

教育部“使用信息技术工具改造课程”项目教材

M

ATLAB

线性代数 机算与应用指导 (**MATLAB** 版)

杨 威 高淑萍 编著
陈怀琛 主审



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

教育部“使用信息技术工具改造课程”项目教材

线性代数机算与应用指导

(MATLAB 版)

杨 威 高淑萍 编著
陈怀琛 主审

西安电子科技大学出版社

2009

内 容 简 介

本书是根据教育部“使用信息技术工具改造课程”项目的需求编写而成的。全书分为基础篇和应用篇共 15 个实验,所有实验均借助 MATLAB 软件来实现,实验内容包括了线性代数的基本运算和基本应用。本书以线性代数理论知识带动 MATLAB 软件的学习,把线性代数的理论、线性代数的应用及 MATLAB 软件三者融为一体。

本书可作为高等院校本科各个专业线性代数的配套教材,也可作为大学生、教师和工程技术人员的参考读物。

图书在版编目(CIP)数据

线性代数机算与应用指导(MATLAB 版)/杨威,高淑萍编著.

—西安:西安电子科技大学出版社,2009.4

教育部“使用信息技术工具改造课程”项目教材

ISBN 978 - 7 - 5606 - 2229 - 3

I. 线… II. ① 杨… ② 高… III. 线性代数—计算机辅助计算—软件包, MATLAB—高等学校—教材 IV. O151.2 - 39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 040143 号

策 划 毛红兵

责任编辑 毛红兵 孟秋黎

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西天意印务有限责任公司

版 次 2009 年 4 月第 1 版 2009 年 4 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×960 毫米 1/16 印张 7

字 数 134 千字

印 数 1~4000 册

定 价 8.00 元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 2229 - 3/O · 0095

XDUP 2521001—1

* * * 如有印装问题可调换 * * *

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

关于“用 MATLAB 及建模实践改造工科线性代数课程”

项目的介绍(代序)

1983 年,邓小平提出了“教育要面向现代化,面向世界,面向未来”的号召,2008 年胡锦涛在十七大报告中又提出了“提高教育现代化水平”的任务,并反复强调了建立创新社会的要求。2009 年 1 月 4 日,温家宝总理在《国家中长期教育改革和发展规划纲要》会议上再次强调了制订教育规划的指导思想:第一是要坚持“三个面向”,第二是要坚持改革创新精神。还特别提出“要树立先进的教育理念,冲破传统观念和体制的束缚”。在这样的大背景下,2009 年 1 月,教育部用信息技术改造课程项目——“用 MATLAB 及建模实践改造工科线性代数课程”由我校牵头,与 15 所参加高校一起共同承担、完成。这本书的出版就是项目实施方案的一项内容,我想借此机会,把项目的情况作一介绍。

为什么以线性代数课程为突破口?主要因为它的基础地位,也因为它的问题比较突出。这门课存在的主要问题是满足不了后续课程的需求。如将工科机电专业的大学四年课程作一分析可知,大概有十多门课程涉及高阶、复数和超定线性方程组的求解。但是学完线性代数课程发现,高阶线性方程组问题仍然解不了,解低阶问题还不如中学的代入法方便,所以后续课程几乎都不用矩阵建模,没有起到打基础的作用。打一个比方,如果把中学代数中的“代入法”看做手推独轮车,解低阶线性方程组用的,那么线性代数应该是载重汽车,要解大规模线性方程组的。为什么学完线性代数后不解决问题?原因何在?因为我们只教学生汽车的内部构造和设计方法,却不教开车,不教认路,而且油箱中没有油(指计算软件),这样的载重汽车当然不如独轮车了。

从现代科学的观点出发,线性代数是组织海量(例如几百万个)数据进行科学计算的最好工具,它的重要性正由于与计算机结合而日益提高,达到了可以与微积分相媲美的程度。在美国,早在 1990 年就开始强调工科线性代数必须使用最新的计算工具,并且面向应用。1992 年,美国国家科学基金会(NSF)资助了一个 ATLAST 计划(“用软件工具增强线性代数教学”的缩写),用 6 年时间培训了大批会用数学软件的教师,课程体系有了很大的改变。所以我们的项目就是要给这辆汽车加油(MATLAB 软件),教大家如何开车(机算),如何认路(建模),使它从一门应试用的考研理论课程变成一个学习后续课程的强大工具。

