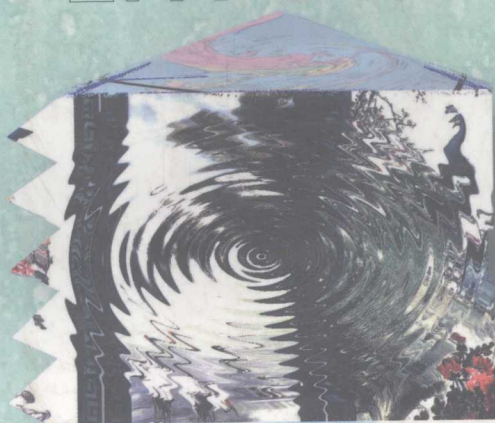


趣味立体几何

QUWEI
LITI JIHE

数学是大花园
数学是大工厂
数学是大超市
欢迎大家来赏光



蒋声 陈瑞琛 编

上海教育出版社
SHANGHAI
JIAOYU
CHUBANSHE

本书以大量趣题趣事趣话显示数学和蔼可亲的一面
在趣题中可以见到考题和竞赛的身影
趣味性中隐含知识性和实用性

何
几
体
立
味
趣

QUWEI
LITI JIHE

蒋 声 陈瑞琛 编

上海教育出版社
SHANGHAI
JIAOYU
CHUBANSHE

图书在版编目 (C I P) 数据

趣味立体几何 / 蒋声, 陈瑞琛编. —上海: 上海教育出版社, 2005.11

ISBN 7-5444-0361-0

I. 趣... II. ①蒋...②陈... III. 立体几何课—高中—课外读物 IV. G634.633

中国版本图书馆CIP数据核字 (2005) 第127503号

趣味立体几何

蒋 声 陈瑞琛 编

上海世纪出版集团 出版发行
上海教育出版社

易文网: www.ewen.cc

(上海永福路123号 邮政编码: 200031)

各地新华书店经销

商务印书馆 上海印刷股份有限公司印刷

开本 850×1156 1/32 印张 13.75 插页 6 字数 312,000

2005年11月第1版 2005年11月第1次印刷

印数 1—5,000本

ISBN 7-5444-0361-0/O·0005 定价: (软精) 23.00元

(如发生质量问题, 读者可向工厂调换)

内 容 简 介

☆ 本书以大量趣题、趣事、趣话,显示数学和蔼可亲的一面.在趣题中可以见到考题和竞赛题的身影,趣味性中隐含知识性和实用性.

☆ 本书可供高中学生、数学教师、学生家长和广大数学爱好者参考.

☆ 中学生们可根据学习进度,选读适合自己的材料.书中内容的编排,大致按照高中数学课本中立体几何知识的先后顺序.不同读者可根据自己的情况,随意翻阅.只需具备高中数学基础,就可阅读全书.

引言诗

数学是大花园，
数学是大工厂，
数学是大超市，
欢迎大家来赏光！

园中的花儿多美丽，
厂里的产品用途广。
来呀，
快到这数学“超级市场”里逛一逛，
满载而归喜洋洋！

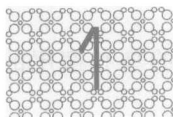
目 录

1. 争先恐后	1	21. 斜墙	47
2. 八减一	3	22. 三个抽屉	49
3. 远近高低各不同	5	23. 最小截面	51
4. 巨型象棋	7	24. 读者发现	53
5. 仙人框	9	25. 木块穿孔	55
6. 六六大顺	11	26. 查漏补缺	57
7. 两腿三脚	13	27. 锯立方体	60
8. 奇象	15	28. 六边形截面	62
9. 步步高	17	29. 捉迷藏	64
10. 小人国	19	30. 四金砖	68
11. 牙签游戏	23	31. 三军	70
12. 全是直角	25	32. 借力	72
13. 立体贺卡	30	33. 连升三级	75
14. 屏风后	33	34. 变正方体	80
15. 三腿桌	36	35. 黄金长方体	82
16. 取三堆	38	36. 折半保形	84
17. 箱影	39	37. 条件已够	87
18. 蜘蛛捉苍蝇	41	38. 夹角余弦	89
19. 展开正方体	43	39. 一时想不起	91
20. 角全相等	45	40. 远水近火	94

41. 聪明蚂蚁	97	68. 分而食之	164
42. 三节棍	99	69. 等腰四面体	167
43. 办公桌	106	70. 回避根号	169
44. 捆扎礼品	107	71. 从等周到全等	172
45. 无盖盒	109	72. 房底朝天	174
46. 三度是连续整数	111	73. 总是钝角	176
47. 两相连	112	74. 下五上三	178
48. 长方体数	114	75. 九根牙签	181
49. 接力	117	76. 四面体模型	182
50. 双枪将	122	77. 折纸三棱锥	185
51. 一步之遥	124	78. 屋顶	189
52. 有理有理	126	79. 鸟笼	192
53. 集装箱	131	80. 方塔	195
54. 五四三	132	81. 测影距求塔高	199
55. 五三三八	134	82. 请牌出队	201
56. 三直角四面体	136	83. 面同体不同	204
57. 三维勾股定理	138	84. 多面角	206
58. 五面八方	140	85. 毫无浪费	208
59. 四直角四面体	143	86. 剪七块	210
60. 阿姆尼亚	145	87. 考试前夜	211
61. 反之未必	148	88. 立体七巧板	221
62. 三棱组合	149	89. 棱长体积皆整数	224
63. 四面体的重心	152	90. 天罡地煞	226
64. 半决赛的启示	155	91. 妙不可言	229
65. 无垂心四面体	157	92. 美人鱼	233
66. 六菱	159	93. 四面燕尾	236
67. 垂心在此	161	94. 十土王	238

95. 一日方一日圆	239	122. 中介	298
96. 瓶塞	241	123. 金字塔模型	300
97. 开口盒	244	124. 明增暗减	303
98. 六畜	246	125. 碧玉挂件	308
99. 辨认	249	126. 周游世界	310
100. 花果山	251	127. 台前幕后	313
101. 方筒	253	128. 弹子装盒	318
102. 一百层	255	129. 魔术盒	321
103. 灯架	257	130. 猜谜语	325
104. 乒乓球堆宝塔	259	131. 向阳门第	327
105. 圆木体积	260	132. 三位冒险家	329
106. 迂回袭击	263	133. 北极航线	332
107. 小球改大球	267	134. 向北向东向南	334
108. 羽毛球是不是球 ...	269	135. 球面三角形	338
109. 球冠和球带	271	136. 复号无忧	340
110. 蒙特利尔世博会 ...	273	137. 潜望镜	344
111. 盒中球	275	138. 伤脑筋十二块	346
112. 体积与内切球	277	139. 蜂房问题	349
113. 不锈钢雕塑	280	140. 柱形木块	358
114. 方西瓜	282	141. 旅游线路	361
115. 数木块	284	142. 六面车	365
116. 魔方	285	143. 魔方填数	367
117. 八一六	287	144. 幻立方	370
118. 糖果包装	289	145. 完美幻立方	372
119. 四只乒乓球	291	146. 异立方	373
120. 估猜	293	147. 沙发进门	376
121. 一个也不能少	296	148. 特殊棱锥	380

149. 礼品盒	381	157. 半正多面体	404
150. 卧倒	383	158. 六面画	409
151. 水晶镇纸	385	159. 欧拉定理	412
152. 雕塑底座	387	160. 魔棒	414
153. 足球问题	394	161. 相片框	416
154. 四减四	396	162. 空隙	418
155. 道具锤	398	163. 足球遐想	420
156. 方灯和圆灯	401	164. 墙外香	422



争先恐后

在图 1-1 所示的立体图形中,有一个面上画了一只展翅飞翔的活泼小鸟,另有一个面上画了一条口吐水泡的顽皮小鱼.

画鸟的面和画鱼的面,一个在图形的凸出部分,一个在图形的凹进部分.究竟哪个面凸起在外,哪个面凹陷在内呢?

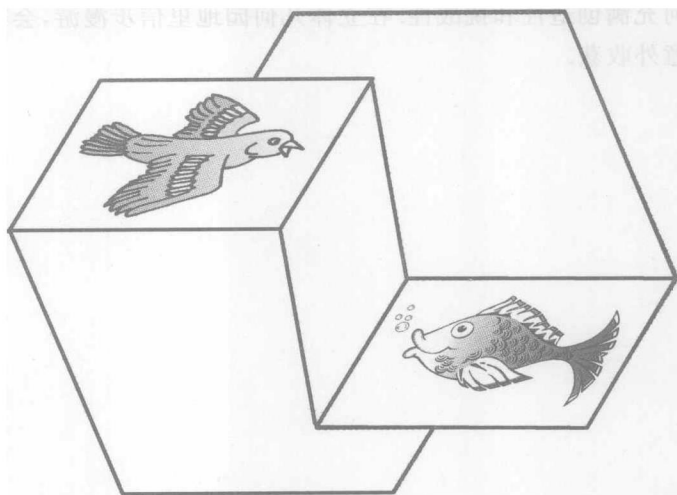


图 1-1

举目望鸟,觉得画鸟的面向上凸起,画鱼的面凹陷在下.

垂目观鱼,却发现画鱼的面向前凸起,画鸟的面凹陷在后.

再看,鸟儿又飞到上面来了.

再看,鱼儿又冲到前面来了.

看来,随着目光往返移动,小动物们争先恐后,往我们

身边靠拢,表示热烈欢迎。

其实,造成魔幻动感的关键,并非图中振翼的鸟和摆尾的鱼,而是那几条平平淡淡随随便便的直线。

这些画在平坦纸面上的直线,适当组合,形成立体感。由于设计精巧,它们形成的不是单一的一种立体感,而是两种互相对立却又和谐共处的立体感,随着观察角度的变化,产生不同的凹凸印象,获得动画效果。

立体几何在平淡的外表下,隐含着丰富的变化和趣味。立体几何充满创造性和挑战性。在立体几何园地里信步漫游,会有许多意外收获。



八 减 一

正 方体有 8 个角, 削去 1 个角, 还剩几个角?

$$8-1=7?$$

未必.

这是一个立体几何问题. 几何问题离不开图形, 请看图 2-1.

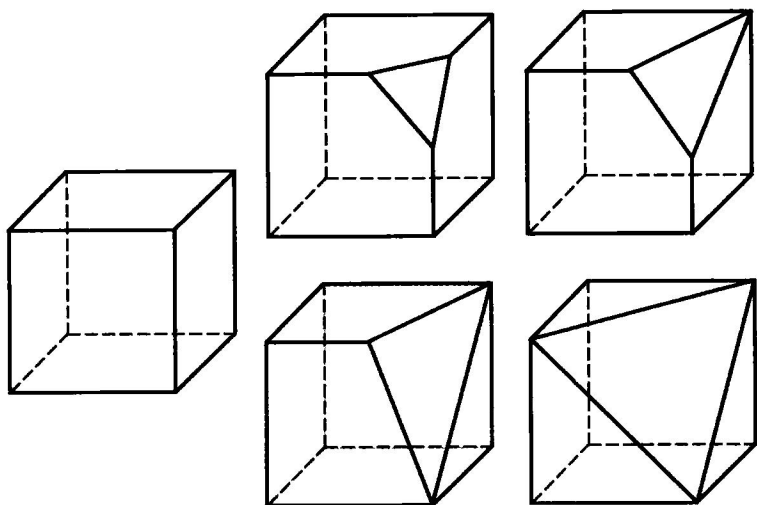


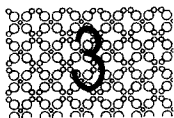
图 2-1

在图 2-1 中画了一些几何体. 最左边的一个是正方体, 它有 8 个角.

从 8 个角的正方体出发, 削去 1 个角, 可以得到右边几个

多面体中的任何一个，它们分别有 10 个角、9 个角、8 个角和 7 个角。

在这种意义上，可以说：在立体几何里， $8-1$ 的结果，可能等于 7，也可能等于 8，或者等于 9，还可能等于 10。



远近高低各不同

图 3-1 中的正方体, 是一个空心框架, 所有的面都无遮无挡。

仔细看这幅图, 你觉得图中哪个面远、哪个面近? 观察角度是从高处往下看呢, 还是从低处往上看?

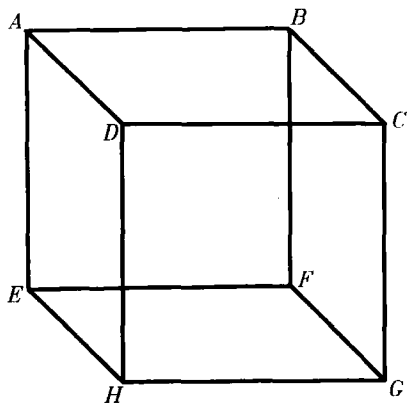


图 3-1

在某一瞬间看去, 可能觉得面的远近高低关系如图 3-2。
而在另一瞬间看去, 则可能觉得面的远近高低关系如图 3-3。
宋代文学家苏轼在《题西林壁》诗中写道:

横看成岭侧成峰, 远近高低各不同。

不识庐山真面目, 只缘身在此山中。

一个简单的正方体框架, 同样也能产生“远近高低各不同”的奇妙感觉。

在立体几何里, 既要画出一个正方体的每一条棱, 又不希望

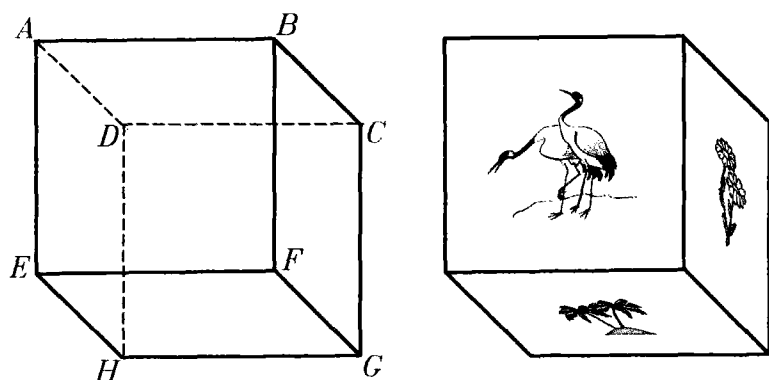


图 3-2

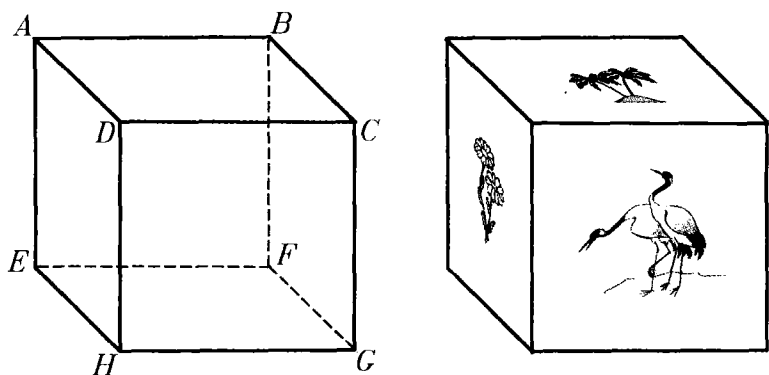
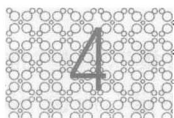


图 3-3

在远近高低方面产生错觉,于是设想在正方体每一个面的正方形边框里都镶嵌了窗玻璃,未被玻璃遮挡的棱画实线,被遮挡的棱画虚线.这样就能兼顾完整和明确,两全其美.



巨型象棋

象棋是中国最普及的一种棋。民间流传很多关于象棋的成语和俗语，例如“棋逢对手”，“举棋不定”，“观棋不语真君子，落子无悔大丈夫”，等等。

在图 4-1 的照片里，一位棋友兴致勃勃，正在移动象棋子红炮。那么大的棋子，怎样移动呢？



图 4-1

这是一副巨型象棋，一枚棋子的直径有 1.2 米，棋盘长 15.8 米，宽 14.3 米。棋子用上等硬木料精制而成，又大又重。在棋子

下面装了滚轮,可以在大棋盘上推来推去.

所以,下这副棋时,移动棋子的方法,不是“举棋”,而是“推棋”,也不可能“落子”,而只能“停子”.莫谈“举棋不定”,应说“移棋不定”.休讲“落子无悔”,当云“停子无悔”.

到什么地方可以亲眼看见这副巨型象棋,亲手推动大棋子呢?

到浙江省普陀山游览的朋友,不妨关心一下普陀游览节目表里的“朱家尖一日游”.巨型象棋就在普陀山朱家尖的生态园里面.

这样一枚沉甸甸的大棋子,相当于多少枚普通棋子的重量呢?

普通的家用象棋,一枚棋子的直径大约 2.5 厘米左右.普陀山的一枚大棋子,直径 1.2 米,是普通棋子直径的 48 倍.如果普通棋与大棋用同样木料制成,那么它们的重量比等于体积比.

两个相似几何体的体积之比,等于对应线段长的立方之比.由于

$$48^3 = 110592,$$

所以,搬一枚普陀大棋子,大致相当于同时搬 11 万枚普通棋子.