

全国硕士研究生 入学考试辅导教程

数 学（经济类）

清 华 大 学 黄丽平
北 京 大 学 卢 明 主编
首都师范大学 童 武

- 原命题组成员亲自编写，一线专家联袂推出2010年考研整体解决方案
- 深入剖析历年真题命题思路，把握命题脉搏，阐释命题原则
- 以题型为核心，详尽解答、举一反三，规避误区，全面展现题型变换
- 注重模拟实战演练，提高综合应试能力



中国经济出版社
CHINA ECONOMIC PUBLISHING HOUSE

全国硕士研究生 入学考试辅导教程

数 学（经济类）

清 华 大 学 黄丽平
北 京 大 学 卢 明 主编
首都师范大学 童 武

- 原命题组成员亲自编写，一线专家联袂推出2010年考研整体解决方案
- 深入剖析历年真题命题思路，把握命题脉搏，阐释命题原则

中国经济出版社

北京

图书在版编目 (CIP) 数据

全国硕士研究生入学考试辅导教程. 数学 (经济类)/
黄丽平、卢明、童武主编. —北京: 中国经济出版社, 2009. 4
ISBN 978 - 7 - 5017 - 9161 - 3

I. 全… II. ①黄…②卢…③童… III. 高等数学—研究生—
入学考试—自学参考资料 IV. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 041489 号

出版发行: 中国经济出版社 (100037 · 北京市西城区百万庄北街 3 号)

网 址: www.economyph.com

责任编辑: 许秀江 (电话: 010 - 68319290)

责任印制: 张江虹

封面设计: 刘子熙 巢新强

经 销: 各地新华书店

承 印: 北京金华印刷有限公司

开 本: 787 × 1092 1/16

印张: 28.5 字数: 770 千字

版 次: 2009 年 6 月第 1 版

印次: 2009 年 6 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978 - 7 - 5017 - 9161 - 3/G · 1297

定价: 48.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 由我社发行部门负责调换, 电话: 68330607

版权所有 盗版必究

举报电话: 68359418 68319282

国家版权局反盗版举报中心电话: 12390

服务热线: 68344225 68341878

前 言

2009年,124.6万人参考了研究生入学考试。考试人数的不断增加,彰显了考试竞争的激烈程度。为了指导参加新一年全国硕士研究生入学统一考试的广大考生数学考试的复习,根据最新考试大纲的要求,我们组织部分多年来参加考试大纲制订和修订工作及参加考前辅导的教授、专家编写了这本《全国硕士研究生入学考试辅导教程 数学(经济类)》,以供广大考生复习使用。

数学科目的考试范围基本上是高等数学(微积分)、线性代数、概率论与数理统计这三大块,经济类考生的数学试卷还涉及一些经济数学的知识。无论如何,考生首先要全面细致地研究全国硕士研究生入学考试的数学大纲。自从考研招生实行全国统考以来,数学考试命题是严格按照国家考试中心制定的“数学考试大纲”所规定的考试内容和考试要求来进行的。大纲对考试性质、要求、方法、内容、试题类别、适用专业等进行了详细阐述,是广大考生备考的指导性文件和根本依据。考生必须从中全面领会考试精神,尤其是明确考试范围,以便有的放矢。大纲所要求的知识点或考点,考生一定要熟记在心,不要求的内容,应该跳过,不要浪费精力。解题时既要考虑解题的通性通法,又要分析它的特殊性,寻求最佳解决方法,提高解题能力和对新题型的适应能力。考生复习时演练一定量的习题是非常必要的,它是提高考试成绩的重要手段,但也不要搞题海战术,重要的是要吃透大纲规定的基本考点,提高分析问题和解决问题的能力。

本书的体例和特色如下:

(1)全面紧扣最新大纲,优化组合全国著名辅导班内容之精华,整体推出下年考研数学最佳解决方案。对大纲所要求的重要概念、公式、定理进行剖析,增强读者对这些内容的理解和记忆,避免犯概念性及错用公式、定理的错误。

