教育部推荐教材

普通高等教育"十一五"国家级规划教材

大学数学立体化教材

微积分

（经管类）

（简明版）

第二版

吴赣昌　主编

中国人民大学出版社

教育部推荐教材

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

大学数学立体化教材

微积分

（经管类）

（简明版）

第二版

吴赣昌　主编

中国人民大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

微积分（经管类·简明版）/吴赣昌主编. 2版.
北京：中国人民大学出版社，2008
教育部推荐教材. 普通高等教育“十一五”国家级规划教材.
大学数学立体化教材
ISBN 978-7-300-08918-8

Ⅰ. 微…
Ⅱ. 吴…
Ⅲ. 微积分-高等学校-教材
Ⅳ. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 006355 号

教育部推荐教材
普通高等教育“十一五”国家级规划教材
大学数学立体化教材
微积分（经管类·简明版）
第二版
吴赣昌　主编

出版发行	中国人民大学出版社		
社　　址	北京中关村大街 31 号	**邮政编码**	100080
电　　话	010－62511242（总编室）		010－62511398（质管部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com(人大教研网)		
经　　销	新华书店		
印　　刷	北京雅艺彩印有限公司		
规　　格	170 mm×228 mm　16 开本	**版　　次**	2006 年 10 月第 1 版
			2008 年 3 月第 2 版
印　　张	23.5 插页 1	**印　　次**	2008 年 3 月第 1 次印刷
字　　数	429 000	**定　　价**	39.00 元（含光盘）

内容简介

本书根据高等学校经管类专业微积分课程的教学大纲编写而成，内容设计简明，但结构体系上又不失完整，其中涵盖了函数与极限、一元微分学、一元积分学、多元微分学、多元积分学、无穷级数、微分方程等基本知识；同时，为了便于阐释和理解这些微积分基本知识，本书以适当的难度梯度循序渐进地选编了一些教学例题和练习题，其中包括一些微积分知识在经济方面应用的题目，以培养学生们对微积分知识的应用能力．此外，本书还结合现代教学的新要求和现代科技的新发展，配备了一套内容丰富、功能强大的教学课件——《微积分多媒体学习系统》(光盘)，其中包括多媒体教案、习题详解、综合训练等功能模块，这些功能模块的设计方便学生们自学和自我提升：它有利于学生们了解一些数学历史和数学文化，也有助于学生们的课程学习和考研备战．在学习过程中，书与盘配合使用，形成了教与学的有机结合．

本书可作为普通高等院校(少课时)、独立学院、成教学院、民办院校等本科院校以及具有较高要求的高职高专院校相应专业的数学基础课教材．

总　　序

教育信息化是21世纪教育改革和发展的大方向，借助信息技术提高教与学的效率和效果、培养学生的实践能力和创新能力是教育追求的目标．然而，与其他学科相比，大学数学教育信息化的研究进展比较缓慢．随着我国高等教育“大众化”阶段的到来，过去所谓“经典”的教材已渐渐不能适应教育改革和发展的需要，因此，如何将当今快速发展的信息技术与教育技术相结合，建设一系列“新型教材”就显得非常紧迫．在我们的设想中，这种“新型教材”至少要包含以下两个方面：一是教学资源的多元化、教学方式的现代化、教学知识的立体化；二是教学考多层次、全方位的建设．此类“新型教材”的使用应在提高教学效率、增强教学效果、加大教学信息量，利于学生的课后学习和优秀学生的提高训练，全方位提升学生的综合素质和创新能力等方面起到积极的作用．

2000 年初，在吴赣昌教授的组织与策划下，我们成立了一个由教授、副教授、专任教师、专职动画设计人员和软件设计人员组成的研发团队，对上述研究目标进行了重点攻关，迄今，先后推出了一系列全新的“教学资源库式”的大学数学立体化教材，并配套建设了大学数学多媒体系列教学软件、大学数学试题库系统、数学教研网站和课程建设网站．上述教学成果先后被全国 200 多所高等院校采用，一方面得到了国内同行的积极反馈和鼓励，另一方面也使上述研究工作的可持续发展得到了有力的支持．

此次经由中国人民大学出版社出版的大学数学立体化简明系列教材，共包含两大类六门课程，分别有**理工类**：高等数学，线性代数及概率论与数理统计三门课程；**经管类**：微积分，线性代数及概率论与数理统计三门课程．下面我们简单介绍一下该立体化教材的形式与内涵．

