立体几何中证明和计算时常用的思想方法

能力测试点 53 空间角 ..... 54  
角的概念及范围\求异面直线所成角的主要方法\求直线与平面所成角的一般过程\求二面角大小的一般方法\对于未给棱的二面角的求法

能力测试点 54 空间距离 ..... 55  
空间距离及应对策略\有关点到直线、点到平面的距离的求法\公垂线的两条异面直线间距离的求法\直线和平面间的距离与两平行平面间的距离\转化与化归的思想方法,在立体几何的证明与计算中,应用是最广泛的。

能力测试点 55 棱柱 ..... 56  
棱柱的概念和性质\棱柱的侧面积和体积公式\斜棱柱中的线面关系\“割补法”求体积\棱柱中的角与距离的计算

能力测试点 56 棱锥 ..... 57  
棱锥的概念和性质\正棱锥的侧面积和棱锥的体积公式\三棱锥的体积\平面图形的翻折与几何体的展开\以棱锥为载体的综合题

能力测试点 57 球 ..... 58  
球\球面距离的计算方法\与球有关的综合题

能力测试点 58 空间向量及其运算 ..... 59  
空间向量的基本知识\用共线向量定理解决立体几何中的平行问题\用向量垂直的充要条件解决立体几何中的垂直关系\用 $|a|^2 = a \cdot a$ 求距离或线段的长\用数量积公式求异面直线所成的角\用向量的有关知识解综合题

能力测试点 59 空间向量的坐标运算 ..... 60  
向量的直角坐标运算\运用空间向量的坐标运算: $a \perp b \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$ 解决立体几何中的垂直问题 $[a = (a_1, a_2, a_3), b = (b_1, b_2, b_3)]$ \运用向量平行的充要条件解决立体几何中的平行问题\运用向量的坐标运算解决立体几何中的角和距离问题\运用向量的坐标运算解综合题

**第十章 排列、组合和二项式定理**

能力测试点 60 两个计数原理 ..... 61  
两个原理及其区别\用分步计数原理解决重复排列的问题\用穷举法解决排列、组合问题

能力测试点 61 排列与组合 ..... 61  
基本公式\解排列组合应用题的具体途径\排列问题常见的限制条件及对策\组合问题常见的问题及对策\指标问

题采用“隔板法”\排列、组合与几何的综合\用逆向思维的方法解决排列组合题

能力测试点 62 二项式定理 ..... 62  
二项式定理内容\二项式定理中二项式系数的性质\三项式转化为二项式,运用二项式定理加以解决,也可用二项式定理展开式\利用二项式定理的通项公式解决特定项问题\二项式定理的综合应用

## 第十一章 概 率

能力测试点 63 随机事件的概率 ..... 64  
随机事件及有关概念\等可能性事件的概率\运用排列、组合公式计算等可能性事件的概率\等可能性事件的概率的综合运用

能力测试点 64 互斥事件有一个发生的概率 ..... 65  
互斥事件与对立事件及加法公式\互斥事件有一个发生的概率\对立事件的概率\事件 $A+B$ 的概率

能力测试点 65 相互独立事件同时发生的概率 ..... 65  
相互独立事件\事件在 $n$ 次独立重复试验中恰好发生 $k$ 次的概率\相互独立事件同时发生的概率\独立重复试验

## 第十二章 概率与统计

能力测试点 66 离散型随机变量的分布列 ..... 67  
离散型随机变量的分布列\求离散型随机变量分布列的步骤\二项分布与实际应用\几何分布与实际应用

能力测试点 67 离散型随机变量的期望与方差 ..... 67  
离散型随机变量的期望与方差\期望、方差的性质及应用\期望、方差在实际中的运用

能力测试点 68 统计 ..... 68  
随机抽样、系统抽样和分层抽样\总体分布的估计\正态分布的概念及主要性质\线性回归\统计表或图在实际中的运用

## 第十三章 极 限

能力测试点 69 数学归纳法 ..... 70  
用数学归纳法证明的步骤\用数学归纳法证恒等式\用数学归纳法证不等式\用数学归纳法证整除性问题\用数学归纳法证数列综合题

能力测试点 70 数列的极限 ..... 70  
利用数列极限的四则运算法则求极限\特殊数列的极限\无穷数列 $\{a_n\}$ 的各项和 $S$ ,前 $n$ 项和 $S_n$ 及公式 $S = \frac{a_1}{1-q}$ \指数形式(关于 $n$ )的商的极限与分类讨论\逆向极限问题\数列极限的综合运用

能力测试点 71 函数的极限和函数的连续性 ..... 71  
函数极限的定义\函数极限的四则运算法则\函数的连续性\求函数极限的方法\已知极限求参数的值

## 第十四章 导 数

能力测试点 72 导数的概念及运算 ..... 73  
导数的概念\常见函数的导数及导数的运算法则\复合函数的导数\利用导数求曲线的切线方程

能力测试点 73 导数的应用 ..... 73  
函数的单调性\函数极值的定义\函数的最大值与最小值\解不等式 $f'(x) > 0$ (或 $f'(x) < 0$ ),求可导函数 $y = f(x)$ 的单调区间的步骤\解方程 $f'(x) = 0$ ,求可导函数 $y = f(x)$ 的极值的步骤\设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续,在 $(a, b)$ 内可



导,求函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上的最大值和最小值的步骤\实际应用问题中的最值\已知某可导函数在某区间上的单调性,求参数的取值范围\用导数的方法证明不等式

## 第十五章 复数

能力测试点 74	复数的基本概念	75
	复数的概念\用分类讨论的思想准确理解复数的分类\用复数相等的充要条件解决有关复数问题\复数问题实数化	

是解决复数问题最基本也是最重要的思想方法

能力测试点 75	复数的代数形式及运算	75
	复数的代数形式及运算法则\复数的运算与函数、方程、不等式的综合运用	
决胜高考		77
答案与提示		80

## 第一章 集合与简易逻辑

## 能力测试点 1 集合的概念与运算

## 考纲知识解读

## 一、考纲要求

1. 了解集合的含义,元素与集合的“属于”关系,理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.
2. 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.
3. 在具体情境中,了解全集与空集的含义.
4. 会求两个简单集合的并集与交集,理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.

## 二、高考趋势

1. 理解掌握集合的表示法,能够判断元素与集合、集合与集合之间的关系,能够判断集合是否相等.以考查集合的运算为主,掌握集合的交、并、补的运算和性质,同时注意韦恩图(文氏图)的考查,会用分类讨论和数形结合的思想研究集合问题.
2. 本节的考查以集合为载体考查函数的定义域、值域、方程、不等式及曲线相交等问题,常以选择题和填空题形式出现,属中档题,有时也是一块创新的“试验田”.

## 能力题型设计

1. 设集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$  ( ).

A.  $\{1\}$       B.  $\{5\}$       C.  $\{2, 4\}$       D.  $\{1, 2, 4, 5\}$

2. 集合  $A = \{x | 0 \leq x < 3 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}\}$  的真子集的个数是 ( ).

A. 16      B. 8      C. 7      D. 4

3. 设集合  $A = \{x | a - 3 < x < a + 3\}$ ,  $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$ , 若  $A \cup B = \mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( ).

A.  $[-1, 2]$       B.  $(-1, 2)$       C.  $[-2, 1]$       D.  $(-2, 1)$

4. 若集合  $M = \{y | y = 2^{-x}\}$ ,  $N = \{x | y = \sqrt{x-1}\}$ , 则  $M \cap N =$  ( ).

A.  $(0, +\infty)$       B.  $[0, +\infty)$       C.  $[1, +\infty)$       D.  $(1, +\infty)$

5. 设集合  $P = \{x | x = \frac{k}{3} + \frac{1}{6}, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $Q = \{x | x = \frac{k}{6} + \frac{1}{3}, k \in \mathbf{Z}\}$ , 则 ( ).