(2)规范操作,分类讲解,以题论题。针对“考研”题型,安排相应章节,深入分析探究,总结出解题方法、技巧,便于读者掌握和应用。

(3)精辟阐明解题思路,全面展现题型变换,以考研名师极力推举的



“题型训练法”为核心,用“举题型讲方法”的格式代替各书普通采用的“讲方法套题型”的作法,使读者应试时思路畅通,有的放矢。

(4)注重实际操作演练,高效补差。介绍许多新的快速解题方法、技巧,大大提高读者的解题速度和准确性。将浩渺的习题浓缩于有限的题型之中,迅速拔高考生快速、准确、灵活的解题能力。同时,设计和改造的众多的新题,使读者在做似曾相识的题型中了解和掌握考研综合题的编制过程和规律性,减少对试题的神秘感,多几分“攻坚”的信心和勇气。

覆盖基本理论,挖掘数学智慧;传授解题技巧,详解经典例题;推出分类训练,突破重点难点;揭示高分秘笈,提高应试能力。本书中,我们把相关章节进行整合,让读者通过对比分析来达到对知识的融会贯通。本书中归纳了许多适用的、快捷的解题方法,如果读者能较好的在解题中运用,必将提高你的解题速度。

这本书是作者几十年教学和辅导经验和心血的结晶,将作者的教学成果和智慧浓缩成这本精华,对考研学子全程领航,帮助考研学子度过考研难关。

由于编者水平有限,时间仓促,不妥之处在所难免,衷心希望广大读者批评指正。

编者 于北大燕园



目 录

第一部分 高等数学

第一章 函数、极限与连续	3
§1 函 数	3
考核知识要点讲解	3
一、基本概念	3
二、函数的基本特性	8
§2 极 限	12
考核知识要点讲解	12
一、基本概念	12
二、重要定理与性质	13
§3 函数的连续性	24
考核知识要点讲解	24
一、基本概念	24
二、重要定理与性质	26
历年真题解析	28
题型训练	38
题型训练参考答案	39

第二章 导数与微分	42
§1 导数与微分及其实际意义	42
考核知识要点讲解	42
一、基本概念	42
二、基本公式与求导法则	45
§2 导数的计算与高阶导数	46



考核知识要点讲解	46
一、基本概念	46
二、基本求导法则	46
§3 微分中值定理与导数的应用	47
考核知识要点讲解	47
一、基本概念	47
二、重要定理与方法	48
历年真题解析	60
题型训练	63
题型训练参考答案	65

第三章 不定积分

74

§1 不定积分的概念和性质	74
考核知识要点讲解	74
一、基本概念	74
二、重要定理与性质	75
§2 基本积分法及各类函数的积分方法	76
考核知识要点讲解	76
一、基本积分法	76
二、常见的几种凑微分的积分法	78
历年真题解析	78
题型训练	79
题型训练参考答案	81

第四章 定积分的计算及其应用

86

§1 定积分的计算	86
考核知识要点讲解	86
一、基本概念	86
二、重要定理与性质	87
§2 定积分的应用	91
考核知识要点讲解	91
一、基本概念	91
二、定积分应用的计算公式	92
历年真题解析	97
题型训练	103



题型训练参考答案	104
第五章 多元函数的微分学	109
§1 多元函数及其极限与连续性	109
考核知识要点讲解	109
一、基本概念	109
二、重要定理和性质	110
§2 多元函数的微分法	111
考核知识要点讲解	111
一、基本概念	111
二、重要定理与公式	112
§3 多元函数的极值	117
考核知识要点讲解	117
一、基本概念	117
二、重要定理及公式	117
历年真题解析	122
题型训练	127
题型训练参考答案	129
第六章 二重积分	137
§1 二重积分的概念与性质	137
考核知识要点讲解	137
一、基本概念	137
二、二重积分的基本性质	137
§2 二重积分的解题技巧	139
考核知识要点讲解	139
一、解题程序	139
二、二重积分的计算方法	139
历年真题解析	141
题型训练	147
题型训练参考答案	148
第七章 无穷级数	153
§1 常数项级数	153