立体化教材的形式

1.《＊＊＊＊》(书)

2.《＊＊＊＊多媒体学习系统》(学生专用)(光盘)

其中，《＊＊＊＊》(书)的编写具有下列特点：

- ◆ 书中融入了数学历史与数学文化的教育．
- ◆ 在重要概念引入之前，深刻、简明地阐述其产生的背景及应用的总体思想．
- ◆ 以评注方式对定理、概念、公式的理解和应用做了进一步的总结．
- ◆ 依循序渐进的原则，以适当的难度梯度选编教学例题．

《＊＊＊＊多媒体学习系统》是一套大型的集成性、交互式和教学资源多元化的学习软件，其中设计了多媒体教案、习题详解、实验教学、综合训练等功能模块，

以充分满足读者们在教材内容学习、课后辅导答疑、数学实践以及综合提高训练等方面的需要. 其主要特点有:

◆ 多媒体教案：按动态仿真教学方式设计了大量的教学动画，直击数学思想本质，利于突破学习中的重点、难点.

◆ 习题详解：逐题剖析解题思路，并以多媒体动画的形式给出了习题的求解过程和相关方法，利于学生课后学习.

◆ 综合训练：总结每章教学知识点，通过精选的总习题和历届考研真题进一步揭示解题的一般规律和技巧，利于学生综合提高.

◆ 知识点交互：利用多媒体开发软件的网页特性，为系统中的每个文件提供了丰富的知识点交互链接，利于学生高效率的学习.

立体化教材的配套建设服务

1.《＊＊＊＊多媒体教学系统》(教师专用)(光盘)

2.《大学数学试题库系统》

3. 数学教研网(www. math123. cn)

其中，《＊＊＊＊多媒体教学系统》(光盘)，除了包含《＊＊＊＊多媒体学习系统》的主要功能模块以外，还具有以下特点:

◆ 多媒体教案：教学过程设计更适合教师进行课堂教学，补充了类型丰富的教学例题供教师选用，增加了课堂练习环节.

◆ 现代教学优势与传统教学优势的融合：教学系统内设置了系统导航、文件缩放与手写笔等功能，使教师在课堂教学过程中既可很好地利用现代教学的优势，又可很好地保持传统教学的优势.

◆ 教学系统的扩展：教学系统内设置了丰富的扩展端口，教师在课堂教学过程中，可以多种方式(Word、Powerpoint、Flash 等)链接和补充教学建设内容.

◆ 教学备课系统：搜集并整理了大量的教学资源和备课元素，可供教师修改选用，充分展现各位教师的个性化授课特点.

《大学数学试题库系统》包含高等数学、线性代数、概率论与数理统计三大模块，试题量 25 000 余道，具有以下特点:

◆ 试题类型丰富：含选择题、填空题、计算题、证明题、综合应用题等.

◆ 组卷功能强大：教师只需根据考试要求直接选择考点和题型，通过智能组卷按钮，几秒钟内即可生成试卷和相应的答卷，通过预览，对不满意的试题，通过人工调整按钮，可以很方便地对该试卷中的试题进行增删与替换.

◆ 直接实现试卷的 Word 排版，并能在成卷后实现对试题的编辑修改.

◆ 大容量试卷库：试卷库可存放 3 300 余套各类试卷，库内存有数百套各类全真试卷，供用户参考；用户可将自组试卷或交流试卷存入该试卷库内. 试卷库管理功

能使用户能方便地实现对库内的试卷进行调用、修改及增删.

◆ 二次开发功能：使用单位可对系统进行包括试题的增删与替换，试卷库的存储管理，试题的分类标识加注以及试题难度的重新区分等.

数学教研网 (www.math123.cn) 是为全国广大师生，尤其是采用大学数学立体化教材的师生提供信息资讯、教学资源与配套服务的网站. 网站设计了动态信息、教材建设、教学文件、教学系统、题库系统、课程网站、考研资讯、数学实验、数学建模、交流访谈、数学史话、数学欣赏、征订信息等主要栏目，其中有丰富的教学软件资源供广大师生免费下载. 网站力图建设成为国内大学数学教与学的门户型通用平台.

立体化教材的建设是一项崭新的事业. 令我们欣慰的是，与当初启动这个项目时相比，现在大面积采用立体化教材和多媒体教学的软硬件环境 (从教育部的文件精神到大学的多媒体教室建设) 和软硬件技术 (从软件开发平台到计算机相关硬件技术) 都已经非常成熟了. 当初许多专家认为多媒体教学无法发挥教师教学个性化的问题也随着计算机软硬件技术的进步迎刃而解了.

