

XINJIAOCAI SHUXUE TONGBU FENCENG DAOXUE

配 上 海 二 期 课 改 新 教 材



主编 陈慧珍

新教材 数学

同步分层导学

七年级第二学期用

上海科学技术出版社

新教材 数学



七年级第二学期用

主编 陈慧珍

上海科学技术出版社

内 容 提 要

数学同步分层导学是与新教材内容紧密配合的学生同步辅导读物,旨在同步地对课堂内容进行补充,并为学生提供训练机会,本书是其中一册.

本书将每章内容按单元进行划分,每一单元由[综合导学]、[随堂应用]、[分层达标]等栏目组成,每章末还有[研究性学习]、[阅读与欣赏]栏目.整本书中附有[阶段测试]、[期末测试]及[提示与参考答案]等.

图书在版编目(CIP)数据

新教材数学同步分层导学 / 陈慧珍主编. —上海:上海科学技术出版社,2007.1 (2009.1重印)

七年级第二学期用

ISBN 978-7-5323-8747-2

I. 新... II. 陈... III. 数学课—初中—数学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 141817 号

责任编辑 周玉刚 朱先锋

上海世纪出版股份有限公司

上海科学技术出版社 出版、发行

(上海钦州南路 71 号 邮政编码:200235)

新华书店上海发行所经销 常熟市华顺印刷有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 8.25 字数 189 000

2007 年 1 月第 1 版 2009 年 1 月第 3 次印刷

印数:7 001—10 000

ISBN 978-7-5323-8747-2

定价:12.00 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,请向承印厂联系调换

出 版 说 明



这套同步分层导学是以上海市二期课改新教材为依据的学生同步辅导读物,内容紧密配合教材.本丛书按每学期一册编写,旨在同步地对课堂内容进行辅导,为学生提供训练机会,并成为课堂教学的有益的参考辅导读物.

本书将每章内容按单元进行划分,每一单元由[综合导学]、[随堂应用]、[分层达标]栏目组成,每章末还有[研究性学习]、[阅读与欣赏]栏目.整本书中附有[阶段测试]、[期末测试]及[提示与参考答案]等.

[综合导学]是对这一单元的知识要点、例题剖析、思维误区、方法指导、请你思考等进行剖析.

[随堂应用]是按课时需要,将每一单元内容分成多个[随堂应用],即针对每一节课安排3~5题与课堂教学内容密切相关的练习题,让学生课后复习巩固之用.比如,在第一单元中,如果分为4节课,就有4个[随堂应用],其内容的深浅、顺序与课堂内容完全一致.也就是说,课堂上什么内容,就安排相应的练习内容;如果课堂是复习,内容也就是有关前面的复习内容.

[分层达标]是对本单元的有关知识以试卷形式让学生进行训练,分为基础型、提高型两组题目.

[阅读与欣赏]是根据二期课改的新理念,旨在开拓学生的眼界,提高学生的学习兴趣.

[研究性学习]是根据二期课改的新理念,旨在让学生在探究的过程中,培养其创新能力.

[阶段测试]是在每学期期中时安排两份阶段测试.

[期末测试]是在每学期期末时安排两份期末测试.

[提示与参考答案]给出了[随堂应用]、[分层达标]、[阶段测试]、[期末测试]的答案,对有难度的题目,进行详细解答.

本书主编为陈慧珍,参加本书编写的有:王含珠、吴玮、周忠、刘薇、蔡怡婷.本书由陈慧珍、周言如统稿.