根据以上的分析,在 2005 年,按照“技术推动”和“需求牵引”两条原则,我们编写出版了《线性代数实践及 MATLAB 入门》。在此基础上,申报并实施了“用软件工具提高线性代数教学水平”校基金项目。首先举办了全校线性代数老师参加的教师培训研讨班,然后在

教师认识基本一致的基础上,进行了线性代数课程包含机算和应用的新教学内容、教学方式的改革试点,并编著出版了面向学生的新型教材《工程线性代数(MATLAB 版)》。这本书引进了机算和建模应用,其特点是“将概念从几何角度引入,做到抽象与形象的结合;繁琐计算都有简明程序,推动笔算与机算的结合;丰富实例诠释了课程的价值,实现理论与实践的结合;与后续课程应用紧密衔接,体现了需求牵引和课程的地位。”

这项创新性教学改革已进行了三年的试点,深受参试学生的欢迎和好评。2008 年 5 月,教育部基础数学课程分教指委和学校对此项改革进行了联合鉴定,给予了高度的评价:“课题组编写的《线性代数实践及 MATLAB 入门》及《工程线性代数(MATLAB 版)》两本教材,较好的体现了经典理论与现代计算手段相结合,将抽象概念形象化,使一些复杂的计算问题得以实现,激发了学生学习的兴趣,培养了解决问题的能力,提高了教学质量。为后续相关课程中应用线性代数知识打下了很好的基础。该项目改革理念先进,特色鲜明,具有创新性,是一项高水平的教学改革成果,具有很好的推广价值。”

按照教育部的要求,“用 MATLAB 及建模实践改造工科线性代数课程”项目的目标是:联合 15 所高校,在两年内,把数学软件充分地应用于工科线性代数课程的改造,精简理论,强化实践,大力提高本课程的教学质量,提高学生的科学计算能力,进而对后续课产生辐射效应。根据试点经验,我们认为用《工程线性代数(MATLAB 版)》作为教材,效果还是很不错的。考虑到各个高校的情况不同,我们又提出了一种实施方案,就是保留各校原有的理论教材,另编一本《线性代数机算与应用指导》来“打补丁”。这本书提供了近 30 幅概念图示、近 20 个常用的重要机算命令和 11 个应用实例,基本上能达到“抽象与形象的结合”、“笔算与机算的结合”和“理论与实践的结合”这三方面的要求。

以上方案要求学生有初步的 MATLAB 软件基础。考虑到各高校学生的软件基础差别较大,因此在指导书中采用了“零起点”的假定,当然是基础愈高效果一定也愈好。对 MATLAB 软件,还是多学一点,学好一点更好。因为所有的工程设计和制造,都是用计算机完成的。所以大学的四年中,很重要的一个方面就是要培养科学计算能力,指的是利用现代计算工具,解决教学和科研中计算问题的能力。它包括掌握最新的科学计算软件、建立适当的计算模型、采用正确的计算方法、实现高效的编程和运算、对计算结果作正确的表述和图解等多方面的综合能力。

教育部为此项目建立的博客地址为: <http://kecheng.enctedu.com/>, 本项目的校内网址为: <http://www.xidian.edu.cn/jyx/jyx.htm>。另外我们又建立了一个把 MATLAB 软件用于后续课程的网址: <http://www.matlabedu.cn/>。欢迎读者浏览。

陈怀琛

2009 年 3 月

前 言

线性代数是高等院校工、管、理专业的一门重要基础课程，是用数学知识解决实际问题的一个强有力的工具，广泛地应用于物理、力学、信号与信号处理、系统控制、电子、通信、航空等学科领域。计算机技术的发展已经对人们的物质生活和文化生活产生了十分巨大的影响，其最显著的功能就是高速度地进行大量计算，这种高速计算使得许多过去无法求解的问题成为可能，因而科学计算已成为与理论研究、科学实验并列的科学研究的三大手段。线性代数课程除了培养学生的逻辑推理能力、抽象思维能力、基本运算能力外，还应注重培养学生的数学建模能力与数值计算能力(包括数据处理能力)，学会用数学方法实际问题，会用计算机进行一定的科学计算。但是，线性代数的应用及机算是我国目前教学中的一个薄弱环节。如传统的线性代数教材中，涉及线性代数应用的实例很少，涉及行列式和矩阵的阶数和规模很低，其中的数字也比较简单。然而，来源于实际问题的代数形式的数学模型中，情况则大不相同，行列式的阶数可能很高，矩阵的规模可能很大，其中的数字也可能比较复杂，在这种情况下仅用笔和纸靠手算几乎是不可能实现的。