2000 年以来，尤其是 2002 年 9 月第一个《高等数学多媒体教学系统》(理工类) 出版以来，我们的工作得到了国内许多同行的长期支持和鼓励，在此特别表示感谢.

编　者

2008 年 1 月 18 日

目　录

第 1 章　函数、极限与连续

函数是现代数学的基本概念之一，是高等数学的主要研究对象．极限概念是微积分的理论基础，极限方法是微积分的基本分析方法．因此，掌握、运用好极限方法是学好微积分的关键．连续是函数的一个重要性态．本章将介绍函数、极限与连续的基本知识和有关的基本方法，为今后的学习打下必要的基础．

§1.1　函　　数

在现实世界中，一切事物都在一定的空间中运动着．17 世纪初，数学首先从对运动（如天文、航海问题等）的研究中引出了函数这个基本概念．在那以后的 200 多年里，这个概念在几乎所有的科学研究工作中占据了中心位置．

本节将介绍函数的概念、函数关系的构建与函数的特性．

一、集合

1. 集合的概念

一般地，具有某种特定性质的事物的总体称为**集合**．构成某集合的事物称为该集合的**元素**．通常用大写英文字母表示集合，用小写英文字母表示集合的元素．

若元素 a 是集合 M 的元素，则记为 $a\in M$，读作 a 属于 M；若元素 a 不是集合 M 的元素，则记为 $a\notin M$，读作 a 不属于 M．由无限个元素构成的集合称为**无限集**；由有限个元素构成的集合称为**有限集**．

下面是几个集合的例子：

(1) 2005 年在广东地区出生的人构成一个集合（有限集）.

(2) 方程 $x^2-3x+2=0$ 的根构成一个集合（有限集）.

(3) 全体奇数构成一个集合（无限集）.

(4) 抛物线 $y=x^2$ 上的所有点构成一个集合（无限集）.

2. 集合的表示

列举法　即在 { } 中按任意顺序、不遗漏、不重复地列出集合的所有元素．

(1) 若 A 仅由有限个元素 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 构成，可记为

$$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}.$$

(2) 由方程 $x^2-3x+2=0$ 的根构成的集合，可记为

$$A=\{1,2\}.$$

描述法　若 M 是具有某种特征的元素 x 的全体所构成的集合，则可记为

$$M=\{x\mid x\text{ 所具有的特征}\}.$$

(3) 由方程 $x^2-3x+2=0$ 的根构成的集合，可记为

$$M=\{x\mid x^2-3x+2=0\}.$$

(4) 全体奇数的集合，可记为

$$M=\{x\mid x=2n+1,\ n\text{ 为整数}\}.$$

3. 集合之间的关系

若集合 A 的元素都是集合 B 的元素，即若 $x\in A$，必有 $x\in B$，则称 A 是 B 的**子集**，记为 $A\subset B$ 或 $B\supset A$，读作 A 包含于 B 或 B 包含 A(见图1-1-1).

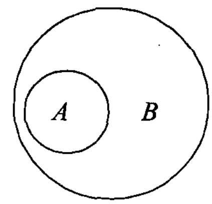


图 1-1-1

若 $A\subset B$，且 $B\subset A$，则称集合 A 和 B **相等**，记为

$$A=B.$$

例如，设 $A=\{1,2\}$，$M=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，则

$$A=M.$$

由所研究的所有事物构成的集合称为**全集**，记为 S. 全集是相对的，一个集合在某一条件下是全集，而在另一条件下可能不是全集. 例如，讨论的问题仅限于正整数，则全体正整数的集合为全集；当讨论的问题包括正整数和负整数时，全体正整数的集合就不是全集.

不包含任何元素的集合称为**空集**，记为 $\varnothing$.

例如，$\{x\mid x\text{ 为实数},\ x^2+1=0\}=\varnothing$.

规定　空集为任何集合的子集.

本书今后用到的集合主要是**数集**，即元素为数的集合. 下面是几个常用的数集：

自然数集 (记为 $\mathbf{N}$)　　整数集 (记为 $\mathbf{Z}$)

有理数集 (记为 $\mathbf{Q}$)　　实数集 (记为 $\mathbf{R}$)

数集间的关系

$$\mathbf{N}\subset\mathbf{Z}\subset\mathbf{Q}\subset\mathbf{R}.$$

注：如无特别说明，本教程中提到的数都是实数.