A.  $P=Q$       B.  $P \subsetneq Q$       C.  $P \supsetneq Q$       D.  $P \cap Q = \emptyset$

6. 若集合  $M = \{0, 1, 2\}$ ,  $N = \{(x, y) | x - 2y + 1 \geq 0 \text{ 且 } x - 2y - 1 \leq 0, x, y \in M\}$ , 则  $N$  中元素的个数为 ( ).

A. 9      B. 6      C. 4      D. 2

7. 已知集合  $M$  具有性质: 若  $a \in M$ , 则  $2a \in M$ . 现已知  $-1 \in M$ , 则下列元素一定是  $M$  中的元素的是 ( ).

A.  $-\frac{1}{2}$       B. 0      C. -2      D. 2

8. 已知全集  $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 9\}$ , 集合  $A = \{(x, y) | |x| < 2, |y| \leq 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 5\}$ , 则下列式子表示空集的是 ( ).

A.  $A \cap B$       B.  $(\complement_S A) \cap B$   
C.  $A \cap (\complement_S B)$       D.  $(\complement_S A) \cap (\complement_S B)$

9. 设  $I$  为全集,  $S_1, S_2, S_3$  是  $I$  的三个非空子集, 且  $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$ , 则下面论断正确的是 ( ).

A.  $(\complement_I S_2) \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$   
B.  $S_1 \subseteq [(\complement_I S_2) \cap (\complement_I S_3)]$   
C.  $(\complement_I S_1) \cap (\complement_I S_2) \cap (\complement_I S_3) = \emptyset$

D.  $S_1 \subseteq [(\complement_I S_2) \cup (\complement_I S_3)]$

10. (2007年湖南) 设集合  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $S_1, S_2, \dots, S_k$  都是  $M$  的含两个元素的子集, 且满足: 对任意的  $S_i = \{a_i, b_i\}$ ,  $S_j = \{a_j, b_j\}$  ( $i \neq j, i, j \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$ ), 都有  $\min\{\frac{a_i}{b_i}, \frac{b_i}{a_i}\} \neq \min\{\frac{a_j}{b_j}, \frac{b_j}{a_j}\}$  ( $\min\{x, y\}$  表示两个数  $x, y$  中的较小者). 则  $k$  的最大值是 ( ).

A. 10      B. 11      C. 12      D. 13

11. 设  $P, Q$  为两个非空实数集合, 定义集合  $P+Q = \{a+b | a \in P, b \in Q\}$ . 若  $P = \{0, 2, 5\}$ ,  $Q = \{1, 2, 6\}$ , 则  $P+Q$  中元素的个数是 \_\_\_\_\_.

12. 已知全集  $U = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ , 集合  $A =$

$\{(x, y) | \frac{y-4}{x-2} = 3\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = 3x - 2\}$ , 则  $(\text{痧} \complement_U A) \cap B =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{R} | ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ , 若  $A$  中元素至多有 1 个, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

14. 设  $A, B$  为两个集合, 下列四个命题: ①  $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$  对任意  $x \in A$ , 有  $x \notin B$ ; ②  $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ ; ③  $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \not\supseteq B$ ; ④  $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$  存在  $x \in A$ , 使得  $x \notin B$ .

其中真命题的序号是 \_\_\_\_\_.(把符合要求的命题序号都填上)

15. 已知以实数  $a^2 - a + 1, 3, a, -1$  为对象组成的集合为  $M$ , 且  $M$  中仅含有 3 个元素, 则这样不同的实数  $a$  共有多少个?

16. 某中学高一(甲)班有学生 50 人, 参加数学小组的有 25 人, 参加物理小组的有 32 人, 求既参加数学小组, 又参加物理小组的人数的最大值与最小值?

17. 集合  $A$  是由适合以下性质的函数  $f(x)$  构成的: 对于任意的  $u, v \in (-1, 1)$ , 且  $u \neq v$ , 都有  $|f(u) - f(v)| \leq 3|u - v|$ . 分别判断函数  $f_1(x) = \sqrt{1+x^2}$  及  $f_2(x) = \log_2(x+1)$  是否在集合  $A$  中, 并说明理由.



## 能力测试点2 含绝对值的不等式与一元二次不等式的解法

## 考纲知识解读

## 一、考纲要求

了解不等式的基本性质,掌握含绝对值不等式的常见解法,掌握一元二次不等式的常见解法,掌握一元二次方程、一元二次不等式、二次函数之间的相互关系.

## 二、高考趋势

设法去掉绝对值不等式的绝对值符号(零点分段法,平方,数形结合,利用绝对值的性质)来求解是常规思路,含参数的一元二次不等式求解注意分类讨论,应充分利用二次函数的图象及不等式解集端点与二次方程根的关系.

## 能力题型设计

1 若  $A = \{x \in \mathbf{Z} | 2 \leq 2^{-x} < 8\}$ ,  $B = \{x \in \mathbf{R} | |\log_2 x| > 1\}$ , 则  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$  的元素个数为( ).

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

2 不等式  $|x-1| + |x-2| \leq 3$  的最小整数解是( ).

A. 0      B. -1      C. 1      D. 2

3 若不等式  $(a-2)x^2 + 2(a-2)x - 4 < 0$  对一切  $x \in \mathbf{R}$  恒成立, 则  $a$  的取值范围是( ).

A.  $(-\infty, 2]$       B.  $[-2, 2]$       C.  $(-2, 2]$       D.  $(-\infty, -2]$

4 已知不等式  $ax^2 + bx + c \geq 0$  的解集是  $\left\{x \mid -\frac{1}{3} \leq x \leq 2\right\}$ , 则不等式  $cx^2 + bx + a < 0$  的解集是( ).

A.  $\left\{x \mid -2 < x < \frac{1}{3}\right\}$       B.  $\left\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > \frac{1}{3}\right\}$

C.  $\left\{x \mid -3 < x < \frac{1}{2}\right\}$       D.  $\left\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\right\}$

5 设不等式  $|x-1| - |2x+1| < -3$  的解集为  $P$ , 全集  $U = \mathbf{R}$ , 则  $\complement_U P =$  ( ).

A.  $(-5, 1)$       B.  $(-5, 1]$       C.  $[-5, 1)$       D.  $[-5, 1]$

6 关于  $x$  的不等式  $ax - b > 0$  的解集为  $(1, +\infty)$ , 则关于  $x$  的不等式  $\frac{ax+b}{x-2} > 0$  的解集为( ).

A.  $(-1, 2)$       B.  $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

C.  $(1, 2)$       D.  $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

7 定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数, 又  $f(-3) = 0$ , 则不等式  $xf(x) < 0$  的解集为( ).

A.  $(-3, 0) \cup (0, 3)$       B.  $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

C.  $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$       D.  $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$

8 已知二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  的导数为  $f'(x)$ ,  $f'(0) > 0$ , 对于任意实数  $x$ , 有  $f'(x) \geq 0$ , 则  $\frac{f(1)}{f'(0)}$  的最小值为( ).

A. 3      B.  $\frac{5}{2}$       C. 2      D.  $\frac{3}{2}$

9 不等式  $1 < |x+2| < 5$  的解集是\_\_\_\_\_.

10 不等式  $|x+2| > \frac{3x+14}{5}$  的解集是\_\_\_\_\_.

11 若函数  $f(x) = \sqrt{kx^2 - 6kx + (k+8)}$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12 若关于  $x$  的不等式  $a^2 - 4 + 4x - x^2 > 0$  成立时, 不等式  $|x^2 - 4| < 1$  成立, 则正数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13 解不等式  $|5x-6| < x^2$ .

