



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会推荐教材
电子信息学科基础课程系列教材



电磁场与电磁波教学指导 ——习题解答与实验

邹 澎 周晓萍 编著



清华大学出版社



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

内容简介



教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会推荐教材
电子信息学科基础课程系列教材

电磁场与电磁波教学指导 ——习题解答与实验

邹 澎 周晓萍 编著

(ISBN 978-7-302-19055-6)

中国图书馆分类法(2008)编目数据
中图法：CIP数据代码(2008)第162483号

清华大学出版社

邹澎、周晓萍主编
清华大学出版社
出版地：北京
邮编：100084
电 话：010-62782966
传 真：010-62782966
网 址：<http://www.tup.com.cn>
E-mail：zpb@tup.tsinghua.edu.cn

本教材由清华大学出版社出版，印制质量及售后服务有问题，请与出版社联系。

清华大学出版社
北京

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

内容简介

本书是“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”《电磁场与电磁波》(教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会推荐教材,邹澎、周晓萍编著)的教学指导书。第一部分介绍了基本的教学内容,列出了课程的重点、难点及主要的习题类型和典型例题,同时解答了主教材中的绝大多数习题。第二部分介绍了7个电磁场与电磁波实验,便于结合课程进展开展实验教学。

本书可以作为“电磁场与电磁波”课程的教学指导书,也可作为报考相关专业硕士研究生的复习参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

电磁场与电磁波教学指导:习题解答与实验/邹澎,周晓萍编著. —北京: 清华大学出版社, 2009. 4

(电子信息学科基础课程系列教材)

ISBN 978-7-302-19077-6

I. 电… II. ①邹… ②周… III. ①电磁场—高等学校—教学参考资料 ②电磁波—高等学校—教学参考资料 IV. O441. 4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 195763 号

责任编辑: 王敏稚 陈志辉

责任校对: 梁毅

责任印制: 李红英

出版发行: 清华大学出版社 地址: 北京清华大学学研大厦 A 座

http://www.tup.com.cn 邮编: 100084

社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者: 北京四季青印刷厂

装 订 者: 北京市密云县京文制本装订厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 185×260 印 张: 14.75 字 数: 359 千字

版 次: 2009 年 4 月第 1 版 印 次: 2009 年 4 月第 1 次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 25.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话: (010)62770177 转 3103 产品编号: 031457-01

《电子信息学科基础课程系列教材》

丛书序

电子信息学科是当今世界上发展最快的学科,作为众多应用技术的理论基础,对人类文明的发展起着重要的作用。它包含诸如电子科学与技术、电子信息工程、通信工程和微波工程等一系列子学科,同时涉及计算机、自动化和生物电子等众多相关学科。对于这样一个庞大的体系,想要在学校将所有知识教给学生已不可能。以专业教育为主要目的的大学教育,必须对自己的学科知识体系进行必要的梳理。本系列丛书就是试图搭建一个电子信息学科的基础知识体系平台。

目前,中国电子信息类学科高等教育的教学中存在着如下问题:

- (1) 在课程设置和教学实践中,学科分立,课程分立,缺乏集成和贯通;
- (2) 部分知识缺乏前沿性,局部知识过细、过难,缺乏整体性和纲领性;
- (3) 教学与实践环节脱节,知识型教学多于研究型教学,所培养的电子信息学科人才不能很好地满足社会的需求。

在新世纪之初,积极总结我国电子信息类学科高等教育的经验,分析发展趋势,研究教学与实践模式,从而制定出一个完整的电子信息学科基础教程体系,是非常有意义的。

根据教育部高教司 2003 年 8 月 28 日发出的[2003]141 号文件,教育部高等学校电子信息与电气信息类基础课程教学指导分委员会(基础课分教指委)在 2004—2005 两年期间制定了“电路分析”、“信号与系统”、“电磁场”、“电子技术”和“电工学”5 个方向电子信息科学与电气信息类基础课程的教学基本要求。然而,这些教学要求基本上是按方向独立开展工作的,没有深入开展整个课程体系的研究,并且提出的是各课程最基本的教学要求,针对的是“2+X+Y”或者“211 工程”和“985 工程”之外的大学。