4. 集合的基本运算

定义 1　设 A 和 B 是两个集合，由 A 和 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的**并**，记为 $A\cup B$ (见图1-1-2)，即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A\text{ 或 }x\in B\}.$$

定义 2　设 A 和 B 是两个集合，由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合，称为 A 与 B 的**交**，记为 $A\cap B$ (见图1-1-3)，即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A\text{ 且 }x\in B\}.$$

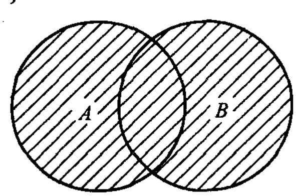


图 1-1-2

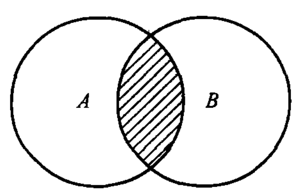


图 1-1-3

定义3 设 A 和 B 是两个集合，由属于 A 而不属于 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的**差**，记为 $A-B$（见图1–1–4），即

$$A-B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\notin B\}.$$

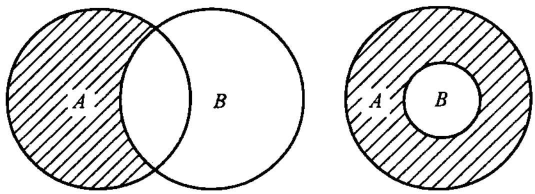


图 1–1–4

定义4 全集 S 中所有不属于 A 的元素构成的集合，称为 A 的**余集**或**补集**，记为 $\overline{A}$（见图1–1–5），即

$$\overline{A}=S-A.$$

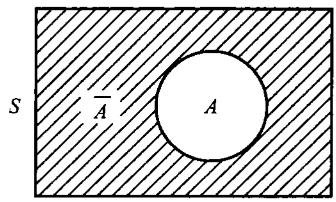


图 1–1–5

例如，在实数集 $\mathbf{R}$ 中，集合 $A=\{x\mid 0<x\leq 1\}$ 的余集就是

$$\overline{A}=\{x\mid x\leq 0 \text{ 或 } x>1\}.$$

注：本教程中用到的有关集合的内容，在中学课程中已经学过，这里只作简单介绍．

二、区间

定义5 介于某两个实数之间的全体实数称为**有限区间**，这两个实数称为该区间的**端点**，两端点间的距离（线段的长度）称为该区间的**长度**.

有限区间有以下几种：

设 a,b 为两个实数，且 $a<b$，数集 $\{x\mid a<x<b\}$ 称为开区间，记为 (a,b)，即

$$(a,b)=\{x\mid a<x<b\}.$$

类似地，有闭区间和半开半闭区间：

$$[a,b]=\{x\mid a\leq x\leq b\},$$

$$[a,b)=\{x\mid a\leq x<b\},$$

$$(a,b]=\{x\mid a<x\leq b\}.$$

此外，还有所谓的**无限区间**．引入记号 $+\infty$（读作“正无穷大”）及 $-\infty$（读作“负无穷大”），则可类似地表示无限区间．

例如，$[a,+\infty)=\{x\mid a\leq x\}$，$(-\infty,b)=\{x\mid x<b\}$．这两个无限区间在数轴上如图1–1–6 所示．

$[a, +\infty) = \{x \mid a \le x\}$;　　$(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}$.

(a)　　(b)

图 1-1-6

特别地，全体实数的集合 **R** 也可表示为无限区间 $(-\infty, +\infty)$.

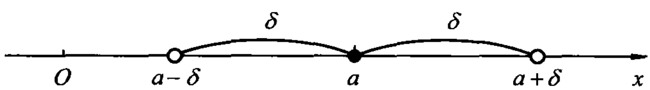
注：在本教程中，当不需要特别辨明区间是否包含端点、是否有限或无限时，常将其简称为“区间”，并常用 I 表示.

三、邻域

定义 6　设 a 与 δ 是两个实数，且 $\delta > 0$，数集 $\{x \mid a-\delta < x < a+\delta\}$ 称为点 a 的 **δ 邻域**，记为

$$U(a, \delta) = \{x \mid a-\delta < x < a+\delta\}.$$

其中，点 a 叫做该**邻域的中心**，δ 叫做该**邻域的半径**（见图1–1–7).



$U(a, \delta) = \{x \mid a-\delta < x < a+\delta\}$

图 1–1–7

由于 $a-\delta < x < a+\delta$ 相当于 $|x-a| < \delta$，因此

$$U(a, \delta) = \{x \mid |x-a| < \delta\}.$$

若把邻域 $U(a, \delta)$ 的中心去掉，所得到的邻域称为点 a 的**去心**的 δ 邻域，记为 $\mathring{U}(a, \delta)$，即

$$\mathring{U}(a, \delta) = \{x \mid 0 < |x-a| < \delta\}.$$

更一般地，以 a 为中心的任何开区间均是点 a 的邻域，当不需要特别辨明邻域的半径时，可简记为 $U(a)$.

四、函数的概念

函数是描述变量间相互依赖关系的一种数学模型.

在某一自然现象或社会现象中，往往同时存在多个不断变化的量（变量)，这些变量并不是孤立变化的，而是相互联系并遵循一定的规律. 函数就是描述这种联系的一个法则. 本节我们先讨论两个变量的情形（多于两个变量的情形将在第 6 章中讨论).

例如，在自由落体运动中，设物体下落的时间为 t，落下的距离为 s.

假定开始下落的时刻为 $t=0$，则变量 s 与 t 之间的相依关系由数学模型

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

给定，其中 g 是重力加速度.

定义7 设x和y是两个变量，D是一个给定的非空数集．如果对于每个数$x\in D$，变量y按照一定法则总有确定的数值和它对应，则称y是x的**函数**，记作

$$y=f(x),\quad x\in D,$$

其中，x称为**自变量**，y称为**因变量**，数集D称为这个函数的**定义域**，也记为D_f，即$D_f=D$.

对$x_0\in D$，按照对应法则f，总有确定的值y_0（记为$f(x_0)$）与之对应，称$f(x_0)$为函数在点x_0处的**函数值**．因变量与自变量的这种相依关系通常称为**函数关系**.

当自变量x遍取D的所有数值时，对应的函数值$f(x)$的全体构成的集合称为函数f的**值域**，记为R_f或$f(D)$，即

$$R_f=f(D)=\{y\mid y=f(x),\ x\in D\}.$$

注：函数的定义域与对应法则称为函数的两个要素．两个函数相等的充分必要条件是它们的定义域和对应法则均相同.

关于函数的定义域，在实际问题中应根据问题的实际意义具体确定．如果讨论的是纯数学问题，则往往取使函数的表达式有意义的一切实数所构成的集合作为该函数的定义域，这种定义域又称为函数的**自然定义域**.

例如，函数

$$y=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

的（自然）定义域即为开区间$(-1,1)$.

函数的图形

对函数$y=f(x)$，$x\in D$，若取自变量x为横坐标，因变量y为纵坐标，则在平面直角坐标系xOy中就确定了一个点(x,y)．当x遍取定义域D中的每一个数值时，平面上的点集

$$C=\{(x,y)\mid y=f(x),\ x\in D\}$$

称为函数$y=f(x)$的**图形**（见图1-1-8）.

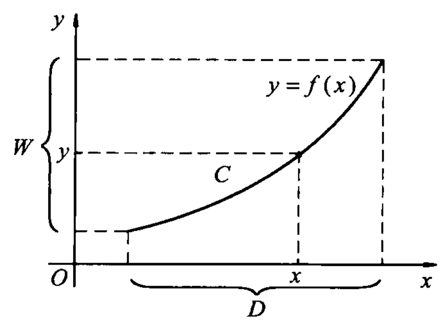


图 1-1-8

若自变量在定义域内任取一个数值，对应的函数值总是只有一个，这种函数称为**单值函数**，否则称为**多值函数**.

例如，方程$x^2+y^2=a^2$在闭区间$[-a,a]$上确定了一个以x为自变量、y为因变量的函数．对每一个$x\in(-a,a)$，都有两个y值$(\pm\sqrt{a^2-x^2})$与之对应，因而y是多值函数.

注：若无特别声明，本教程中的函数均指单值函数.

函数的常用表示法

(1) 表格法　将自变量的值与对应的函数值列成表格的方法.

(2) 图像法 在坐标系中用图形来表示函数关系的方法.

(3) 公式法(解析法) 将自变量和因变量之间的关系用数学表达式(又称为解析表达式)来表示的方法. 根据函数的解析表达式的形式不同, 函数也可分为**显函数**、**隐函数**和**分段函数**三种:

(i) 显函数 函数 y 由 x 的解析表达式直接表示. 例如, $y=x^2+1$.

(ii) 隐函数 函数的自变量 x 与因变量 y 的对应关系由方程 $F(x,y)=0$ 来确定. 例如, $\ln y=\sin(x+y)$.

(iii) 分段函数 函数在其定义域的不同范围内, 具有不同的解析表达式. 以下是几个分段函数的例子.

例 1 绝对值函数

$$y=|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$$

的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$, 值域 $R_f=[0,+\infty)$, 图形如图 1-1-9 所示.

例 2 符号函数

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases} 1, & x>0 \\ 0, & x=0 \\ -1, & x<0 \end{cases}$$

的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$, 值域 $R_f=\{-1,0,1\}$, 图形如图 1-1-10 所示.

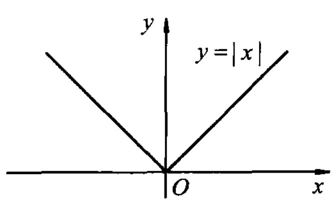


图 1-1-9

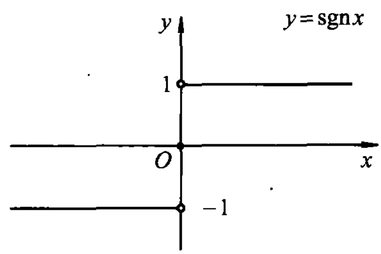


图 1-1-10

例 3 取整函数 $y=[x]$, 其中, $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数. 例如,

$[\pi]=3$, $[-2.3]=-3$, $[\sqrt{3}]=1$.

易见, 取整函数的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$, 值域 $R_f=\mathbf{Z}$, 图形如图 1-1-11 所示.

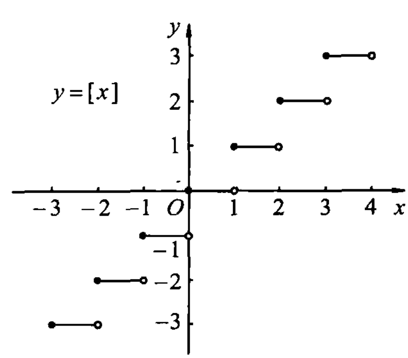


图 1-1-11

五、函数关系的建立

为解决实际应用问题, 首先要将该问题量化, 从而建立起该问题的**数学模**

型，即建立**函数关系**.

要把实际问题中变量之间的函数关系正确抽象出来，首先应分析哪些是常量，哪些是变量，然后确定选取哪个为自变量，哪个为因变量，最后根据题意建立它们之间的函数关系，同时给出函数的定义域.

例 4 某运输公司规定货物的吨·公里运价为：在 a 公里以内，每公里 k 元，超过部分为每公里 $\frac{4}{5}k$ 元．求运价 m 和里程 s 之间的函数关系.

解 根据题意，可列出函数关系如下：

$$m=\begin{cases} ks, & 0<s\le a \\ ka+\dfrac{4}{5}k(s-a), & a<s \end{cases},$$

这里运价 m 和里程 s 的函数关系是用分段函数来表示的，定义域为 $(0,+\infty)$.

六、函数特性

1. 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，数集 $X\subset D$，若存在一个正数 M，使得对一切 $x\in X$，恒有

$$|f(x)|\le M,$$

则称函数 $f(x)$ 在 X 上**有界**．或称 $f(x)$ 是 X 上的**有界函数**．每一个具有上述性质的正数 M，都是该**函数的界**.

若具有上述性质的正数 M 不存在，则称 $f(x)$ 在 X 上**无界**，或称 $f(x)$ 是 X 上的**无界函数**.

例如，函数 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有界，因为对任何实数 x，恒有 $|\sin x|\le 1$．函数 $y=\frac{1}{x}$ 在区间 $(0,1)$ 上无界，因为可以取无限靠近于零的数，使该函数的绝对值 $\left|\frac{1}{x}\right|$ 大于任何预先给定的正数 M．但易见该函数在 $[1,+\infty)$ 上有界.

2. 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$．如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有

$$f(x_1)<f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是**单调增加函数**；如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有

$$f(x_1)>f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是**单调减少函数**.

例如，$y=x^2$ 在 $[0,+\infty)$ 内是单调增加的，在 $(-\infty,0]$ 内是单调减少的，在 $(-\infty,+\infty)$ 内不是单调的（见图1–1–12）．而 $y=x^3$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是单调增加的（见图1–