14 解不等式  $|x-1| + |2-x| > 3+x$ .

15 解关于  $x$  的不等式:

(1)  $x^2 + ax + 4 > 0 (a \in \mathbf{R})$ ;

(2)  $x^2 - \left(a + \frac{1}{a}\right)x + 1 < 0 (a \neq 0)$ ;

(3)  $mx^2 + (m-2)x - 2 > 0 (m \in \mathbf{R})$ .

## 能力测试点3 逻辑联结词与四种命题

## 考纲知识解读

## 一、考纲要求

理解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义;理解四种命题及其相互关系.

逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科,基本的逻辑知识是认识问题、研究问题不可缺少的工具.

## 二、高考趋势

在高考中,本节以考查四种命题,逻辑联结词等知识为主,在难度上以容易题为主,高考命题以考查其基本概念为主,或以本节知识为工具考查其他数学知识,题型主要是选择题和填空题.

## 能力题型设计

1 命题“若  $x^2 < 1$ , 则  $-1 < x < 1$ ”的逆否命题是( ).

- A. 若  $x^2 \geq 1$ , 则  $x \geq 1$  或  $x \leq -1$   
 B. 若  $-1 < x < 1$ , 则  $x^2 < 1$   
 C. 若  $x > -1$  或  $x < -1$ , 则  $x^2 > 1$   
 D. 若  $x \geq -1$  或  $x \leq -1$ , 则  $x^2 \geq 1$

2 下列各组中给出的简单命题  $p$  和  $q$  构造出的复合命题“ $p$  或  $q$ ”“ $p$  且  $q$ ”“ $\neg p$ ”, 其中使得“ $p$  或  $q$ ”为真命题、“ $p$  且  $q$ ”为假命题“ $\neg p$ ”为真命题的一组是( ).

- A.  $p$ : 3 是偶数,  $q$ : 4 是奇数  
 B.  $p$ :  $3+2=6$ ,  $q$ :  $5>3$   
 C.  $p$ :  $a \in \{a, b\}$ ,  $q$ :  $\{a\} \subseteq \{a, b\}$   
 D.  $p$ :  $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$ ,  $q$ :  $\mathbf{N} = \{\text{正整数}\}$

3 下列命题: ①12 是 4 和 3 的公倍数; ②相似三角形的对应边不一定相等; ③三角形中位线平行且等于底边长的一半; ④等腰三角形的两底角相等. 上述 4 个命题中是简单命题的是( ).

- A. ①②④ B. ①④ C. ②④ D. ④

4 命题  $p$ : 若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则  $|a| + |b| > 1$  是  $|a+b| > 1$  的充分而不必要条件. 命题  $q$ : 函数  $y = \sqrt{|x-1| - 2}$  的定义域是  $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ . 则( ).

- A. “ $p$  或  $q$ ”为假 B. “ $p$  且  $q$ ”为真  
 C.  $p$  真  $q$  假 D.  $p$  假  $q$  真

5 设  $a, b$  是两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面, 则下列四个命题:

- ①若  $a \perp b, a \perp \alpha$ , 则  $b \parallel \alpha$       ②若  $a \parallel \alpha, a \perp \beta$ , 则  $\alpha \perp \beta$   
 ③若  $a \perp \beta, a \perp \alpha$ , 则  $\alpha \parallel \beta$       ④若  $a \perp b, a \perp \alpha$ , 则  $b \perp \beta, \alpha \perp \beta$

其中正确的命题有( ).

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

6 已知原命题: “若  $m > 0$ , 则关于  $x$  的方程  $x^2 + x - m = 0$  有实根”, 下面结论中正确的是( ).

- A. 原命题和逆否命题都是真命题  
 B. 原命题和逆否命题都是假命题  
 C. 原命题是真命题, 逆否命题是假命题  
 D. 原命题是假命题, 逆否命题是真命题

7 命题  $p$ :  $x = \pi$  是  $y = |\sin x|$  的一条对称轴,  $q$ :  $2\pi$  是  $y = |\sin x|$  的最小正周期. 下列复合命题:

- ①  $p$  或  $q$     ②  $p$  且  $q$     ③ 非  $p$     ④ 非  $q$

其中真命题有( ).

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

8 命题“若  $\triangle ABC$  有一内角为  $\frac{\pi}{3}$ , 则  $\triangle ABC$  的三个内角成等差数列”的逆命题是( ).

- A. 与原命题真值相异

B. 与原命题的否命题真值相异

C. 与原命题的逆否命题真值相异

D. 与原命题真值相同

9 用反证法证明命题: “若整数系数一元二次方程:  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  有有理数根, 那么  $a, b, c$  中至少有一个是偶数”时, 下列假设中正确的是( ).

- A. 假设  $a, b, c$  都是偶数  
 B. 假设  $a, b, c$  都不是偶数  
 C. 假设  $a, b, c$  至多有一个是偶数  
 D. 假设  $a, b, c$  至多有两个是偶数

10 命题“若  $a > b$ , 则  $2^a > 2^b - 1$ ”的否命题为\_\_\_\_\_.

11 在空间中,

①若四点不共面, 则这四点中任意三点都不共线.

②若两条直线没有公共点, 则这两条直线是异面直线.

以上两个命题中, 逆命题为真命题的是\_\_\_\_\_. (把符合要求的命题序号都填上)

12 把下面不完整的命题补充完整, 并使之成为真命题.

若函数  $f(x) = 3 + \log_2 x$  的图象与  $g(x)$  的图象关于\_\_\_\_\_对称, 则函数  $g(x) =$ \_\_\_\_\_.

(注: 填上你认为可以成为真命题的一种情形即可, 不必考虑所有可能的情形)

13 关于双曲线  $xy = 1$  有下面 4 个命题:

①它的渐近线方程为  $x = 0$  和  $y = 0$ ;

②它的实轴长为  $2\sqrt{2}$ ;

③它的离心率为  $\sqrt{2}$ ;

④正三角形的三个顶点  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), R(x_3, y_3)$  在双曲线  $xy = 1$  上, 则  $x_1, x_2, x_3$  不可能同号.

以上正确命题的序号为\_\_\_\_\_. (注: 把所有正确命题的序号都写上)

14 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题, 并分别判断它们的真假:

(1) 若  $a = b$ , 则  $a^2 = b^2$ ;

(2) 若  $|2x+1| \geq 1$ , 则  $x^2 + x > 0$ ;

(3) 若  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ , 则  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PQR}$ .

15 (2008 年潍坊模拟) 已知命题  $P: \lg(x^2 - 2x - 3) \geq 0$ ; 命题  $Q$ :

$\left|1 - \frac{x}{2}\right| < 1$ . 若  $P$  是真命题,  $Q$  是假命题, 求实数  $x$  的取值范围.

16 下列三个关于  $x$  的方程  $x^2 - ax + 4 = 0, x^2 + (a-1)x + 16 = 0, x^2 + 2ax + 3a + 10 = 0$  中至少有一个方程有实根, 求实数  $a$  的取值范围.

## 能力测试点 4 充要条件

## 考纲知识解读

## 一、考纲要求

1. 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义.
2. 会判断命题的充分、必要条件.

## 二、高考趋势

1. 以考查充要条件的判断为重点, 兼顾考查命题的四种形式及命题的等价性.
2. 以充要条件为载体, 考查其他数学知识, 题型多以选择题的形式出现.

## 能力题型设计

1 “ $p$ 且 $q$ 是真命题”是“ $p$ 或 $q$ 是真命题”的( ).

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件              D. 既不充分也不必要条件

2 (2007年天津)“ $\theta = \frac{2\pi}{3}$ ”是“ $\tan\theta = 2\cos(\frac{\pi}{2} + \theta)$ ”的( ).