同一时期,清华大学出版社成立了“电子信息学科基础教研组”,历时 3 年,组织了各类教学研讨会,以各种方式和渠道对国内外一些大学的 EE(电子电气)专业的课程体系进行收集和研究,并在国内率先推出了关于电子信息学科基础课程的体系研究报告《电子信息学科基础教程 2004》。该成果得到教育部高等学校电子信息与电气学科教学指导委员会的高度评价,认为该成果“适应我国电子信息学科基础教学的需要,有较好的指导意义,达到了国内领先水平”,“对不同类型院校构建相关学科基础教学平台均有较好的参考价值”。

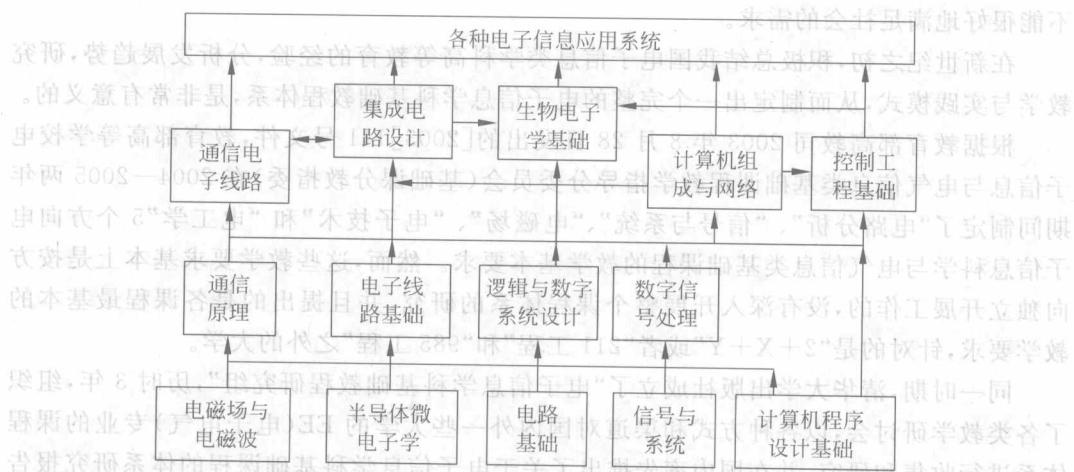
在此基础上,由我担任主编,筹建了“电子信息学科基础课程系列教材”编委会。编委会多次组织部分高校的教学名师、主讲教师和教育部高等学校教学指导委员会委员,进一步探讨和完善《电子信息学科基础教程 2004》研究成果,并组织编写了这套“电子信息学科基础课程系列教材”。

在教材的编写过程中,我们强调了“基础性、系统性、集成性、可行性”的编写原则,突出了以下特点:

- (1) 体现科学技术领域已经确立的新知识和新成果。
- (2) 学习国外先进教学经验,汇集国内最先进的教学成果。
- (3) 定位于国内重点院校,着重于理工结合。
- (4) 建立在对教学计划和课程体系的研究基础之上,尽可能覆盖电子信息学科的全部基础。本丛书规划的 14 门课程,覆盖了电气信息类如下全部 7 个本科专业:

人教·电子信息工程
通信工程
信息工程
计算机科学与技术
自动化
• 电气工程与自动化
• 生物医学工程

(5) 课程体系整体设计,各课程知识点合理划分,前后衔接,避免各课程内容之间交叉重复,目标是使各门课程的知识点形成有机的整体,使学生能够在规定的课时数内,掌握必需的知识和技术。各课程之间的知识点关联如下图所示:



即力争将本科生的课程限定在有限的与精选的一套核心概念上,强调知识的广度。

(6) 以主教材为核心,配套出版习题解答、实验指导书、多媒体课件,提供全面的教学解决方案,实现多角度、多层次的人才培养模式。

(7) 由国内重点大学的精品课主讲教师、教学名师和教指委委员担任相关课程的设计和教材的编写,力争反映国内最先进的教改成果。

我国高等学校电子信息类专业的办学背景各不相同,教学和科研水平相差较大。本系列教材广泛听取了各方面的意见,汲取了国内优秀的教学成果,希望能为电子信息学科教学提供一份精心配备的搭配科学、营养全面的“套餐”,能为国内高等学校教学内容

和课程体系的改革发挥积极的作用。

然而,对于高等院校如何培养出既具有扎实的基本功,又富有挑战精神和创造意识的社会栋梁,以满足科学技术发展和国家建设发展的需要,还有许多值得思考和探索的问题。比如,如何为学生营造一个宽松的学习氛围?如何引导学生主动学习,超越自己?如何为学生打下宽厚的知识基础和培养某一领域的研究能力?如何增加工程方法训练,将扎实的基础和宽广的领域才能转化为工程实践中的创造力?如何激发学生深入探索的勇气?这些都需要我们教育工作者进行更深入的研究。

提高教学质量,深化教学改革,始终是高等学校的工作重点,需要所有关心我国高等教育事业人士的热心支持。在此,谨向所有参与本系列教材建设工作的同仁致以衷心的感谢!