本书是根据教育部“使用信息技术工具改造课程”项目的需求，结合作者长期从事线性代数和 MATLAB 软件的教学经验和体会，并借鉴国内外优秀教材的优点编写而成的。本书内容由基础篇和应用篇组成。在基础篇中介绍了如何用 MATLAB 软件进行线性代数的各种运算。其中包括矩阵的基本运算、数值和符号行列式的计算、向量组的线性相关性、线性表示、线性方程组的求解、特征值和特征向量的求解、矩阵的对角化、二次型的标准化、二次型正定性分析、线性变换等。此外还介绍了 MATLAB 软件的简单绘图命令，通过绘制图形，对线性代数中若干概念的几何意义进行了分析和讨论。在应用篇中，分别介绍了线性代数若干概念的具体应用实例，并给出了利用 MATLAB 软件来解决实际问题的方法。本书和其他类似教材相比，具有以下三个鲜明的特点：

1. 未把“MATLAB 软件入门”作为一章，而是在解决具体线性代数问题时，学习 MATLAB 的相应命令，以线性代数的知识带动 MATLAB 软件的学习。

2. 利用 MATLAB 软件的绘图功能把线性代数的许多概念赋予了鲜明的几何意义。从

方程组的解到向量组的线性表示,从线性变换到特征值特征向量,从二次型的标准化到二次型的正定性,都给出了它们的几何意义,使学生能够更好地理解线性代数的抽象概念。

3. 把线性代数的理论、线性代数的应用及 MATLAB 软件三者有机融为一体。丰富的应用实例不仅可激发学生的学习兴趣,提高应用线性代数知识解决实际问题的能力,而且可加深学生对线性代数理论知识的理解,深刻体会 MATLAB 软件工具的强大功能。

大学数学教育的灵魂在于数学素质的教育。注重培养学生的创新能力、用数学思想解决实际问题的能力以及数值计算和数据分析的能力,是培养 21 世纪科技人才的重要而根本的要求。本书就是在这样的理念下编写而成的。

全书由陈怀琛教授审阅。

由于作者水平有限,书中一定存在一些疏漏,恳请读者多提宝贵意见,以便进一步修改和完善。

编 者

2009 年 3 月

于西安电子科技大学

定 价: 8.00 元

目 录

基 础 篇

实验 1	矩阵的基本运算	1
实验 2	行列式与方程组的求解	11
实验 3	向量组的线性相关性 & 方程组的通解	23
实验 4	特征向量与二次型	31
实验 5	线性代数的几何概念与 MATLAB 作图	43

应 用 篇

实验 6	平板稳态温度的计算	62
实验 7	交通流量的分析	67
实验 8	情报检索问题	71
实验 9	飞机航线问题	74
实验 10	行列式的几何应用	78
实验 11	药方配制问题	83
实验 12	人口迁徙问题	87
实验 13	多项式插值与曲线拟合	90
实验 14	刚体的平面运动	95
实验 15	Hill ₂ 密码的加密、解密与破译	98
参考文献		103

基 础 篇

本篇包含 5 个线性代数的基础实验，从矩阵运算到方程组的求解；从向量组线性相关性分析到矩阵的对角化；从矩阵特征值和特征向量求解到二次型的标准化及正定性的分析，都给出了利用 MATLAB 软件的求解方法。利用 MATLAB 软件的绘图功能，对线性代数若干概念的几何意义进行了分析和讨论。

实验 1 矩阵的基本运算

1.1 实验目的

1. 掌握 MATLAB 软件的矩阵赋值方法；
2. 掌握 MATLAB 软件的矩阵加法、数乘、转置和乘法运算；
3. 掌握 MATLAB 软件的矩阵幂运算及逆运算；
4. 掌握 MATLAB 软件的矩阵元素群运算；
5. 通过 MATLAB 软件进一步理解和认识矩阵的运算规则。

1.2 实验指导

MATLAB 是一种功能强大的科学及工程计算软件，它的名字由“矩阵实验室”的英文 Matrix Laboratoy 的缩写组合而来。它具有以矩阵为基础的数学计算和分析功能，并且具有丰富的可视化图形表现功能及方便的程序设计能力。它的应用领域极为广泛。本实验学习用 MATLAB 软件进行矩阵的基本运算。