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件            D. 既不充分也不必要条件

3 如果不等式  $|x-a| < 1$  成立的充分非必要条件是  $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$ , 则实数  $a$  的取值范围是( ).

- A.  $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$               B.  $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$   
C.  $a > \frac{3}{2}$  或  $a < \frac{1}{2}$         D.  $a \geq \frac{3}{2}$  或  $a \leq \frac{1}{2}$

4 若命题甲是命题乙的充分不必要条件, 命题丙是命题乙的必要不充分条件, 命题丁是命题丙的充要条件, 则命题丁是命题甲的( ).

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件              D. 既不充分又不必要条件

5 一元二次方程  $ax^2 + 2x + 1 = 0 (a \neq 0)$  有一个正根和一个负根的充分不必要条件是( ).

- A.  $a < 0$       B.  $a > 0$       C.  $a < -1$       D.  $a > 1$

6 “直线  $l$  与平面  $\alpha$  内的无数条直线都垂直”是“直线  $l$  与平面  $\alpha$  内的两条相交直线垂直”的( ).

- A. 充分非必要条件      B. 必要非充分条件  
C. 充要条件              D. 既非充分又非必要条件

7 设等比数列  $\{a_n\}$  的首项为  $a_1$ , 公比为  $q$ , 则“ $a_1 < 0$ , 且  $0 < q < 1$ ”是“对于任意正整数  $n$ , 都有  $a_{n+1} > a_n$ ”的( ).

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充要条件              D. 既不充分也不必要条件

8 函数  $f(x) = x^2 - 2ax - 3$  在区间  $[1, 2]$  上存在反函数的充分

必要条件是( ).

- A.  $a \in (-\infty, 1]$               B.  $a \in [2, +\infty)$   
C.  $a \in (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$     D.  $a \in [1, 2]$

9 (2007年湖北重点中学联考)“ $a=1$ ”是“函数  $f(x) = |x-a|$  在区间  $[1, +\infty)$  上为增函数”的( ).

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件              D. 既不充分也不必要条件

10 若非空集合  $M \subseteq N$ , 则“ $a \in M$  或  $a \in N$ ”是“ $a \in M \cap N$ ”的( ).

- A. 充分非必要条件      B. 必要非充分条件  
C. 充要条件              D. 既非充分又非必要条件

11 方程  $ax^2 + 2x + 1 = 0$  至少有一个负实根的充要条件是\_\_\_\_\_.

12 “ $ab < 0$ ”是方程  $ax^2 + by^2 = c$  表示双曲线的\_\_\_\_\_条件.

13 下列命题:

- ①  $x^2 > 4$  是  $x^3 < -8$  的必要不充分条件;
- ②  $ab > 0$  是  $|a+b| = |a| + |b|$  的充分不必要条件;
- ③ 若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则  $a^2 + b^2 \neq 0$  是  $a, b$  不全为 0 的充要条件;
- ④  $A \subseteq B$  是  $A \cup B = B$  的充要条件.

其中真命题有\_\_\_\_\_个.

14 (2007年上海)在平面上, 两条直线的位置关系有相交、平行、重合三种. 已知  $\alpha, \beta$  是两个相交平面, 空间两条直线  $l_1, l_2$  在  $\alpha$  上的射影是直线  $s_1, s_2$ ,  $l_1, l_2$  在  $\beta$  上的射影是直线  $t_1, t_2$ . 用  $s_1$  与  $s_2$ ,  $t_1$  与  $t_2$  的位置关系, 写出一个总能确定  $l_1$  与  $l_2$  是异面直线的充分条件:\_\_\_\_\_.

15 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项的和  $S_n = (n+1)^2 + t$ .

- (1) 证明:  $t = -1$  是  $\{a_n\}$  成等差数列的必要条件;
- (2) 试问:  $t = -1$  是否为  $\{a_n\}$  成等差数列的充要条件? 请说明理由.

## 第二章 函数

## 能力测试点 5 映射与函数

## 考纲知识解读

## 一、考纲要求

1. 了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念.
2. 在实际情境中,会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数.
3. 了解简单的分段函数,并能简单应用.

## 二、高考趋势

1. 本节是函数部分的起始部分,以考查函数的概念、三要素及表示法为主,同时考查实际问题中的建模能力.
2. 对本节知识的考查以多种题型出现在高考试题中,要求相对较低,但很重要,特别是函数的表达式仍是 2009 年高考的重要题型.

## 能力题型设计

1 下列从集合 A 到集合 B 的对应中为映射的是( ).

A.  $A=B=N^+$ , 对应法则  $f: x \rightarrow y = |x-3|$

B.  $A=R, B=\{0,1\}$ , 对应法则  $f: x \rightarrow y = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

C.  $A=B=R$ , 对应法则  $f: x \rightarrow y = \pm\sqrt{x}$

D.  $A=R, B=\{x|x>0, x \in R\}$ , 对应法则  $f: x \rightarrow y = \log_2(1+x^2)$

2 设  $A=\{x|0 \leq x \leq 2\}$ ,  $B=\{y|1 \leq y \leq 2\}$ , 如图 5-1, 能表示从集合 A 到集合 B 的映射的是( ).

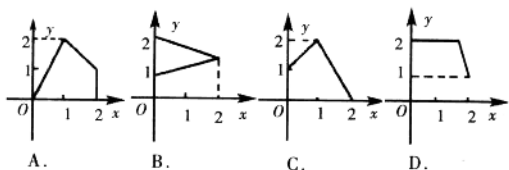


图 5-1

3 (2007 年皖南第二次联考) 已知映射  $f: A \rightarrow B$ , 其中  $A=B=R$ , 对应法则  $f: x \rightarrow y = -x^2 + 2x$ , 对于实数  $k \in B$ , 在集合 A 中存在不同两个的原象, 则  $k$  的取值范围是( ).

- A.  $k > 1$     B.  $k \leq 1$     C.  $k \geq 1$     D.  $k < 1$

4 下列函数中, 与函数  $y=x$  相同的函数是( ).

A.  $y = \frac{x^2}{x}$     B.  $y = (\sqrt{x})^2$     C.  $y = \lg 10^x$     D.  $y = 2^{\log_2 x}$

5 (2005 年春季北京高考题) 若  $f(x) = \frac{x-1}{x}$ , 则方程  $f(4x) = x$  的根是( ).

- A.  $\frac{1}{2}$     B.  $-\frac{1}{2}$     C. 2    D. -2

6 连续函数  $y=f(x)$  在定义域内是单调函数, 则方程  $f(x) = c$  ( $c \in R, c$  为常数) 的解的情况为( ).

- A. 有且只有一个解    B. 至少一个解  
C. 至多一个解    D. 可能无解, 可能一个或多个解

7 设  $f(x) = \begin{cases} |x-1|-2, & |x| \leq 1, \\ \frac{1}{1+x^2}, & |x| > 1, \end{cases}$  则  $f[f(\frac{1}{2})] =$  ( ).

- A.  $\frac{1}{2}$     B.  $\frac{4}{13}$     C.  $-\frac{9}{5}$     D.  $\frac{25}{41}$

8 正实数  $x_1, x_2$  及函数  $f(x)$  满足  $4^x = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$  且  $f(x_1) + f(x_2) = 1$ , 则  $f(x_1 + x_2)$  的最小值为( ).

- A. 4    B. 2    C.  $\frac{4}{5}$     D.  $\frac{1}{4}$

9 (2007 年广东) 设 S 是至少含有两个元素的集合, 在 S 上定义了一个二元运算“\*” [即对任意的  $a, b \in S$ , 对于有序元素对  $(a, b)$ , 在 S 中有唯一确定的元素  $a * b$  与之对应]. 若对任意的  $a, b \in S$ , 有  $a * (b * a) = b$ , 则对任意的  $a, b \in S$ , 下列等式中不恒成立的是( ).