本套教材可能会存在一些不当甚至谬误之处,欢迎广大的使用者提出批评和意见,以促进教材的进一步完善。



2008年1月

前言

本书是“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”《电磁场与电磁波》(教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会推荐教材,邹澎、周晓萍编著)的教学指导书。希望能够帮助使用该教材的教师和学生理解和掌握各章的基本要求,把握好重点与难点。本书包括“习题解答”和“实验讲义”两部分。

“电磁场与电磁波”课程的特点是理论性强、需要用的数学方法多。在学习“电磁场与电磁波”课程的过程中,很多学生都有一个感觉:上课时也能听懂,下课作业难做。所以解题是一个重要的教学环节,通过解题能够帮助学生加深对电磁场与电磁波的基本规律、基本概念的理解,掌握一些基本的分析、计算方法和解题技巧,学会分析、解决一些实际的工程电磁场与电磁波问题。在“习题解答”中,每章均由以下三部分组成:①基本教学内容、主要公式及重要提示;②主要的习题类型及典型例题;③习题解答。

“电磁场与电磁波”课程理论性强,比较抽象,学习起来比较枯燥,所以加强实验教学是另一个重要的教学环节。通过实验可以使学生们切实感受到电磁场和电磁波的存在,了解和掌握电磁场与电磁波的现象和基本规律。

“实验讲义”部分包括 7 个实验:①电磁波的衍射与干涉;②电磁波参量的测量;③均匀无耗媒质参量的测量;④电磁波的反射与折射;⑤电磁波极化特性的研究;⑥测量角锥喇叭天线的方向图;⑦综合实验:静电场的模拟实验与数值分析。其中实验⑦是静电场的综合实验,把静电场的模拟实验与数值分析结合起来,使用完全相同的几种电极,首先用模拟法测量静电场的分布,绘出等位线和电力线。再用有限差分法计算在这几种电极条件下静电场的分布,绘出等位线和电力线。对比测量结果和计算结果,验证计算方法和测量方法,教学效果很好。实验⑥测量角锥喇叭天线的方向图也可以改为电磁波的综合实验,把测量结果与仿真结果(利用电磁仿真软件)或计算结果(利用数值计算方法)对比。

“习题解答”部分刘黎刚参与第 1~3 章的编写,张长命参与第 4~6 章的编写,周晓萍参与第 7~8 章的编写,邹澎参与了各章“习题解答”的编写。“实验讲义”部分由邹澎编写。

本书可以作为“电磁场与电磁波”课程的教学指导书,也可作为报考相关专业硕士研究生的复习参考书。读者若发现本书中有错误和不当之处,恳请指出或提出修改意见,请发到以下邮箱: zzuzp@zzu.edu.cn。

作 者

2008.8

目录

12	量的物理量	8.1.8
16	式微分	8.1.8
第1篇 习题解答		
第1章 矢量分析	基础理论与典型例题	3
80 1.1 基本教学内容、主要公式及重要提示	基础理论	4
80 1.1.1 三种常用的正交坐标系	基础理论	4
80 1.1.2 矢量运算	基础理论	5
80 1.1.3 空间矢量	基础理论	5
80 1.1.4 矢量的微分	基础理论	5
80 1.1.5 微分算符及常用的公式	基础理论	7
07 1.1.6 亥姆霍兹定理	基础理论	7
07 1.2 主要的习题类型及典型例题	基础理论	8
17 1.3 习题解答	基础理论	8
第2章 静电场分析	基础理论	15
87 2.1 基本教学内容、主要公式及重要提示	基础理论	16
87 2.1.1 静电场的基本规律	基础理论	16
87 2.1.2 静电场的边界条件	基础理论	19
88 2.1.3 泊松方程和拉普拉斯方程	基础理论	20
88 2.1.4 唯一性定理	基础理论	20
88 2.1.5 导体系统的电容	基础理论	21
48 2.1.6 静电场的能量	基础理论	21
80 2.1.7 利用虚位移原理计算电场力	基础理论	21
80 2.1.8 恒定电场(恒定电流场)	基础理论	22
80 2.2 主要的习题类型及典型例题	基础理论	24
80 2.3 习题解答	基础理论	26
第3章 恒定磁场	基础理论	48
80 3.1 基本教学内容、主要公式及重要提示	基础理论	49
101 3.1.1 恒定磁场的基本规律	基础理论	49
101 3.1.2 恒定磁场的边界条件	基础理论	51
101 3.1.3 矢量磁位	基础理论	51
101 3.1.4 标量的磁位	基础理论	52
101 3.1.5 电感	基础理论	53