考核知识要点讲解	153
一、基本概念	153
二、重要性质与判别法	154
§2 幂级数	159
考核知识要点讲解	159
一、基本概念	159
二、重要定理与性质	160
§3 无穷级数求和	164
考核知识要点讲解	164
一、幂级数求和函数	164
二、常数项级数求和	164
历年真题解析	165
题型训练	169
题型训练参考答案	171
第八章 常微分方程与差分方程简介	179
§1 一阶微分方程	179
考核知识要点讲解	179
一、基本概念	179
二、一阶微分方程的分类及解法	183
§2 二阶线性微分方程	184
考核知识要点讲解	184
一、二阶线性微分方程解的结构定理	184
二、二阶常系数线性微分方程解法	185
§3 一阶差分方程	187
考核知识要点讲解	187
一、基本概念	187
二、一阶常系数线性差分方程的解法	188
历年真题解析	190
题型训练	195
题型训练参考答案	196
第九章 函数方程与不等式证明	201
§1 函数方程	201
一、利用函数和其表示法与字母表示无关的“特性”求解函数方程	201



二、利用极限求解函数方程	201
三、利用连续函数的可积性及原函数的连续性求解函数方程	201
四、利用变上限积分的可导性求解函数方程	201
五、利用解微分方程的方法求解函数方程	201
§2 不等式证明	201
一、利用函数图形的凹性证明不等式	201
二、利用函数的单调性证明不等式	201
三、利用微分中值定理证明不等式	201
四、利用函数的极值和最值证明不等式	201
第十章 微积分在经济中的应用	202
§1 一元微积分在经济中的应用	202
考核知识要点讲解	202
一、基本概念与公式	202
二、最大利润的条件	203
§2 二元微分学在经济中的应用	205
考核知识要点讲解	205
一、一般解题思路	205
历年真题解析	206
题型训练	211
题型训练参考答案	211

第二部分 线性代数

第一章 行列式	217
§1 n 阶行列式	217
考核知识要点讲解	217
一、基本概念	217
二、重要定理与性质	219
历年真题解析	224
题型训练	224
题型训练参考答案	225



第二章 矩阵	229
§1 矩阵的概念与运算	229
考核知识要点讲解	229
一、基本概念	229
二、矩阵的运算与运算规律	230
§2 逆矩阵	234
考核知识要点讲解	234
一、基本概念	234
二、重要性质与求逆矩阵的方法	234
§3 矩阵的秩	240
考核知识要点讲解	240
一、基本概念	240
二、重要公式与结论	240
历年真题解析	243
题型训练	250
题型训练参考答案	252
第三章 向量	258
§1 向量组的线性相关与线性无关	258
考核知识要点讲解	258
一、基本概念	258
二、重要性质与定理	261
§2 向量组与矩阵的秩	263
考核知识要点讲解	263
一、基本概念	263
二、重要定理与公式	263
§3 n 维向量空间	265
考核知识要点讲解	265
一、基本概念	265
二、重要定理与性质	267
历年真题解析	270
题型训练	271
题型训练参考答案	271



第四章 线性方程组	274
§1 线性方程组	274
考核知识要点讲解	274
一、基本概念	274
二、重要定理与方法	276
§2 线性方程组解的结构及判定	279
考核知识要点讲解	279
一、基本概念	279
二、重要定理与性质	281
历年真题解析	284
题型训练	292
题型训练参考答案	295
第五章 矩阵的特征和特征向量	301
§1 矩阵的特征值和特征向量	301
考核知识要点讲解	301
一、基本概念	301
二、重要定理与结论	305
§2 相似矩阵与矩阵的对角化	307
考核知识要点讲解	307
一、基本概念	307
二、重要定理与性质	307
历年真题解析	310
题型训练	313
题型训练参考答案	315
第六章 二次型	321
§1 二次型和它的标准形	321
考核知识要点讲解	321
一、基本概念	321
二、重要定理方法	323
§2 正定二次型与正定矩阵	325
考核知识要点讲解	325