- A.  $(a * b) * a = a$     B.  $b * (b * b) = b$   
C.  $[a * (b * a)] * (a * b) = a$     D.  $(a * b) * [b * (a * b)] = b$

10 设集合 A 中含 4 个元素, 集合 B 中含 3 个元素, 现建立从 A 到 B 的映射  $f: A \rightarrow B$ , 且使 B 中每个元素在 A 中都有原象, 则这样的映射有 \_\_\_\_\_ 个.

11 如图 5-2 所示为以  $y=f(x)$  的图象为圆心在原点的两段弧, 则  $f(x)$  的解析式是 \_\_\_\_\_.

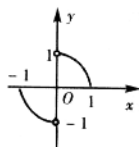


图 5-2

12 设函数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1, & x \geq 0, \\ \frac{1}{x}, & x < 0. \end{cases}$$

若  $f(a) > a$ , 则实数  $a$  取值范围是 \_\_\_\_\_.

13 已知  $f(x+2) = f(x)$  ( $x \in R$ ), 并且当  $x \in [-1, 1]$  时,  $f(x) = -x^2 + 1$ , 求当  $x \in [2k-1, 2k+1]$  时,  $f(x)$  的解析式 ( $k \in Z$ ).

14  $f(x) = \frac{n}{m+x}$ , 集合  $A = \{x | f(x) = x\}$ ,  $B = \{x | f(x+6) + x = 0\}$ , 若  $A = \{3\}$ , 求 B.

15 函数  $f(x)$  对一切实数  $x, y$  均有  $f(x+y) - f(y) = (x+2y+1)x$  成立, 且  $f(1) = 0$ .

(1) 求  $f(0)$  的值;

(2) 当  $f(x) + 2 < \log_a x$ ,  $x \in (0, \frac{1}{2})$  恒成立时, 求  $a$  的取值范围.

## 能力测试点 6 函数的解析式与定义域

## 考纲知识解读

## 一、考纲要求

1. 函数的解析式是函数表示法中最重要的形式,它对研究函数性质起非常重要的作用.
2. 会求简单函数的定义域.

## 二、高考趋势

1. 函数的定义域是研究函数的一切源头,求各种类型函数的定义域是高考每年必考的试题.
2. 考查实际问题中函数的建模能力,也将是 2009 年高考中必定考查的题型.

## 能力题型设计

1 (2007 年陕西) 函数  $f(x) = \lg \sqrt{1-x^2}$  的定义域为( ).

- A.  $[0, 1]$                       B.  $(-1, 1)$   
C.  $[-1, 1]$                       D.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

2 (2007 年宁波十校联考) 函数  $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5} + \log_3(x+1)$  的定义域为( ).

- A.  $(-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$     B.  $(-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$   
C.  $(-1, 1)$                       D.  $(-1, 1] \cup [5, +\infty)$

3 (2007 年安徽) 图 6-1 中的图象所表示函数的解析式为( ).

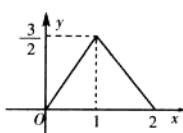


图 6-1

- A.  $y = \frac{3}{2}|x-1|$     ( $0 \leq x \leq 2$ )  
B.  $y = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}|x-1|$     ( $0 \leq x \leq 2$ )  
C.  $y = \frac{3}{2} - |x-1|$     ( $0 \leq x \leq 2$ )  
D.  $y = 1 - |x-1|$     ( $0 \leq x \leq 2$ )

4 已知  $f(x^6) = \log_2 x$ , 那么  $f(8) =$  ( ).

- A.  $\frac{4}{3}$     B. 8    C. 18    D.  $\frac{1}{2}$

5 (2006 年全国 II) 函数  $y = f(x)$  的图象与函数  $g(x) = \log_2 x$  ( $x > 0$ ) 的图象关于原点对称, 则  $f(x)$  的表达式为( ).

- A.  $f(x) = \frac{1}{\log_2 x}$  ( $x > 0$ )    B.  $f(x) = \frac{1}{\log_2(-x)}$  ( $x < 0$ )  
C.  $f(x) = -\log_2 x$  ( $x > 0$ )    D.  $f(x) = -\log_2(-x)$  ( $x < 0$ )

6 已知  $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ , 则  $f(x)$  的解析式可取为( ).

- A.  $\frac{x}{1+x^2}$     B.  $-\frac{2x}{1+x^2}$     C.  $\frac{2x}{1+x^2}$     D.  $-\frac{x}{1+x^2}$

7 (2008 年全国 I) 函数  $y = \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x}$  的定义域为( ).

- A.  $\{x|x \geq 0\}$                       B.  $\{x|x \geq 1\}$   
C.  $\{x|x \geq 1\} \cup \{0\}$               D.  $\{x|0 \leq x \leq 1\}$

8 (2008 年广东模拟) 若函数  $f(x) = \frac{mx}{4x-3}$  ( $x \neq \frac{3}{4}$ ) 在定义域内恒有  $f[f(x)] = x$ , 则  $m$  等于( ).

- A. 3    B.  $\frac{3}{2}$     C.  $-\frac{3}{2}$     D. -3

9 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-3} \lg \sqrt{4-x}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

10 若函数  $f^{-1}(x)$  是函数  $f(x) = \lg(x+1)$  的反函数, 则  $f^{-1}(x)$  的值域是\_\_\_\_\_.

11 若  $f(x) = ax + b$  为增函数, 且  $f[f(x)] = 4x + 1$  则  $f(3) =$  \_\_\_\_\_.

12 若  $f(x+2) = f(x)$ , 当  $x \in [-1, 1]$  时,  $f(x) = -x^2 + 1$ , 则  $x \in [1, 3]$  时,  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

13 根据条件分别求出函数  $f(x)$  的表达式.

(1)  $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ; (2)  $f\left(1 + \frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^2} - 1$ ; (3)  $f(x)$  满足关系式  $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ .

14 设二次函数  $f(x)$  满足  $f(x+2) = f(2-x)$ , 且  $f(x) = 0$  的两实根平方和为 10, 图象过点  $(0, 3)$ , 求  $f(x)$  的解析式.

15 设函数  $f(x)$  的定义域为  $D$ , 若存在  $x_0 \in D$ , 使  $f(x_0) = x_0$  成立, 则称  $(x_0, x_0)$  是函数  $f(x)$  的一个不动点.

(1) 已知函数  $f(x) = ax^2 + bx - b$  ( $a \neq 0$ ) 有不动点  $(1, 1)$  和  $(-3, -3)$ , 试确定  $a, b$  的值;

(2) 若对于任意实数  $b$ , 函数  $f(x) = ax^2 + bx - b$  总有两个相异的不动点, 求实数  $a$  的取值范围.

16 某企业现有职工 260 人, 每人每年可创利 6 000 元. 据测算, 在生产规模固定的状态下, 每减员分流 1 人, 留岗职工每人每年可多创利 60 元, 但每年需付每位下岗分流职工 2 400 元的资助费. 为了企业获利最大, 该企业应减员分流多少人?

## 能力测试点7 函数的值域和最值

## 考纲知识解读

## 一、考纲要求

1. 掌握求函数值域与最值常用的方法.
2. 能运用求值域的常用方法解决实际问题中的最优问题.

## 二、高考趋势

函数的值域和最值问题是每年高考必考内容,那么这类题

型将仍然出现在2009年各地高考试题中,一般情况下,不会对值域和最值单独命题,最主要的是结合其他知识综合在一起考查,特别是应用题,都涉及最值问题,再就是求变量的取值范围.主要是考查求值域和最值的基本方法,有时也会在选择题和填空题中独立命题.