目 录

3.1.6 磁场的能量	54
3.1.7 磁场力	54
3.2 主要的习题类型及典型例题	55
3.3 习题解答	56
第4章 静态场边值问题的解法	67
4.1 基本教学内容、主要公式及重要提示	68
4.1.1 静电场的边值问题	68
4.1.2 直角坐标系中的分离变量法	68
4.1.3 圆柱坐标系中二维场的分离变量法(场的分布与 z 无关)	69
4.1.4 球坐标系中轴对称场的分离变量法(场的分布与 ϕ 无关)	70
4.1.5 镜像法	70
4.1.6 电轴法	71
4.1.7 有限差分法	72
4.2 主要的习题类型及典型例题	72
4.3 习题解答	72
第5章 时变电磁场	92
5.1 基本教学内容、主要公式及重要提示	93
5.1.1 电磁感应定律	93
5.1.2 麦克斯韦的两个基本假说	93
5.1.3 麦克斯韦方程组	94
5.1.4 时变场的边界条件	94
5.1.5 时变电磁场的能量和能流	95
5.1.6 时变电磁场的矢量位和标量位	95
5.2 主要的习题类型及典型例题	96
5.3 习题解答	96
第6章 平面电磁波	103
6.1 基本教学内容、主要公式及重要提示	104
6.1.1 正弦电磁场的复数表示方法	104
6.1.2 平均坡印廷矢量	105
6.1.3 理想介质中的均匀平面波	105
6.1.4 波的极化特性	106

目录

6.1.5 损耗媒质中的均匀平面波	106
6.1.6 平面上的垂直入射	107
6.1.7 平面上的斜入射	109
6.2 主要的习题类型及典型例题	110
6.3 习题解答	111
第7章 导行电磁波	127
7.1 基本教学内容、主要公式及重要提示	128
7.1.1 导行电磁波的三种模式	128
7.1.2 传输线	128
7.1.3 金属规则波导	131
7.1.4 同轴线	133
7.1.5 光波导(光纤)	134
7.1.6 谐振腔	134
7.2 主要的习题类型及典型例题	134
7.3 习题解答	135
第8章 电磁波的辐射	152
8.1 基本教学内容、主要公式及重要提示	153
8.1.1 电偶极子天线的辐射	153
8.1.2 磁偶极子天线的辐射	153
8.1.3 天线辐射的方向性	154
8.1.4 天线阵	154
8.1.5 面天线基础	155
8.2 主要的习题类型及典型例题	155
8.3 习题解答	155

第2篇 实验讲义

实验一 电磁波的衍射与干涉	169
实验二 电磁波参量的测量	175
实验三 均匀无耗媒质参量的测量	180
实验四 电磁波的反射与折射	184
实验五 电磁波极化特性的研究	189

目录

实验六 测量角锥喇叭天线的方向图	194
实验七 综合实验:静电场的模拟实验与数值分析	199
附录一 电磁波综合实验系统	214
附录二 平行极化波和垂直极化波	216
附录三 静电场描绘仪电源及使用方法	217
参考文献	218

义指键次 蕊々录

991	越子已娘爵怕魁斯串	一鍔突
992	量慨怕量卷魁斯串	二鍔突
993	量慨怕量卷震默殊天达	三鍔突
994	娘社已娘豆怕魁斯串	四鍔突
995	突舟怕卦卦卦卦魁斯串	五鍔突