一、基本概念	325
二、重要定理与性质	325
历年真题解析	331
题型训练	336
题型训练参考答案	337

第三部分 概率论与数理统计

第一章 随机事件与概率	343
-------------------	-----

考核知识要点讲解	343
一、基本概念	343
二、重要性质与公式	346
历年真题解析	348
题型训练	350
题型训练参考答案	351

第二章 随机变量及其概率分布	354
----------------------	-----

考核知识要点讲解	354
一、基本概念	354
二、基本性质与方法	357
历年真题解析	360
题型训练	363
题型训练参考答案	365

第三章 多维随机变量及其概率分布	371
------------------------	-----

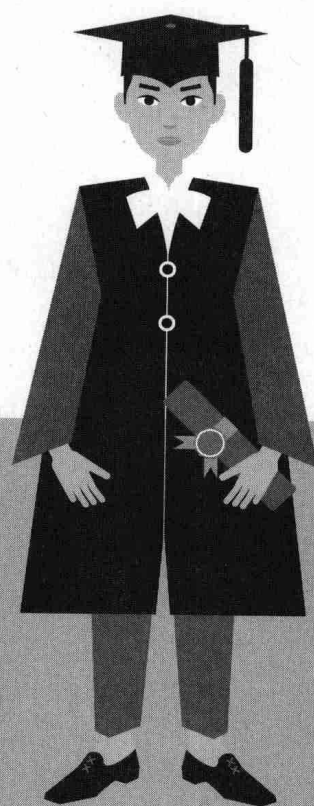
考核知识要点讲解	371
一、基本概念	371
二、基本性质与方法	372
历年真题解析	375
题型训练	378
题型训练参考答案	380



第四章 随机变量的数字特征	387
考核知识要点讲解	387
一、基本概念	387
二、基本性质与公式	388
历年真题解析	392
题型训练	399
题型训练参考答案	401
第五章 大数定律和中心极限定理	405
考核知识要点讲解	405
一、切比雪夫不等式与大数定律	405
二、中心极限定理	406
历年真题解析	408
题型训练	408
题型训练参考答案	409
第六章 数理统计的基本概念	412
考核知识要点讲解	412
一、基本概念	412
二、基本性质与方法	413
历年真题解析	415
题型训练	417
题型训练参考答案	419
第七章 参数估计	423
考核知识要点讲解	423
一、基本概念	423
二、基本性质与方法	424
历年真题解析	428
题型训练	433
题型训练参考答案	435

/ 第一部分 /

高等数学





第一章 函数、极限与连续

§1 函 数

考核知识要点讲解

一、基本概念

1. 函数的定义

定义 设 x 和 y 是两个变量, D 是一个给定的数集. 如果对于每个数 $x \in D$, 变量 x 按照一定法则总有唯一确定的值 y 和它对应, 则称 y 是 x 的函数, 记做 $y = f(x)$. 数集 D 叫做这个函数的定义域, x 叫做自变量, y 叫做因变量.

当 x 遍取 D 的各个数值时, 对应的函数值全体组成的数集 $W = \{y | y = f(x), x \in D\}$ 称为函数的值域.

确定一个函数的两要素: 定义域和对应法则.

注 当且仅当两个函数的定义域和对应法则完全相同时, 才表示同一函数.

例1 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \arcsin \frac{1-x}{2} + \frac{\sqrt{4x-x^2}}{\lg(3x+1)}; \quad (2) y = \frac{1}{\sqrt{x-1}} \log_{\sqrt{x^2-5}} [\log_2(25-x^2)];$$

$$(3) f(x) = \int_x^{\pi/2} \frac{\sin t}{t} dt.$$

【解析】 (1) y 的定义域应是三个复合函数定义域的交集:

$$\begin{cases} \left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1, \\ 4x-x^2 \geq 0, \\ 3x+1 > 0, \\ 3x+1 \neq 1, \end{cases} \quad \text{化简得} \quad \begin{cases} -1 \leq x \leq 3, \\ 0 \leq x \leq 4, \\ x > -\frac{1}{3}, \\ x \neq 0, \end{cases}$$

y 的定义域为 $(0, 3]$.

(2) 由 y 的表达式知