## 能力题型设计

1 (2007年北京)函数  $f(x)=3^x (0 < x \leq 2)$  的反函数的定义域为( ).

- A.  $(0, +\infty)$  B.  $(1, 9]$  C.  $(0, 1)$  D.  $(9, +\infty)$

2 函数  $y = x^2 - 3x - 4$  的定义域为  $[0, m]$ , 值域为  $[-\frac{25}{4}, -4]$ , 则  $m$  的取值范围是( ).

- A.  $(0, 4]$  B.  $[\frac{3}{2}, 4]$  C.  $[\frac{3}{2}, 3]$  D.  $(\frac{3}{2}, +\infty)$

3 若函数  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2kx + k)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则  $k$  的取值范围是( ).

- A.  $0 < k < 1$  B.  $0 \leq k < 1$   
C.  $k \leq 0$  或  $k \geq 1$  D.  $k = 0$  或  $k \geq 1$

4 函数  $f(x) = \frac{1}{1-x(1-x)}$  的最大值是( ).

- A.  $\frac{4}{5}$  B.  $\frac{5}{4}$  C.  $\frac{3}{4}$  D.  $\frac{4}{3}$

5 函数  $y = \log_{0.5}(x + \frac{1}{x-1} + 1) (x > 1)$  的值域是( ).

- A.  $(-\infty, 2]$  B.  $(-\infty, -2]$  C.  $[2, +\infty)$  D.  $[-2, +\infty)$

6 值域为  $(0, +\infty)$  的函数是( ).

- A.  $y = x^2 - x + 1$  B.  $y = (\frac{1}{3})^{1-x}$   
C.  $y = 3^{\frac{1}{x}} + 1$  D.  $y = |\log_2 x^2|$

7 函数  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$  的值域是( ).

- A.  $\{y | y \leq -2 \text{ 或 } y \geq 2\}$  B.  $\{y | y < -2 \text{ 或 } y > 2\}$   
C.  $\{y | -2 \leq y \leq 2\}$  D.  $\{y | y \geq 2\sqrt{2}\}$

8 对于每个实数  $x$ , 设  $f(x)$  是  $y = 4x + 1$ ,  $y = x + 2$  和  $y = -2x + 4$  三个函数中的最小值, 则  $f(x)$  的最大值是( ).

- A.  $\frac{8}{3}$  B. 3 C.  $\frac{2}{3}$  D.  $\frac{1}{2}$

9 (2007年江南十校素质测试)函数  $f(x) = \begin{cases} f(4-x), & x > -2, \\ 2^{-x}, & x \leq -2, \end{cases}$  在  $[2, +\infty)$  上为增函数, 且  $f(0) = 0$ , 则  $f(x)$  的最小值为( ).

- A.  $f(2)$  B.  $f(0)$  C.  $f(-2)$  D.  $f(4)$

10 设集合  $P = \{m | -1 < m < 0\}$ ,  $Q = \{m | mx^2 + 4mx - 4 < 0, m \in \mathbf{R}\}$  对任意实数  $x$  恒成立, 则下列关系中成立的是( ).

- A.  $P \subsetneq Q$  B.  $Q \subsetneq P$  C.  $P = Q$  D.  $P \cap Q = \emptyset$

11 (2007年江西)设函数  $y = 4 + \log_2(x-1) (x \geq 3)$ , 则其反函数的定义域为\_\_\_\_\_.

12 函数  $y = \frac{3-x}{1+2x} (x \geq 0)$  的值域是\_\_\_\_\_.

13 函数  $y = \frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$  的值域为\_\_\_\_\_.

14 对任意两实数  $a, b$ , 定义运算“\*”如下:

$a * b = \begin{cases} a, & a \leq b, \\ b, & a > b. \end{cases}$  函数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3x-2) * \log_2 x$  的值域为\_\_\_\_\_.

15 已知函数  $y = \frac{ax+b}{x^2+1}$  的值域为  $[-1, 4]$ , 求实数  $a, b$  之值.

16 (1) 已知  $x^2 + y^2 = 4$ , 求  $4x + 3y$  的最值;

(2) 已知  $\sin x + \sin y = \frac{1}{3}$ , 求函数  $u = \sin x - \cos^2 y$  的最值.

17 (1) 求  $y = (e^x - a)^2 + (e^{-x} - a)^2 (0 < a < 2)$  的最小值;

(2) 求  $y = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$  的最大值.

## 能力测试点8 函数的奇偶性与周期性

## 考纲知识解读

## 一、考纲要求

了解函数奇偶性, 函数周期性的概念; 掌握判断一些简单函数奇偶性的方法, 函数的奇偶性是函数的重要性质, 所以一定要

掌握其概念、判定方法以及应用, 特别是利用其图象特征以及与单调性的联系解题是我们应重点掌握的内容.

## 二、高考趋势

函数奇偶性和周期性都是函数的重要性质之一,也是高考考查的重要内容,几乎每年必考.高考主要从以下几个方面考查:

1. 根据定义或图象的对称性判定(证明)给定函数解析式的奇偶性.

2. 利用函数的奇偶性和周期性求有关函数的解析式或某一函数值.

3. 利用函数的奇偶性和单调性的内在联系解决函数的某些问题.

## 能力题型设计

1 已知函数  $f(x) = \frac{|x-1|-a}{\sqrt{1-x^2}}$  是奇函数,则实数  $a$  的值为 ( ).

A. -1      B. 0      C. 1      D. 2

2 已知函数  $f(x) = |x-1| + |x+1|$ , 那么  $f(x)$  ( ).

A. 是奇函数而非偶函数      B. 是偶函数而非奇函数  
C. 既是奇函数又是偶函数      D. 既非奇函数也非偶函数

3 函数  $y = \lg\left(\frac{2}{1+x} - 1\right)$  的图象关于 ( ).

A.  $x$  轴成轴对称图形      B.  $y$  轴成轴对称图形  
C. 直线  $y=x$  成轴对称图形      D. 原点成中心对称

4 设  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的奇函数,  $f(x+2) = -f(x)$ , 当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $f(x) = x$ , 则  $f(7.5) =$  ( ).

A. 0.5      B. -0.5      C. 1.5      D. -1.5

5 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x) = f(x+2)$ . 当  $x \in [3, 5]$  时,  $f(x) = 2 - |x-4|$ , 则 ( ).

A.  $f\left(\sin \frac{\pi}{6}\right) < f\left(\cos \frac{\pi}{6}\right)$       B.  $f(\sin 1) > f(\cos 1)$

C.  $f\left(\cos \frac{2\pi}{3}\right) < f\left(\sin \frac{2\pi}{3}\right)$       D.  $f(\cos 2) > f(\sin 2)$

6 (2007 年海淀区二模) 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  既是偶函数又是周期函数. 若  $f(x)$  的最小正周期是  $\pi$ , 且当  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  时,

$f(x) = \sin x$ , 则  $f\left(\frac{5\pi}{3}\right)$  的值为 ( ).

A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

7 若  $x \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{N}^*$ , 规定:  $H_n^x = x(x+1) \cdot (x+2) \cdot \dots \cdot (x+n-1)$ , 例如:  $H_3^3 = (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) = -6$ , 则函数  $f(x) = x \cdot H_{x-3}^x$  ( ).

A. 是奇函数不是偶函数  
B. 是偶函数不是奇函数  
C. 既是奇函数又是偶函数  
D. 既不是奇函数又不是偶函数

8 (2007 年雅礼中学月考) 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且  $f\left(x - \frac{3}{2}\right) = f\left(x + \frac{1}{2}\right)$  恒成立, 当  $x \in [2, 3]$  时,  $f(x) = x$ , 则当  $x \in (-2, 0)$  时,  $f(x)$  为 ( ).