第十二章 实数	1
第一单元 实数概念和数的开方	1
综合导学	1
随堂应用	3
分层达标	4
第二单元 实数运算和分数指数幂	7
综合导学	7
随堂应用	9
分层达标	10
研究性学习	12
阅读与欣赏	13
第十三章 相交线 平行线	14
第一单元 相交线	14
综合导学	14
随堂应用	17
分层达标	19
第二单元 平行线	25
综合导学	25
随堂应用	28
分层达标	34
研究性学习	40
阅读与欣赏	42
阶段测试	42
A 卷	42
B 卷	45
第十四章 三角形	48
第一单元 三角形的有关概念与性质	48
综合导学	48
随堂应用	52
分层达标	54
第二单元 全等三角形	57
综合导学	57
随堂应用	61
分层达标	64
第三单元 等腰三角形	70
综合导学	70
随堂应用	73





分层达标	75
研究性学习	78
阅读与欣赏	79
第十五章 平面直角坐标系	80
第一单元 平面直角坐标系	80
综合导学	80
随堂应用	82
分层达标	83
第二单元 直角坐标平面内点的运动	88
综合导学	88
随堂应用	91
分层达标	92
研究性学习	98
阅读与欣赏	101
期末测试	103
A 卷	103
B 卷	106
提示与参考答案	109



第十二章

实数

第一单元 实数概念和数的开方

综合导学

知识要点



1. 正确领会无理数的概念,掌握实数的分类.
2. 理解“数”的开方的意义,理解乘方和开方是一对互逆的运算.
3. 掌握平方根、立方根、 n 次方根的有关性质,注意偶数次和奇数次开方的区别.
4. 会用计算器进行平方根、立方根的近似计算.初步体会“逐步逼近”的思想.

例题剖析



例1 指出下列各数中哪些是整数?哪些是分数?哪些是有理数?哪些是无理数?

$\frac{\pi}{4}$, 3.14, $\sqrt{49}$, $-\frac{2}{3}$, 0.15, $\sqrt[3]{64}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $2+\sqrt{2}$, $3-\sqrt{9}$, 0.101 001 000 1... (两个1之间依次多1个零).

分析 判断一个数是什么数,不能只看形式,而要看实质.如 $\sqrt{49}=7$, $\sqrt[3]{64}=4$, $3-\sqrt{9}=0$ 都是整数,不要误认为含有“ $\sqrt{\quad}$ ”的数都是无理数.相反, $\frac{\pi}{4}$ 表面上看不含有“ $\sqrt{\quad}$ ”,但它却是一个无理数.而 0.101 001 000 1... 是一个无限小数,但它不循环,根据定义它是无理数.而有限小数和无限循环小数都可以化为分数,所以 3.14 和 0.15 都是分数.

解 整数: $\sqrt{49}$, $\sqrt[3]{64}$, $3-\sqrt{9}$.

分数: 3.14, $-\frac{2}{3}$, 0.15.

有理数: 3.14, $\sqrt{49}$, $-\frac{2}{3}$, 0.15, $\sqrt[3]{64}$, $3-\sqrt{9}$.

无理数: $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $2+\sqrt{2}$, 0.101 001 000 1...

例2 若 $3a-5$ 与 $a-7$ 是同一个数的平方根,你能求出这个数吗?

分析 根据平方根的性质,只有正数的平方根有两个,而且它们互为相反数,所以 $3a-5$ 与 $a-7$ 互为相反数.

解 $\because 3a-5$ 与 $a-7$ 互为相反数,

$\therefore 3a-5+a-7=0$.



解方程,得 $a=3$.

$$\therefore 3a-5=4, a-7=-4.$$

所以这个数是 16.

例 3 求适合下列等式的 x 的值:

$$(1) x^3=10^9; \quad (2) x^4=2^8; \quad (3) 16(x-1)^2=9.$$

分析 由方根的定义可知,若 $x^n=a$,则 x 是 a 的 n 次方根,题中的方程均可根据方根的意义来解.若 n 为偶数,当 $a>0$ 时,方程 $x^n=a$ 有两个根;当 $a=0$ 时,方根 $x^n=a$ 有一个根 0;当 $a<0$ 时方程 $x^n=a$ 没有根.若 n 为奇数,方程 $x^n=a$ 只有一个根.

解 (1) 已知 x 是 10^9 的立方根, $\therefore (10^3)^3=10^9$, $\therefore x=10^3$ 即 $x=1\ 000$;

(2) 由已知, x 是 2^8 的四次方根, $\therefore (\pm 2^2)^4=2^8$, $\therefore x=\pm 2^2$ 即 $x=\pm 4$;

(3) 因为 $(x-1)^2=\frac{9}{16}$, 所以 $x-1$ 是 $\frac{9}{16}$ 的平方根, 所以 $x-1=\pm\frac{3}{4}$.

当 $x-1=\frac{3}{4}$ 时, $x=\frac{7}{4}$; 当 $x-1=-\frac{3}{4}$ 时, $x=\frac{1}{4}$.

$$\therefore x_1=\frac{7}{4}, x_2=\frac{1}{4}.$$

思维误区



例 4 $\sqrt{81}$ 的平方根是().

错解 9 或 ± 9 .

分析 部分同学误认为 $\sqrt{81}$ 的平方根是 9 或 ± 9 . 导致这一错误的主要原因是将求 $\sqrt{81}$ 的平方根与求 $\sqrt{81}$ 的值混淆起来了. 要求 $\sqrt{81}$ 的平方根, 首先要求 $\sqrt{81}$ 的值. 因为 $\sqrt{81}=9$, 所以求 $\sqrt{81}$ 的平方根, 实际是求 9 的平方根. 因为 9 的平方根是 ± 3 , 所以 $\sqrt{81}$ 的平方根是 ± 3 .

正解 ± 3 .

例 5 $\sqrt{144}=()$.

错解 ± 12 .

分析 产生上述错解的原因是没有搞清平方根与算术平方根的区别. $\sqrt{144}$ 表示 144 的算术平方根, 而 ± 12 表示的是 144 的两个平方根.

正解 12.

方法指导



1. 正确理解数学符号的意义

正确理解每个数学符号的意义是学好数学的关键之一. 每个符号只能表示一个确定的意义, 每出现一个新的数学符号, 就要理解它表示什么意义. 如正确理解和掌握 $\sqrt{a}$ 、 $-\sqrt{a}$ 、 $\pm\sqrt{a}$ 、 $\sqrt[n]{a}$ 等符号, 特别像 $\sqrt{a}$ 和 $-\sqrt{a}$ 表示的意义不能混淆.

2. 注意等式成立的条件

在等式 $(\pm\sqrt{a})^2=a$ 和 $\sqrt{a^2}=a$ 中, $a\geq 0$. 在等式 $\sqrt{a^2}=-a$ 中, $a\leq 0$. 而等式 $(\sqrt[3]{a})^3=a$ 和 $\sqrt[3]{a^3}=a$, 对任何实数 a 总是成立的. 在化简和计算中经常用到的上述重要等式, 使用时一定要记住底数或被开方数 a 的取值范围.



请你思考



1. 如果 a 是 b 的立方根,那么 $-a$ 一定是 $-b$ 的立方根吗?如果是请说明理由,如果不是请举例说明.
2. 如果 a 是 b 的 n 次方根,那么 $-a$ 一定是 $-b$ 的 n 次方根吗?如果是请说明理由,如果不是请举例说明.

随堂应用

应用一

1. 任意写出 4 个无理数
2. 判断题*:
 - (1) 无理数是实数. ()
 - (2) $\sqrt{256}$ 是无理数. ()
 - (3) 无理数都是无限小数. ()
 - (4) 两个无理数的和仍是无理数. ()
 - (5) 两个无理数的积仍是无理数. ()
3. 已知 a, b 是有理数, $\sqrt{2}a + (\sqrt{2}-1)b = 2\sqrt{2}a - 1$, 你能求出 a, b 的值吗?

应用二

1. 求 x , 使 $\sqrt{x} - 2 = 6$.
2. 已知 a 的平方根 x, y 满足 $x - 5y = 12$, 求 a 的值.
3. 讨论: $2a+2$ 有无平方根? 如果有, 请写出来; 如果没有, 请说明理由.

应用三

1. 若 $a = \underbrace{0.0\cdots 01}_{15\text{个零}}$, 则 $\sqrt[n]{a} = \underbrace{0.0\cdots 01}_{n\text{个零}}$, 那么 n 的值是多少?
2. 自然数 a 的算术平方根为 x , 用含 x 的代数式表示比 a 大 1 的数的立方根.
3. 已知 $X = \sqrt{a+b+4}$ 是 $a+b+4$ 的正的平方根, $Y = \sqrt{a+b-4}$ 是 $a+b-4$ 的立方根, 求 $Y-X$ 的立方根.

应用四

1. 已知 $k < 0$, 求 $-k$ 的六次方根.
2. 求适合等式 $\frac{1}{5}x^4 - 125 = 0$ 的 x 的值.
3. 如果 $\sqrt{x^2-1} + \sqrt[4]{y+1} = 0$, 求 $\sqrt[2001]{x} + y^{2000}$ 的值.

* 正确的在题后括号内打“√”, 错误的打“×”, 下同.



分 层 达 标

基础型

一、填空题

1. 有理数和无理数统称_____.
2. 1.44 的平方根是_____, 13 的平方根是_____.
3. -125 的立方根是_____, -31 的立方根是_____.
4. 16 的四次方根是_____, $(-3)^5$ 的五次方根是_____.
5. 计算: $\sqrt[4]{0.0016} = \underline{\hspace{1cm}}$, $\sqrt[3]{343} = \underline{\hspace{1cm}}$, $\sqrt[4]{(-2)^4} = \underline{\hspace{1cm}}$, $\sqrt[5]{(-15)^5} = \underline{\hspace{1cm}}$.
6. $-m$ 的五次方根是_____.
7. 正数 a 的负的平方根是_____.
8. 化简: $|\sqrt{2}-\sqrt{7}| + |-\sqrt{2}|$ 的结果是_____.
9. 当 $a = \underline{\hspace{1cm}}$ 时, $2a+6$ 只有一个平方根.
10. 绝对值不超过 100 的数中, 平方根和立方根均为整数的数有_____.

二、选择题*

11. 无理数是().
 (A) 有限小数 (B) 带根号的数
 (C) 无限不循环小数 (D) 无限循环小数
12. 在实数 $4.\dot{3}\dot{2}$, $-\sqrt{640}$, $\sqrt[3]{-5}$, π , $\frac{22}{7}$ 中, 无理数的个数是().
 (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
13. 下列说法正确的是().
 (A) a 的平方根是 $\sqrt{a}$ (B) $(-a)^2$ 的平方根是 $-a$
 (C) 一个数有两个平方根 (D) $-a$ 是 a^2 的一个平方根
14. 已知 x 是 36 的平方根, 且 $2x+3y=x^2$, 则 y 的值是().
 (A) 8 (B) ± 8 (C) ± 16 (D) 8 或 16

三、简答题

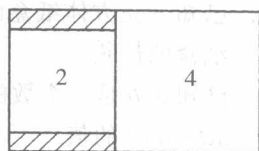
15. 求下列各式中 x 的值:
 (1) $3-2\sqrt{x}=0$;
 (2) $(2x-1)^3+8=0$.
16. 对于代数式 $\frac{4}{5}-3a$, 当 a 为何值时, 这个代数式:
 (1) 有两个平方根, 且它们互为相反数?
 (2) 只有一个平方根?
 (3) 没有平方根?
17. 若 $|x+y| + \sqrt{x-5} = 0$, 求 $\sqrt[3]{x^2y}$ 的值.

* 本书中的选择题, 每小题都给出了代号为(A)、(B)、(C)、(D)四个结论, 其中只有一个结论是正确的, 把你认为正确的结论的代号写在题后的括号内, 下同.



四、解答题

18. 一长方形铁板截去 2 厘米宽的一条后,剩下面积为 81 厘米^2 的一个正方形,求这个长方形铁板的面积.
19. 如图,长方形内有两个相邻的正方形,面积分别为 4,2. 你能求出阴影部分的面积吗?
20. 已知 a 的两个平方根是 $2x+3y=2$ 的一组解.
求:(1) a 的值; (2) a^3 的平方根.



(第 19 题)

提高型

一、填空题

1. 若 a 的算术平方根是 $\frac{1}{5}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 已知 $\sqrt{3} = 1.732$, 那么 $\sqrt{300} = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 如果 k 是 a 的立方根, 那么 $-a$ 的立方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. $1 - \sqrt{2}$ 的相反数是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 绝对值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
5. 绝对值不超过 3 的无理数可能是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (至少写 2 个).
6. 若 $a < 0$ 时, $|\sqrt{a^2} - a| = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\sqrt{4-2a}$ 表示的值最小.
8. $\sqrt{12}$ 在相邻的两个整数 $\underline{\hspace{1cm}}$ 和 $\underline{\hspace{1cm}}$ 之间, $-\sqrt{3}$ 在相邻的两个整数 $\underline{\hspace{1cm}}$ 和 $\underline{\hspace{1cm}}$ 之间.
9. 一个自然数的正的平方根是 a , 则下一个自然数的正的平方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 已知一个立方体的体积为 1.331 厘米^3 , 则它的表面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

11. 关于实数的下列判断中, 正确的是().
(A) 没有最大的数, 但有最小的数
(B) 没有最小的数, 但有最大的数
(C) 没有绝对值最大的数, 但有绝对值最小的数
(D) 没有最小的数, 也没有绝对值最小的数
12. 下列说法不正确的是().
(A) 6 是 36 的平方根 (B) 36 的平方根是 6
(C) 216 的立方根是 6 (D) -6 是 -216 的立方根
13. 当 n 为正整数时, 下列各式能成立的是().
(A) $\sqrt[2n+1]{-1} = 1$ (B) $\sqrt[2n]{1} = -1$ (C) $\sqrt[2n+1]{-1} = -1$ (D) $\sqrt[2n]{1} = \pm 1$
14. 若 $a^2 = c, b = c^3$, 则 $\sqrt{b}$ 等于().
(A) a^3 (B) $\pm a$ (C) $\pm a^3$ (D) $|a^3|$

三、简答题

15. 已知长方形的长为 72 厘米, 宽为 18 厘米, 那么与这个长方形面积相等的正方形的边长是多少?
16. 如果实数 x 满足 $x + |x| = 0$, 那么 x 是一个怎样的数呢?



17. 化简: $\sqrt[n]{(-2)^n}$.

四、解答题

18. 已知一立方体纸盒的体积比棱长是 6 厘米的立方体的体积大 127 厘米³, 求这个立方体纸盒的棱长.

19. 已知 a, b 是一个数的两个平方根, c, d 是另一个数的两个平方根. 求 $ac+abc+bc-bd-ad+abd$ 的值.



第二单元 实数运算和分数指数幂

综合导学

知识要点

1. 掌握实数关于相反数、绝对值的概念. 能用式子表示一个数的相反数、倒数和绝对值.
2. 理解实数和数轴上的点的一一对应关系, 进一步掌握数形结合的数学思想方法.
3. 知道实数比较大小与有理数比较大小相同, 能掌握几种比较实数大小的方法.
4. 掌握实数的运算法则和运算律, 且能正确、熟练地进行实数的四则运算.
5. 会运用实数运算解决日常生活中的简单实际问题.
6. 掌握分数指数幂概念, 并能熟练地进行分数指数幂与根式的互化.

例题剖析

例 1 如图 12-1 所示, 数轴上 a, b, c 三个数分别是 $\sqrt{5}-\sqrt{2}, \sqrt{2}-\sqrt{3}, 2-\sqrt{3}$ 中的一个, 求 $|a+c|+|a-b|$ 的值(保留三个有效数字).

分析 根据数轴上的数左边的总比右边的小, 就可知 $a < b < c$. 然后我们只要用计算器算出 $\sqrt{5}-\sqrt{2}, \sqrt{2}-\sqrt{3}, 2-\sqrt{3}$ 这三个数的近似值, 就能确定 a, b, c 的值, 将它们代入原式化简. 值得注意的是在化去绝对值符号前必先判定绝对值符号内的数值是负数还是非负数, 最后用计算器算出符合要求的近似值.

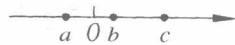


图 12-1

解 根据数轴上的数左边的总比右边的小, 得

$$a < b < c.$$

用计算器计算 $\sqrt{5}-\sqrt{2}, \sqrt{2}-\sqrt{3}, 2-\sqrt{3}$ 的近似值, 可知

$$\sqrt{2}-\sqrt{3} < 2-\sqrt{3} < \sqrt{5}-\sqrt{2},$$

$$\therefore a = \sqrt{2}-\sqrt{3},$$

$$b = 2-\sqrt{3},$$

$$c = \sqrt{5}-\sqrt{2}.$$

$$\therefore |a+c|+|a-b|$$

$$= |\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{2}| + |\sqrt{2}-\sqrt{3}-2+\sqrt{3}|$$

$$= |\sqrt{5}-\sqrt{3}| + |\sqrt{2}-2|$$

$$= \sqrt{5}-\sqrt{3}+2-\sqrt{2}$$

$$\approx 1.09.$$

例 2 比较下列各对实数的大小:

- (1) $-\sqrt{3}$ 和 -1.732 ; (2) $\sqrt{a^2+2}$ 和 $\sqrt{a^2+3}$; (3) $\frac{2}{9}$ 和 $\sqrt{0.05}$.

分析 实数大小比较, 除了根据比较大小的法则外, 常用到这样两个性质: (1) 当 $a > 0, b > 0$ 时, 若 a



$>b$, 则 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$; (2) 当 $a>0, b>0$ 时, 若 $a^2>b^2$, 则 $a>b$. 当然, 估计无理数的近似值有时也可为我们比较大小带来方便.

解 (1) $\because \sqrt{3}=1.732\cdots, \therefore \sqrt{3}>1.732, \therefore -\sqrt{3}<-1.732;$

(2) $\because a^2\geq 0, \therefore a^2+2<a^2+3, \therefore \sqrt{a^2+2}<\sqrt{a^2+3};$

(3) $\because \left(\frac{2}{9}\right)^2=\frac{4}{81}\approx 0.049\ 3\cdots, (\sqrt{0.05})^2=0.05,$

$\therefore \left(\frac{2}{9}\right)^2<(\sqrt{0.05})^2, \text{ 即 } \frac{2}{9}<\sqrt{0.05}.$

例 3 计算: $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}+\sqrt{(-2)^2}-(0.5)^{-2}\div 16^{0.75}.$

分析 在计算时, 若底数或指数是小数, 一般都要先将小数化成分数, 带分数要化成假分数, 如 $(0.5)^{-2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}, 16^{0.75}=16^{\frac{3}{4}}$. 另外, 若指数是负数指数幂, 运算中通常先化去负数指数幂, 使其成为正数指数幂后, 再进行运算.

解 原式 $=\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}+\sqrt{2^2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\div 16^{\frac{3}{4}}$
 $=\frac{3}{2}+2-2^2\div (2^4)^{\frac{3}{4}}$
 $=\frac{3}{2}+2-4\div 2^3$
 $=3.$

思维误区

例 4 已知: $a<0, ab<0$, 化简: $|a-b-2\sqrt{3}|-|b-a+\sqrt{3}|.$

错解 $|a-b-2\sqrt{3}|-|b-a+\sqrt{3}|$
 $=(a-b-2\sqrt{3})-(b-a+\sqrt{3})$
 $=a-b-2\sqrt{3}-b+a-\sqrt{3}$
 $=2a-2b-3\sqrt{3}.$

分析 在化简含有绝对值的式子时, 不能简单把绝对值符号看作小括号, 而是先要确定绝对值符号内的式子是正、是负还是零, 然后再根据绝对值的意义化去绝对值符号. 在本题中, 由 $a<0, ab<0$, 可知 $b>0$, 所以 $a-b-2\sqrt{3}<0, b-a+\sqrt{3}>0$.

正解 $\because a<0, ab<0, \therefore b>0.$
 $\therefore a-b-2\sqrt{3}<0, b-a+\sqrt{3}>0.$
 $\therefore \text{原式} = -(a-b-2\sqrt{3})-(b-a+\sqrt{3})$
 $= -a+b+2\sqrt{3}-b+a-\sqrt{3}$
 $= \sqrt{3}.$

例 5 计算: $-2^{-2}.$

错解 $-2^{-2}=2^2=4.$

分析 题中的两个负号表示不同的意义. 底数 2 前面的那个负号表示求 2^{-2} 的相反数, 指数上的负号



表示求底数的倒数. 另外, 值得特别注意的是, 此时的底数是 2, 而不是一 2.

正解 $-2^{-2} = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4}.$

方法指导



1. 注意代数与几何, 数与形的有机联系

用几何作图可以把无理数 $\sqrt{2}$ 直观地表示在数轴上; 运用实数的运算可以解决许多在有理数范围内不能解决的几何问题. 通过本单元的学习, 我们要进一步掌握数形结合的研究方法.

2. 掌握化归的思想方法

化简有理数指数幂时, 一般先把负数指数幂化为正数指数幂, 这样可以减少错误. 有时利用幂的运算性质来化简更为简单, 但是要注意, 按幂的性质运算时, 要先把底数化为正数. 比较两个无理数的大小, 可以转化为比较它们平方数的大小.

3. 重视计算器的学习和运用

计算器的出现不仅影响了数学的内容, 也改变着数学研究的方法. 借助计算器, 我们能够解决更多、更复杂的计算问题.

请你思考



设 $\sqrt{2}=a, \sqrt[3]{3}=b$, 你能用 a, b 的代数式表示出 23 吗?

随堂应用

应用一

1. a, b, c 都是有理数, 那么 $a-b+c$ 的相反数是多少?
2. 你认为大于 $-2\sqrt{5}$, 且小于 $3\sqrt{2}$ 的整数有几个?
3. 如图, 已知数轴上 A, B, C, D 四点所对应的实数都是整数, 若 A 对应实数 a, B 对应实数 b , 且 $b-2a=7$, 那么数轴上的原点应是 A, B, C, D 四点中的哪一点?



(第 3 题)

4. 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 0.5 哪个大?

应用二

1. 若 $a=3-\sqrt{10}$, 求代数式 a^2-6a-2 的值.
2. 若 x, y 用四舍五入法求得的近似数分别是 3.4 和 3.40, 你能确定 x, y 的大小关系吗? 若能请说明理由, 若不能请举出反例.
3. 计算题:

(1) $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=$ _____;

(2) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=$ _____;

(3) $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=$ _____;

(4) $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=$ _____.

通过以上计算, 观察规律, 写出用 n (n 为正整数) 表示以上规律的等式.



应用三

1. 把 $-(-2)$, $-|-2|$, $(-2)^2$, $2^{-\frac{1}{2}}$ 这四个数从小到大排列起来.
2. 计算: $5\sqrt{5} \times \sqrt[6]{5} \times \sqrt[3]{5}$.
3. 计算: $\sqrt{0.32 \times 0.6 \times 0.027}$.

分层达标

基础型

一、填空题

1. $\sqrt{2}-2$ 的相反数是_____, 绝对值是_____.
2. 把 $-\sqrt[5]{3^2}$ 写成分数指数幂是_____.
3. 求值: $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + 16^{\frac{1}{2}} =$ _____.
4. 在数轴上若点 A 表示的数是 $-1\frac{1}{2}$, 则到点 A 的距离为 3.5 个单位的点表示的数是_____.
5. 由四舍五入得到的近似数 23.081, 精确到_____位, 有_____个有效数字.
6. 化简 $|\sqrt{2}-\sqrt{7}| + |-\sqrt{2}|$ 的结果是_____.
7. 若 $a < b < 0$, 则 $|a|$ _____ $|b|$.
8. 比较大小: $1-\sqrt{25}$ _____ $1-5^{\frac{1}{2}}$.
9. 一个数的倒数的绝对值是 $\frac{1}{5}$, 则这个数是_____.
10. 设 $3 < x < 8$, 化简: $|x-9| + |x-2| =$ _____.

二、选择题

11. 计算: $(-\sqrt{2})^3 =$ ().
(A) $\sqrt{6}$ (B) -2 (C) $-2\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{8}$
12. 下列等式中, a 一定是零的是 ().
(A) $a^2 + b^2 = 0$ (B) $a + b = 0$ (C) $|a| - a = 0$ (D) $a \cdot b = 0$
13. 我国国土面积的近似数为 9.60×10^6 , 下列叙述中正确的是 ().
(A) 有 3 个有效数字, 精确到百分位 (B) 有 3 个有效数字, 精确到百万位
(C) 有 3 个有效数字, 精确到万位 (D) 有 7 个有效数字, 精确到万位
14. 已知: $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt[3]{3}$, 则 ().
(A) $a = b$ (B) $2a = 3b$ (C) $a^3 = b^2$ (D) $a^2 = b^3$

三、简答题

15. 计算: $\sqrt{13} - \frac{5}{2}\sqrt{13} + \frac{1}{4}\sqrt{13}$.
16. 计算: $(2+\sqrt{3})^2 - (2-\sqrt{3})^2$.
17. 求 x , 使 x 满足方程 $2(\sqrt{2}-x) - 3\sqrt{2} = 3x$.



18. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 求 $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} - \sqrt{cd}$ 的值.

四、解答题

19. 计算: $|8^{\frac{1}{3}} - \sqrt{4^3}| - 27^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}$.
20. 比较 $\sqrt{7} + \sqrt{6}$ 与 $\sqrt{8} + \sqrt{5}$ 的大小.
21. 已知: $|a-b+2| + \sqrt{a-2b+4} = 0$. 求 $\sqrt[3]{a} + \sqrt{b} - \sqrt{2}$ 的值.

五、拓展题

22. 比较下列各组数的大小.

$$1+2 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 2\sqrt{1 \times 2},$$

$$2+3 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 2\sqrt{2 \times 3},$$

$$3+4 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 2\sqrt{3 \times 4},$$

$$4+5 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 2\sqrt{4 \times 5}.$$

通过比较, 你能得出什么规律? 写出用 n (n 为正整数) 表示上面规律的式子.

提高型

一、填空题

1. 求值: $-9^{\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{1cm}}$ $\left(-\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{1cm}}$.
2. $\sqrt[3]{-512}$ 的立方根是 $\underline{\hspace{1cm}}$.
3. $0.7 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ 的绝对值是 $\underline{\hspace{1cm}}$; 精确到 0.01 的近似值是 $\underline{\hspace{1cm}}$.
4. 计算: $(64^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{1cm}}$, $(\sqrt[5]{7})^{\frac{5}{2}} = \underline{\hspace{1cm}}$.
5. 已知实数 x, y 满足 $|x-6| + \sqrt{2y-1} = 0$, 那么 x^y 的值是 $\underline{\hspace{1cm}}$.
6. 当 $\left|\frac{1}{2}x\right| - 4 = 0$ 时, $\sqrt{(x-4)^2} = \underline{\hspace{1cm}}$.
7. 化简: $(-a^5)^2 + (-a^2)^5$ 的结果是 $\underline{\hspace{1cm}}$.
8. 比较大小: $\frac{\sqrt{15}}{16} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \frac{\sqrt{5}}{4}$.
9. 若 $a = -\sqrt{3^2}$, $b = -|-\sqrt{2}|$, $c = -\sqrt[3]{(-2)^3}$, 则 a, b, c 的大小关系是 $\underline{\hspace{1cm}}$.
10. 已知 $\sqrt[3]{a} = -0.056$, $a = 10^6 \cdot b$, 则 $\sqrt[3]{b} = \underline{\hspace{1cm}}$.

二、选择题

11. 当 a 为实数时, $\sqrt{a^2} = -a$, 则实数 a 在数轴上的对应点在 ().
- (A) 原点的右侧 (B) 原点的左侧
- (C) 原点或原点的右侧 (D) 原点或原点的左侧
12. 若 $|m| = |n|$, 那么下列答案正确的是 ().
- (A) $m = n$ (B) $m = -n$
- (C) $m = n$ 或 $m = -n$ (D) $\sqrt{m} = \sqrt{n}$