启动 MATLAB 后，将显示 MATLAB 操作界面，它包含多个窗口，其中命令窗口是最常用的窗口，如图 1.1 所示。

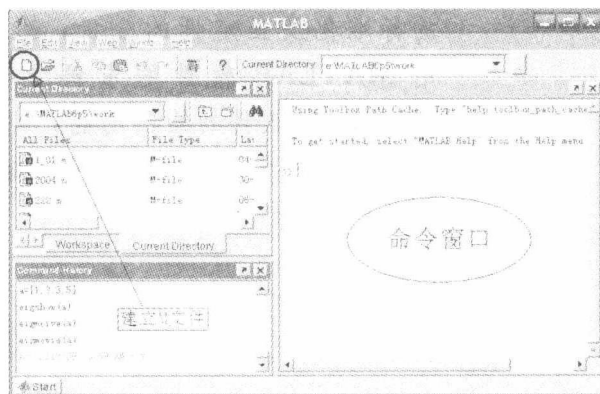


图 1.1 MATLAB 的操作界面

本实验所有例题的 MATLAB 命令都是在命令窗口中键入的。本实验中用到的 MATLAB 的运算符及命令或函数列举如下。

1. 运算符

表 1.1 给出了本实验用到的 MATLAB 基本运算符。

表 1.1 MATLAB 的基本运算符

运算符	=	+	-	*	\	/	^	'	.
说明	赋值	加	减	乘	左除	右除	幂运算	转置	群运算

2. 命令或函数

表 1.2 给出了与本实验相关的 MATLAB 命令。若要进一步了解和学习某个命令或函数的详细功能和用法，则可利用 MATLAB 提供的 help 命令。

表 1.2 与本实验相关的 MATLAB 命令

命 令	功 能 说 明	位 置
help inv	在命令窗口中显示函数 inv 的帮助信息	
[]	创建矩阵	例 1.1
,	矩阵行元素分隔符号	例 1.1
;	矩阵列元素分隔符号	例 1.1
%	注释行	例 1.1
eye(n)	创建 n 阶单位矩阵	例 1.1
zeros(m, n)	创建 m×n 阶零矩阵	例 1.1
zeros(n)	创建 n 阶零方阵	例 1.1
ones(m, n)	创建 m×n 阶元素全为 1 的矩阵	例 1.1
rand(m, n)	创建 m×n 阶元素为从 0 到 1 的均匀分布的随机数矩阵	例 1.2
round(A)	对矩阵 A 中所有元素进行四舍五入运算	例 1.2
inv(A)	求矩阵 A 的逆	例 1.3
A ⁻¹	用幂运算求矩阵 A 的逆	例 1.3

1.3 实验内容

例 1.1 用 MATLAB 软件生成以下矩阵：

$$(1) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 2 \\ 6 & 5 & 6 \\ 6 & 6 & 0 \end{bmatrix};$$

$$(2) \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$(3) \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$(4) \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}。$$

解 (1) 在 MATLAB 命令窗口输入：

`A=[9, 3, 2; 6, 5, 6; 6, 6, 0]` % 矩阵同行元素以逗号或空格分隔

或

`A=[9 3 2; 6 5 6; 6 6 0]` % 行与行之间必须用分号或回车分隔

或

```
A=[9 3 2
    6 5 6
    6 6 0]
```

结果都为：

```
A =
    9    3    2
    6    5    6
    6    6    0
```

(2) 输入：

`B=eye(3)`

结果为：

```
B =
    1    0    0
    0    1    0
    0    0    1
```

(3) 输入：

`C = zeros(2)`

结果为：

```
C =
```

```

0  0
0  0

```

(4) 输入:

```
D = ones(4)
```

结果为:

```

D =
1  1  1  1
1  1  1  1
1  1  1  1
1  1  1  1

```

MATLAB 对矩阵赋值有直接输入和命令生成两种方法, 本例中矩阵 **A** 就是由键盘直接输入的; 而矩阵 **B**、**C** 和 **D** 都是用 MATLAB 命令生成的。

例 1.2 随机生成两个三阶方阵 **A** 和 **B**, 分别计算:

(1) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$; (2) $\mathbf{A} - \mathbf{B}$; (3) $5\mathbf{A}$;

(4) $\mathbf{AB}$; (5) $\mathbf{A}^T$ 。

解 输入:

```

A=round(rand(3)*10)    % rand(3): 生成三阶元素为 0 到 1 之间的随机实数方阵
                        % round(): 对矩阵元素进行四舍五入运算

```

```
B=round(rand(3)*10)
```

结果为:

```

A =
10  2  3
 5 10  9
 9  3  7

B =
 1  2  3
 0  3  5
 9  7  1

```

(1) 输入:

```
A+B
```

结果为:

```

ans =
11  4  6
 5 13 14
18 10  8

```

其中，“ans”表示这次运算的结果。

(2) 输入：

$$A - B$$

结果为：

ans =

$$\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 5 & 7 & 4 \\ 0 & -4 & 6 \end{bmatrix}$$