A.  $|x-2|$       B.  $|x+4|$       C.  $2+|x+1|$       D.  $3-|x+1|$

9 (2007 年泉州市质量检查) 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的不恒为零的函数, 对于任意的  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $f(x)$  满足关系式:  $f(a \cdot b) = af(b) + bf(a)$ , 则  $f(x)$  的奇偶性为 ( ).

A. 奇函数      B. 偶函数

C. 非奇非偶函数      D. 既是奇函数也是偶函数

10 (2007 年东城区综合二) 已知函数 ①  $f(x) = 3 \ln x$ ; ②  $f(x) = 3e^{\cos x}$ ; ③  $f(x) = 3e^x$ ; ④  $f(x) = 3 \cos x$ . 其中对于  $f(x)$  定义域内的任意一个自变量  $x_1$  都存在唯一一个自变量  $x_2$ , 使  $\sqrt{f(x_1)f(x_2)} = 3$  成立的函数是 ( ).

A. ①②④      B. ②③      C. ③      D. ④

11 (2007 年辽宁) 函数  $y = f(x)$  为奇函数, 若  $f(3) - f(2) = 1$ , 则  $f(-2) - f(-3) =$  \_\_\_\_\_.

12 若函数  $f(x) = e^{-(x-\mu)^2}$  ( $e$  是自然对数的底数) 的最大值是  $m$ , 且  $f(x)$  是偶函数, 则  $m + \mu =$  \_\_\_\_\_.

13 (2006 年安徽) 函数  $f(x)$  对于任意实数  $x$  满足条件  $f(x+2) = \frac{1}{f(x)}$ , 若  $f(1) = -5$  则  $f[f(5)] =$  \_\_\_\_\_.

14 (2007 年郑州第一次预测) 对于定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$ , 有下述四个命题: ①若  $y = f(x)$  是奇函数, 则  $y = f(x-1)$  的图象关于点  $A(1, 0)$  对称; ②若对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 有  $f(x+1) = f(x-1)$ , 则函数  $y = f(x)$  的图象关于直线  $x=1$  对称; ③若函数  $y = f(x-1)$  的图象关于直线  $x=1$  对称, 则  $y = f(x)$  为偶函数; ④函数  $y = f(1+x)$  与函数  $y = f(1-x)$  的图象关于直线  $x=1$  对称.

其中正确命题的序号为 \_\_\_\_\_ . (把你认为是正确命题的序号都填上)

15 判断下列函数是否具有奇偶性.

(1)  $f(x) = x^4 - x^2 + 2$ ;

(2)  $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} + x - 1}{\sqrt{1+x^2} + x + 1}$ ;

(3)  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & (x \geq 0) \\ x^2-1 & (x < 0) \end{cases}$ ;

(4)  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ .

16 已知  $f(x)$  为  $\mathbf{R}$  上奇函数, 且当  $x > 0$  时,  $f(x) = x^2 + 2x^2 - 1$ , 求  $f(x)$  的解析式.

17 (2007 年东城区综合) 已知函数  $f(x) = ax^2 + bx + 3a + b$  为偶函数, 其定义域为  $[a-1, 2a]$ , 求  $f(x)$  的值域.

18 已知  $f(x), g(x)$  都是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 若  $F(x) = af(x) + bg(x) + 2$  在区间  $(0, +\infty)$  上的最大值为 5, 求  $F(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上的最小值.

19 定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  有最小正周期 2, 且  $x \in (0, 1)$  时,  $f(x) = \frac{2^x}{4^x + 1}$ . 求  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上的解析式.

## 能力测试点 9 函数的单调性

## 考纲知识解读

## 一、考纲要求

1. 理解函数单调性的定义, 并利用函数单调性定义判断或证明函数在给定区间上的单调性.
2. 判断复合函数的单调性, 会求简单复合函数的单调区间.
3. 能利用函数的单调性解决一些综合问题.

## 二、高考趋势

函数单调性的概念是函数性质中最重要的概念, 仍然是2009年高考的重点, 特别是用定义证明函数的单调性和函数的单调性应用. 常见题型有: (1) 求函数的单调区间(包括较简单的复合函数); (2) 用定义判断函数在所给区间上的单调性; (3) 强化应用单调性解题的意识, 如比较式子的大小, 求函数的最值, 已知函数的单调性, 求参数的取值范围等.

## 能力题型设计

1 判断函数  $y = \lg|-x|$  的奇偶性和单调性( ).

- A. 是偶函数, 在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递增
- B. 是偶函数, 在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递减
- C. 是奇函数, 在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增
- D. 是奇函数, 在区间  $(0, +\infty)$  上单调递减

2 已知  $f(x)$  为  $\mathbf{R}$  上的减函数, 则满足  $f\left(\frac{1}{x}\right) < f(1)$  的实数  $x$  的取值范围是( ).

- A.  $(-1, 1)$
- B.  $(0, 1)$
- C.  $(-1, 0) \cup (0, 1)$
- D.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

3 若函数  $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$  在区间  $(-\infty, 4)$  上是减函数, 那么实数  $a$  的取值范围是( ).

- A.  $a \geq 3$
- B.  $a \leq -3$
- C.  $a \geq -3$
- D.  $a \leq 5$

4 已知偶函数  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  上单调递增, 那么下列各关系中成立的是( ).

- A.  $f(-\pi) > f\left(\log_2 \frac{1}{4}\right) > f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$
- B.  $f(-\pi) > f\left(-\frac{\pi}{2}\right) > f\left(\log_2 \frac{1}{4}\right)$
- C.  $\left(\log_2 \frac{1}{4}\right) > f\left(-\frac{\pi}{2}\right) > f(-\pi)$
- D.  $\left(-\frac{\pi}{2}\right) > f\left(\log_2 \frac{1}{4}\right) > f(-\pi)$

5 (2007 的石家庄质量检测二) 函数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 6x + 5)$  在  $(a, +\infty)$  上是减函数, 则  $a$  的取值范围是( ).

- A.  $(-\infty, 1)$
- B.  $(3, +\infty)$
- C.  $(-\infty, 3)$
- D.  $[5, +\infty)$

6 (2007 年苏锡常镇一模) 已知  $f(x) = \begin{cases} (3-a)x - a, & x < 1, \\ \log_a x, & x \geq 1 \end{cases}$  是  $(-\infty, +\infty)$  上的增函数, 那么实数  $a$  的取值范围是( ).

- A.  $(1, +\infty)$
- B.  $(-\infty, 3)$
- C.  $\left[\frac{3}{2}, 3\right)$
- D.  $(1, 3)$

7 已知定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $f(x)$  在  $(8, +\infty)$  上为减函数, 且函数  $y = f(x+8)$  为偶函数, 则( ).

- A.  $f(6) > f(7)$
- B.  $f(6) > f(9)$
- C.  $f(7) > f(9)$
- D.  $f(7) > f(10)$

8 (2007 年北京) 对于函数 ①  $f(x) = \lg(|x-2|+1)$ , ②  $f(x) =$

$(x-2)^2$ , ③  $f(x) = \cos(x+2)$ , 判断如下三个命题的真假:

命题甲:  $f(x+2)$  是偶函数;

命题乙:  $f(x)$  在  $(-\infty, 2)$  上是减函数, 在  $(2, +\infty)$  上是增函数;

命题丙:  $f(x+2) - f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上是增函数.

能使命题甲、乙、丙均为真的所有函数的序号是( ).

- A. ①③
- B. ①②
- C. ③
- D. ②

9 (2007 年北京) 已知上  $y = \log_a(2-ax)$  在  $[0, 1]$  上是  $x$  的减函数, 则  $a$  的取值范围是( ).

- A.  $(0, 1)$
- B.  $(1, 2)$
- C.  $(0, 2)$
- D.  $[2, +\infty)$

10 设  $f(x)$ 、 $g(x)$  分别是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数和偶函数, 当  $x < 0$  时,  $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) > 0$ , 且  $g(-3) = 0$ , 则不等式  $f(x) \cdot g(x) < 0$  的解集是( ).

- A.  $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$
- B.  $(-3, 0) \cup (0, 3)$
- C.  $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$
- D.  $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$

11 已知偶函数  $f(x)$  在  $[0, 2]$  内单调递减, 若  $a = f(-1)$ ,  $b = f\left(\log_{0.5} \frac{1}{4}\right)$ ,  $c = f(\lg 0.5)$ , 则  $a, b, c$  之间的大小关系是\_\_\_\_\_.

12 若函数  $f(x) = a|x-b| + 2$  在  $[0, +\infty)$  上为增函数, 则实数  $a, b$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13 已知奇函数  $y = f(x)$  是定义在  $(-2, 2)$  上的减函数, 若  $f(m-1) + f(2m-1) > 0$ , 求实数  $m$  的取值范围.

14 已知函数  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ,

(1) 判断  $f(x)$  在区间  $(0, 1]$  和  $[1, +\infty)$  上的单调性;

(2) 求  $f(x)$  在  $x \in \left[\frac{1}{2}, 5\right]$  时的值域.

15 设  $f(x) = \lg \frac{1+2^x + \dots + (n-1)^x + n^x}{n}$ , 其中  $a \in \mathbf{R}$ ,  $n$  是任意给定的自然数, 且  $n \geq 2$ . 如果  $f(x)$  在  $x \in (-\infty, 1]$  上有意义, 求  $a$  的取值范围.

16 已知  $a \geq 0$ , 函数  $f(x) = (x^2 - 2ax)e^x$ .

(1) 当  $x$  为何值时,  $f(x)$  取得最小值? 证明你的结论;

(2) 设  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上是单调函数, 求  $a$  的取值范围.



## 能力测试点 10 反函数

## 考纲知识解读

## 一、考纲要求

《考试大纲》对反函数的考查是了解反函数及互为反函数的函数图象间的关系,会求一些简单函数的反函数.

## 二、高考趋势

在高考中反函数也是常考的内容之一,主要从三个方面考

查:(1)给出函数  $y=f(x)$  的解析式,求出它的反函数  $y=f^{-1}(x)$ ; (2)利用“函数  $y=f(x)$  与其反函数  $y=f^{-1}(x)$  的图象关于直线  $y=x$  对称”解决有关问题; (3)求反函数的某一函数值. 题型多为选择与填空题,以中、低档题为主.

## 能力题型设计

1 (2007年安徽)下列函数中,反函数是其自身的函数的是 ( ).

- A.  $f(x)=x^2, x \in [0, +\infty)$     B.  $f(x)=x^3, x \in (-\infty, +\infty)$   
C.  $f(x)=e^x, x \in (-\infty, +\infty)$     D.  $f(x)=\frac{1}{x}, x \in (0, +\infty)$

2 (2007年天津河西模拟)已知函数  $f(x)=\frac{x+1}{x-2} (x \neq 2)$  的反函数是  $f^{-1}(x)$ , 如果  $g(x)=f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ , 那么  $g(x)$  ( ).

- A. 在区间  $(1, +\infty)$  上是增函数  
B. 在区间  $(0, +\infty)$  上是增函数  
C. 在区间  $(1, +\infty)$  上是减函数  
D. 在区间  $(0, +\infty)$  上是减函数

3 (2007 海淀区二模)函数  $f(x)=\log_a(x-1) (a>0, a \neq 1)$  的反函数的图象过定点 ( ).

- A.  $(0, 2)$     B.  $(2, 0)$     C.  $(0, 3)$     D.  $(3, 0)$

4 (2007 东城区综合二)记函数  $y=1+2^{-x}$  的反函数为  $y=g(x)$ , 则  $g(5)$  等于 ( ).

- A. 2    B. -2    C. -4    D. 4

5 函数  $y=-x^2+2x (x \leq 0)$  的反函数为 ( ).

- A.  $y=\sqrt{1-x}-1 (x \leq 0)$     B.  $y=\sqrt{1-x}-1 (x \leq 1)$   
C.  $y=-\sqrt{1-x}+1 (x \leq 0)$     D.  $y=-\sqrt{1-x}+1 (x \leq 1)$

6 (2007 年东城区目标)已知函数  $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2^x, & -1 \leq x < 0, \end{cases}$

则  $f^{-1}\left(\frac{9}{4}\right)=$  ( ).

- A.  $\frac{1}{2}$     B.  $-\frac{1}{2}$     C. 2    D. -2

7 (2007 年天津)函数  $y=\log_2(\sqrt{x+4}+2) (x>0)$  的反函数是 ( ).

- A.  $y=4^x-2^{x+1} (x>2)$     B.  $y=4^x-2^{x+1} (x>1)$   
C.  $y=4^x-2^{x+2} (x>2)$     D.  $y=4^x-2^{x+2} (x>2)$

8 若函数  $f(x)$  的反函数为  $f^{-1}(x)$ , 则函数  $f(x-1)$  与  $f^{-1}(x-1)$  的图象可能是 ( ).

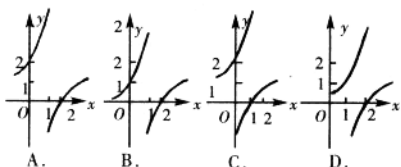


图 10-1

9 已知  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数, 点  $A(-1, 1), B(1, 3)$  在它的图象上,  $f^{-1}(x)$  是它的反函数, 那么不等式  $|f^{-1}(\log_2 x)| < 1$  的解集为 ( ).

- A.  $\{x|-1 < x < 1\}$     B.  $\{x|2 < x < 8\}$   
C.  $\{x|1 < x < 3\}$     D.  $\{x|0 < x < 3\}$

10 与方程  $y=e^{2x}-2e^x+1 (x \geq 0)$  的曲线关于直线  $y=x$  对称的曲线方程为 ( ).

- A.  $y=\ln(1+\sqrt{x})$     B.  $y=\ln(1-\sqrt{x})$   
C.  $y=-\ln(1+\sqrt{x})$     D.  $y=-\ln(1-\sqrt{x})$

11 已知函数  $y=2x-a$  的反函数是  $y=bx+3$ , 则  $a=$  \_\_\_\_\_;  $b=$  \_\_\_\_\_.

12 (2007 年东北三校第一次联考) 函数  $y=e^{x+1}$  的反函数是 \_\_\_\_\_.

13 (2007 年全国 I) 函数  $y=f(x)$  的图象与函数  $y=\log_3 x (x>0)$  的图象关于直线  $y=x$  对称, 则  $f(x)=$  \_\_\_\_\_.

14 已知  $y=f(x)$  在定义域  $(0, +\infty)$  内存在反函数, 且  $f(x-1)=x^2-2x+1$ , 则  $f^{-1}(7)=$  \_\_\_\_\_.

15 求函数  $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x \leq -1, \\ -x+1, & x > -1 \end{cases}$  的反函数.

16 已知  $f(x)$  是一次函数, 且  $f(1)=1, f[f(2)]=2f^{-1}(4)$ , 求  $f(x)$  的解析式.

17 设  $y=f(x)=\frac{2x+3}{x-1}, y=g(x)$  的图象与  $y=f^{-1}(x+1)$  的图象关于直线  $y=x$  对称, 求  $g(3)$  的值.

18 已知  $f(x)$  的反函数  $f^{-1}(x)=\log_2 \frac{1+x}{1-x}$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 解不等式  $1-f(x) > \frac{1}{4^x-1}$ .