第 1 篇

习题解答

示要重公要主，容內學基本

第
一
章

(1,1) 矢量坐直

一条关于点的直线， $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是量度单位交于原点的三个向量。求直线的方程。

$$(1,1) \quad \vec{r} = \vec{a} + t\vec{b} + s\vec{c} \quad (t, s \in \mathbb{R})$$

$$(2,1) \quad \vec{r} = \vec{a} + t\vec{b} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$(3,1) \quad \vec{r} = \vec{a} + t\vec{b} + s\vec{c} \quad (t, s \in \mathbb{R})$$

$$(4,1) \quad \vec{r} = \vec{a} + t\vec{b} + s\vec{c} \quad (t, s \in \mathbb{R})$$

$$(5,1) \quad \vec{r} = \vec{a} + t\vec{b} + s\vec{c} \quad (t, s \in \mathbb{R})$$

$$(6,1) \quad \vec{r} = \vec{a} + t\vec{b} + s\vec{c} \quad (t, s \in \mathbb{R})$$

$$(7,1) \quad \vec{r} = \vec{a} + t\vec{b} + s\vec{c} \quad (t, s \in \mathbb{R})$$

$$(8,1) \quad \vec{r} = \vec{a} + t\vec{b} + s\vec{c} \quad (t, s \in \mathbb{R})$$

矢量分析

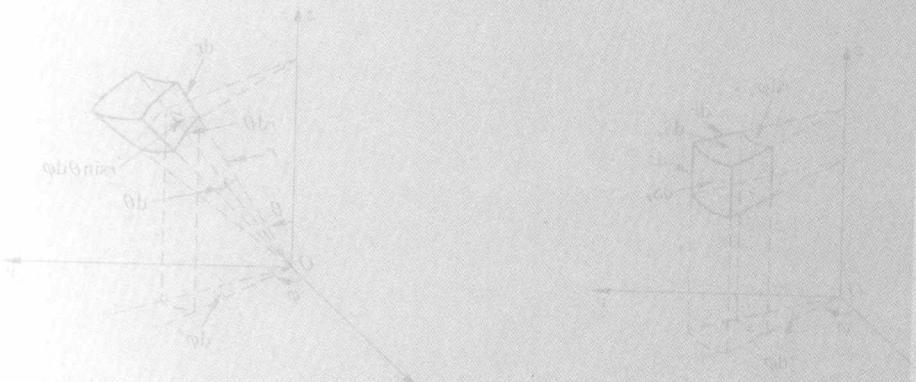


图 1-1

1.1 基本教学内容、主要公式及重要提示

1.1.1 三种常用的正交坐标系

1. 直角坐标系 (x, y, z)

直角坐标系中三个相互正交的单位矢量是 e_x, e_y, e_z , 满足右手关系

$$e_x \times e_y = e_z, \quad e_y \times e_z = e_x, \quad e_z \times e_x = e_y \quad (1.1)$$

微分线元为

$$dr = e_x dx + e_y dy + e_z dz \quad (1.2)$$

与三个坐标方向垂直的三个面积元分别为

$$dS_x = dy dz, \quad dS_y = dx dz, \quad dS_z = dx dy \quad (1.3)$$

直角坐标系中的体积元为

$$dV = dx dy dz \quad (1.4)$$

2. 圆柱坐标系 (r, φ, z)

圆柱坐标系中三个相互正交的单位矢量是 e_r, e_φ, e_z , 满足右手关系

$$e_r \times e_\varphi = e_z, \quad e_\varphi \times e_z = e_r, \quad e_z \times e_r = e_\varphi \quad (1.5)$$

微分线元为

$$dr = e_r dr + e_\varphi r d\varphi + e_z dz \quad (1.6)$$

在 r, φ, z 方向上的微分线元分别为 $dr, r d\varphi, dz$, 如图 1-1 所示。

与三个坐标方向垂直的三个面积元分别为

$$dS_r = r d\varphi dz, \quad dS_\varphi = r dr dz, \quad dS_z = r dr d\varphi \quad (1.7)$$

体积元为

$$dV = r dr d\varphi dz \quad (1.8)$$

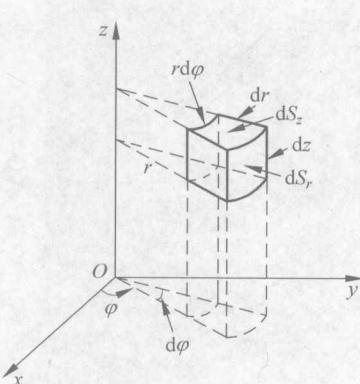


图 1-1

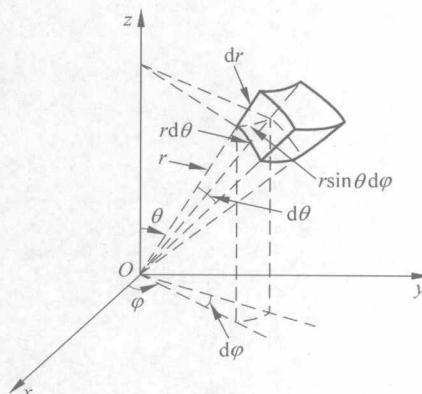


图 1-2

3. 球坐标系 (r, θ, φ)

球坐标系中三个相互正交的单位矢量是 $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$, 满足右手关系。

$$\mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_\varphi, \quad \mathbf{e}_\theta \times \mathbf{e}_\varphi = \mathbf{e}_r, \quad \mathbf{e}_\varphi \times \mathbf{e}_r = \mathbf{e}_\theta \quad (1.9)$$

微分线元为

$$d\mathbf{r} = \mathbf{e}_r dr + \mathbf{e}_\theta r d\theta + \mathbf{e}_\varphi r \sin\theta d\varphi \quad (1.10)$$

在 r, θ, φ 方向上的微分线元分别为 $dr, r d\theta, r \sin\theta d\varphi$, 如图 1-2 所示。

与三个坐标方向相垂直的三个面积元分别为

$$dS_r = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi, \quad dS_\theta = r \sin\theta dr d\varphi, \quad dS_\varphi = r dr d\theta \quad (1.11)$$

体积元为

$$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi \quad (1.12)$$

1.1.2 矢量运算

单位矢量, 矢量加减法, 标量积(点乘), 矢量积(叉乘), 混合积。

1.1.3 空间矢量

位置矢量: 空间任一点可用一个矢量表示, 由原点指向该点, 例如

$$\mathbf{r} = \mathbf{e}_x x + \mathbf{e}_y y + \mathbf{e}_z z \quad (1.13)$$

距离矢量: 由原点指向场点的距离矢量为 $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, \mathbf{R} 的大小(模)为

$$R = |\mathbf{R}| = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (1.14)$$

方向为

$$\mathbf{e}_R = \frac{\mathbf{R}}{R} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (1.15)$$

1.1.4 矢量的微分

1. 矢量场的散度

(1) 矢量的通量

矢量 \mathbf{A} 穿过 $d\mathbf{S}$ 的通量

$$d\Phi = \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = A \cos\theta dS \quad (1.16)$$

穿过曲面 S 的通量为

$$\Phi = \iint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.17)$$

穿过闭合曲面 S 的通量为

$$\Phi = \oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.18)$$

S面的法线方向向外。

(2) 矢量场的散度

矢量(场)的散度是一个标量(场),在直角坐标系、圆柱坐标系、球坐标系中的表达式分别为

$$(1.19) \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$(1.20) \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$(1.21) \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} \right)$$

(3) 散度定理

$$(1.22) \quad \iint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{A} dV$$

利用散度定理,可以把面积分变为体积分,也可以把体积分变为面积分。

2. 矢量场的旋度

(1) 矢量的环流

矢量 \mathbf{A} 沿闭合回路 L 的线积分称为环流。

$$(1.23) \quad \Gamma_A = \oint_L \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

若 $\Gamma_A \neq 0$, 则矢量场 \mathbf{A} 为涡旋场, 场线是连续的闭合曲线。若 $\Gamma_A = 0$, 则矢量场 \mathbf{A} 为无旋场, 可以引入位的概念。

(2) 矢量场的旋度

矢量(场)的旋度还是一个矢量(场), 在直角坐标系、圆柱坐标系、球坐标系中的表达式分别为

$$(1.24) \quad \nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$(1.25) \quad \nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \frac{\mathbf{e}_r}{r} & \mathbf{e}_\varphi & \frac{\mathbf{e}_z}{r} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_r & r A_\varphi & A_z \end{vmatrix}$$

$$(1.26) \quad \nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \frac{\mathbf{e}_r}{r^2 \sin \theta} & \frac{\mathbf{e}_\theta \Phi}{r \sin \theta} & \frac{\mathbf{e}_\varphi}{r} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_r & r A_\theta & r \sin \theta A_\varphi \end{vmatrix}$$