(3) 输入：

$$5 * A$$

结果为：

ans =

$$\begin{bmatrix} 50 & 10 & 15 \\ 25 & 50 & 45 \\ 45 & 15 & 35 \end{bmatrix}$$

(4) 输入：

$$A * B$$

结果为：

ans =

$$\begin{bmatrix} 37 & 47 & 43 \\ 86 & 103 & 74 \\ 72 & 76 & 49 \end{bmatrix}$$

(5) 输入

$$A'$$

结果为：

ans =

$$\begin{bmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 2 & 10 & 3 \\ 3 & 9 & 7 \end{bmatrix}$$

例 1.3 已知矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

分别计算：

(1) A^5 ;

(2) $\mathbf{A}^{-1}$ 。

解 输入：

$$\mathbf{A}=[1, 2, 3; 0, 1, 0; 2, 1, 7]$$

结果为：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

(1) 输入：

$$\mathbf{A}^{\wedge} 5$$

结果为：

$$\text{ans} = \begin{bmatrix} 3409 & 2698 & 11715 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7810 & 6177 & 26839 \end{bmatrix}$$

(2) 输入：

$$\text{inv}(\mathbf{A})$$

或输入：

$$\mathbf{A}^{\wedge} -1$$

结果都为：

$$\text{ans} = \begin{bmatrix} 7 & -11 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

例 1.4 已知矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 5 \\ 0 & 5 & 2 \\ 2 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & 8 & 1 \end{bmatrix}$$

且满足 $\mathbf{PA}=\mathbf{B}$, $\mathbf{AQ}=\mathbf{B}$, 计算矩阵 $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{Q}$ 。

解 方法一：利用求逆矩阵的方法。

输入：

```
A=[6, 9, 5; 0, 5, 2; 2, 9, 1]
```

```
B=[6, 6, 2; 1, 0, 4; 2, 8, 1]
```

```
P=B*inv(A)
```

```
Q=inv(A)*B
```

方法二：利用 MATLAB 软件特有的矩阵“左除”和“右除”运算。

输入：

```
A=[6, 9, 5; 0, 5, 2; 2, 9, 1]
```

```
B=[6, 6, 2; 1, 0, 4; 2, 8, 1]
```

```
P=B/A % 矩阵右除
```

```
Q=A\B % 矩阵左除
```

两种方法的运算结果都为：

```
A =
```

```
6    9    5
```

```
0    5    2
```

```
2    9    1
```

```
B =
```

```
6    6    2
```

```
1    0    4
```

```
2    8    1
```

```
P =
```

```
0.8043  -1.3043   0.5870
```

```
0.5761    1.1739  -1.2283
```

```
0.0435  -0.0435   0.8696
```

```
Q =
```

```
0.6087    1.4565  -1.2065
```

```
0.0435    0.7826   0.2174
```

```
0.3913  -1.9565   1.4565
```

例 1.5 已知矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 6 & 2 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

分别按以下要求进行矩阵元素的群运算：

(1) 把矩阵 **A** 和矩阵 **B** 所有对应元素相乘, 得到 9 个乘积, 计算由这 9 个数所构成的同形矩阵 **C**。

(2) 对矩阵 **A** 中的所有元素进行平方运算, 得到矩阵 **D**, 求该矩阵。

解 MATLAB 软件提供了矩阵元素群运算的功能。

输入:

```
A=[5, 0, 3; 6, 2, 0; 7, 0, 1]
```

```
B=[2, 1, 3; 3, 0, 6; 4, 5, -2]
```

结果为:

A =

```
5  0  3
```

```
6  2  0
```

```
7  0  1
```

B =

```
2  1  3
```

```
3  0  6
```

```
4  5 -2
```

(1) 输入:

```
C=A.*B    % 在运算符前加“.”, 其含义即为矩阵元素的群运算
```

结果为:

C =

```
10  0  9
```

```
18  0  0
```

```
28  0 -2
```

(2) 输入:

```
D=A.^2    % 在运算符前加“.”, 其含义即为矩阵元素的群运算
```

结果为:

D =

```
25  0  9
```

```
36  4  0
```

```
49  0  1
```

1.4 实验习题

1. 利用函数 `rand` 和函数 `round` 构造一个 5×5 的随机正整数矩阵 **A** 和 **B**, 验证以下等式是否成立: