



中等专业学校教材

数 学

SHUXUE

第二册

辽宁省中专数学教材编写组 编

辽宁科学技术出版社

中等专业学校教材

数 学

江苏工业学院图书馆

辽宁省中专数学教材编写组

藏书章

辽宁科学技术出版社

中等专业学校教材

数 学

ShuXue

第 二 册

辽宁省中专数学教材编写组 编

辽宁科学技术出版社出版发行(沈阳市南京街6段1里2号)

朝阳新华印刷厂分厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 8 字数: 174,000

1989年5月第1版

1989年5月第1次印刷

责任编辑: 枫 岚 责任校对: 王春茹

封面设计: 曹太文

印数: 1—12,045

ISBN 7-5381-0675-8/G·96 定价: 2.25元

主 编 陶增骈

副主编 张咸卓 李大发

由震云

编 委 (按姓氏笔画为序)

于殿生 方桂梅 王化久

马 骥 刘晓东 李大发

李玉臣 李挺雄 张咸卓

孟繁杰 胡晋延 陶增骈

教勤章 崔润泉

前 言

本套教材是根据1983年教育部审定的四年制《中等专业学校数学教学大纲》的要求，根据国家教委对中专数学教学内容要深浅适度，在应用上要加强的原则，从辽宁省中专数学教学的实际出发，适当参考现行中专数学教材内容，在辽宁省教育委员会的指导下，组织辽宁省部分中等专业学校长期从事中专数学教学工作的副教授、高级讲师、讲师等编写的。在编写内容上，注意了与初中数学知识的衔接，突出了基础知识、基本理论和基本应用。在推理论证方式的选择上，力求避繁就简、科学直观。

本套教材分基础数学（一、二、三册）和应用数学（四册）两部分。招收初中毕业生的学校使用一至四册，招收高中毕业生的学校使用三至四册。

本套教材除经典内容外，均由辽宁师范大学梁宗巨教授、贺贤孝副教授主审。辽宁师范大学的谢光熹副教授、大连工业学校的林惠泉同志也参加了部分章节的审订工作。

本册为基础数学的第二册，包括立体几何、解析几何、数列等内容。参加本册教材编写的有马骧（第十章）、贾景华（第十一章）、陈君彦（第十二章）、崔文海（第十三章、十四章）等同志，由辽宁省轻工业学校马骧同志统稿。

由于时间仓促，水平所限，不当之处敬请读者批评指正，以便修订。

辽宁省中专数学教材编写组

1988. 11

目 录

第十章 空间图形	1
§ 10—1 平面.....	1
§ 10—2 直线和直线的位置关系.....	9
§ 10—3 直线和平面位置关系.....	15
§ 10—4 平面和平面位置关系.....	28
§ 10—5 多面体.....	39
§ 10—6 旋转体.....	59
复习题十.....	78
第十一章 直线	83
§ 11—1 有向线段 两点间距离 定比分点.....	83
§ 11—2 直线方程的概念.....	93
§ 11—3 直线方程的几种形式.....	100
§ 11—4 点、直线间的关系.....	114
复习题十一.....	128
第十二章 二次曲线	131
§ 12—1 曲线与方程.....	131
§ 12—2 圆.....	135
§ 12—3 椭圆.....	141
§ 12—4 双曲线.....	152
§ 12—5 抛物线.....	165
§ 12—6 坐标轴的平移 圆锥截线.....	173

复习题十二	184
第十三章 极坐标和参数方程	188
§ 13—1 极坐标	188
§ 13—2 参数方程	202
复习题十三	209
第十四章 数列	212
§ 14—1 数列的概念	212
§ 14—2 等差数列	217
§ 14—3 等比数列	222
复习题十四	229
习题答案	232

第十章 空间图形

在平面几何里，我们研究了一些平面图形的概念、画法、性质、计算和它们的应用。平面图形是由同一平面内的点和线所构成的图形。可是在日常生活和生产实践中，还遇到所有点不完全在同一平面内的几何图形，这种图形叫做**空间图形**（或**立体图形**）。例如，桌子、书、自行车等物体的几何形状都是空间图形。

空间图形是由空间的点、线和面所构成的图形，也可看成是空间的点集。以前学过的平面图形是空间图形的一部分。

本章将研究空间图形的概念、画法、性质、计算和它们的应用。

§ 10-1 平 面

一 平面及其表示法

常见的桌面、黑板面、窗玻璃面等，都给我们以平面的形象，可是从它们抽象出几何里的平面却是无边的，也就是说，几何里的平面是可以无限延展的。上述的各物体的面只是平面的一部分。

我们从适当的位置观察桌面或黑板面时，感觉到它们都很象平行四边形。因此，在空间图形中，通常把一个平面画成平行四边形，并且用一个希腊字母 α 、 β 、 γ …写在平行四

边形某一顶角的内部来表示。如图10—1中（1）、（2）、

（3）的平面 α 、 β 和 γ 。有时也用平行四边形的顶点的字母来表示一个平面，如图10—1中（4）的平面可表示为平面ABCD或简写为平面AC（简写要用对角的两个字母）。至于点和直线的表示法仍和平面几何一样，即用一个大写的拉丁字母A、B、C、…表示点；用一个小写的拉丁字母 a 、 b 、 c 、…或用两个大写的拉丁字母AB、CD、…来表示直线。

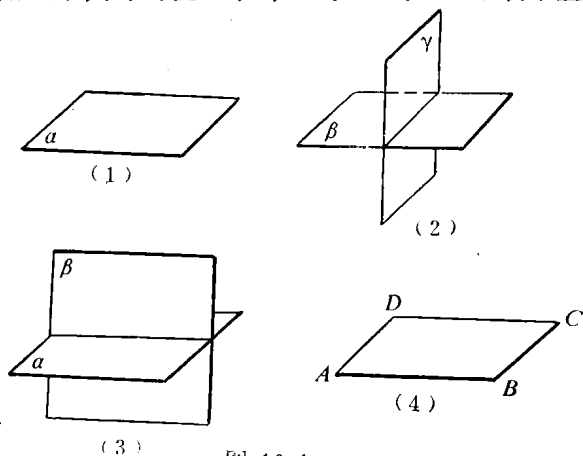


图 10-1

画一个水平放置的平面时，一般把平行四边形的锐角大约画成 45° ，水平放置的横边的长度画成大约等于邻边的二倍。如图10—1（4）中的平面AC就是按 $\angle DAB = 45^\circ$ ， $AB = 2AD$ 画成的。

画一个直立的平面时，可把平面画成矩形或平行四边形，但是一条竖边要画成与水平平面的横边垂直，如图10—1（3）中的平面 β 或（2）中的平面 γ 。

如果一个平面的一部分被另一个平面遮住时，那末被遮住部分的线应画成虚线或不画，如图10—1（2）、（3）。

二 水平放置的平面图形的直观图的画法

用一个平面图形表示空间图形，这样的平面图形不是空间图形的真实图形，但却有较强的立体感，我们把它叫做空间图形的直观图。如图10—2，就是正方体的直观图。

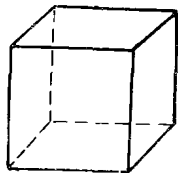


图 10-2

要画空间图形的直观图，首先要学会水平放置的平面图形的直观图的画法。我们只介绍直观图的斜二测画法，这种画法的规则是：

(1) 在已知图形中取互相垂直的 Ox 、 Oy 轴，画直观图时，把它画成对应的 $O'x'$ 、 $O'y'$ 轴，使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ （或 135° ），它们所在的平面表示水平平面。

(2) 已知图形中平行于 Ox 或 Oy 轴的线段，在直观图中分别画成平行于 $O'x'$ 或 $O'y'$ 轴的线段。

(3) 已知图形中平行于 Ox 轴的线段，在直观图中保持原长度不变；平行于 Oy 轴的线段，在直观图中长度为原来的一半。

例1 画水平放置的正六边形的直观图

画法：(1) 在已知正六边形 $ABCDEF$ 中，取对角线 AD 所在的直线为 Ox 轴， AD 的垂直平分线 GH 为 Oy 轴，画对应的 $O'x'$ 轴和 $O'y'$ 轴，使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ 。

(2) 以 O' 为中心，在 $O'x'$ 轴上取 $A'D' = AD$ ，在 $O'y'$ 轴上以 O' 为中心，取 $G'H' = \frac{1}{2}GH$ 。过 G' 、 H' 分别作 $B'C' \parallel O'x'$ 、 $E'F' \parallel O'x'$ ；并且依 G' 为中心，取 $B'C' = BC$ ，依 H' 为中心，取 $E'F' = EF$ 。

(3) 连结 $A'B'$ 、 $C'D'$ 、 $D'E'$ 、 $F'A'$ 所得六边形 $A'B'C'D'E'F'$ 就是正六边形 $ABCDEF$ 的直观图 (图10-3)。

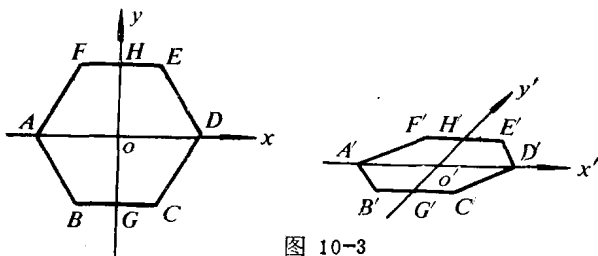


图 10-3

例2 画水平放置的三角形的直观图

画法: (1) 在已知 $\triangle ABC$ 中取 BC 所在的直线为 Ox 轴,作 $AO \perp BC$, AO 所在的直线为 Oy 轴. 画 $O'x'$ 轴和 $O'y'$ 轴,使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$.

(2) 在 $O'y'$ 轴上

取 $O'A' = \frac{1}{2}OA$,

在 $O'x'$ 轴上取 $O'B' = OB$ 、 $O'C' = OC$.

(3) 连结 $A'B'$ 、

$A'C'$, 则 $\triangle A'B'C'$

就是 $\triangle ABC$ 的直观图 (如图10-4)。

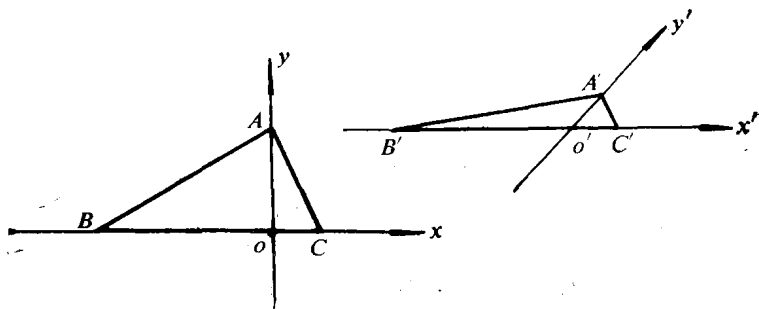


图 10-4

例3 画水平放置的圆的直观图

画法：（1）如图10—5画圆 O 的 Ox 轴和 Oy 轴，设 Ox 轴与圆 O 的交点为 A 、 B ，将 AB 8等分（可以 n 等分），过各分点作 Oy 轴的平行线，分别与圆 O 相交得一组平行的弦。做 $O'x'$ 轴和 $O'y'$ 轴，并且使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ 。

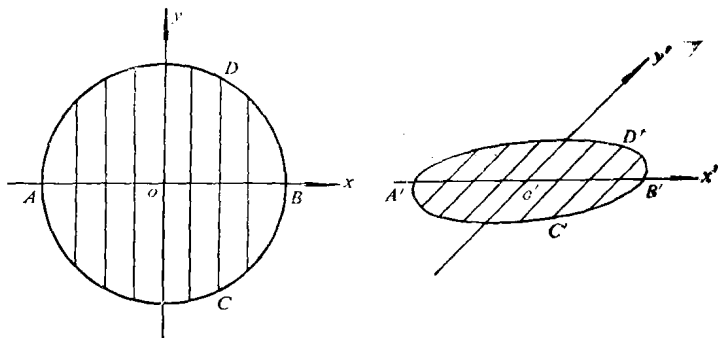


图 10-5

（2）以 O' 为中心在 $O'x'$ 轴上取 $A'B' = AB$ ，并把 $A'B'$ 8等分。过各分点作 $O'y'$ 轴的平行线，再以 $O'x'$ 轴上的各分点为中心，在各平行线上分别取对应的圆 O 的各弦原

弦长的一半，如取 $C'D' = \frac{1}{2}CD$ 。

（3）顺次连结上述线段的端点所成的平滑曲线，就是圆的直观图，如图10—5。

为了使直观图清楚，画图中所引的辅助线（包括 $O'x'$ 轴和 $O'y'$ 轴）在直观图画成后应当擦去。

练习

画水平放置的正方形、正三角形的直观图（只画图，不

写画法) .

三 平面的基本性质

我们把平面的三个基本性质当作公理, 作为研究空间图形的理论基础.

公理一 如果一条直线上有两个点在一个平面内, 那末这条直线上的所有点都在这个平面内.

如图10—6, 直线 l 上有两点 A 、 B 在平面 α 内, 那末 l 上所有点都在平面 α 内, 这时我们说直线在平面 α 内, 或说平面 α 经过直线 l . 点 A 在直线 l 上记为 $A \in l$, 点 A 在平面 α 内记为 $A \in \alpha$, A 不在平面 α 内记为 $A \notin \alpha$, 直线 l 在平面 α 内记为 $l \subset \alpha$.

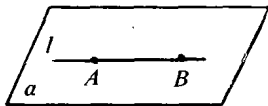


图 10-6

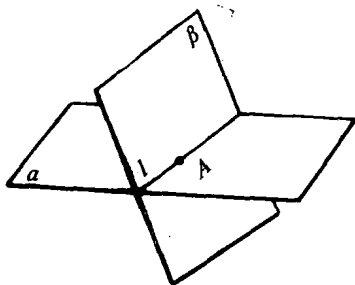


图 10-7

公理二 如果两个平面有一个公共点, 那末它们相交于过这点的一条直线.

如图10—7, 若平面 α 与平面 β 有一个公共点 A , 那末平面 α 和平面 β 就相交于过 A 点的一条直线 l . 记作 $\alpha \cap \beta = l$.

公理三 过不在一直线上的任意三点, 可以作一个平面, 并且只可以作一个平面.

如图10—8所示，平面 α 是由不在一直线上的三点A、B、C所作的平面。这里所说的“可以作一个平面”是指存在着一个平面，而“只可以作一个平面”是指存在的平面只有一个。有时又用“确定一个平面”来代替“可以作一个平面，并且只可以作一个平面”。这个公理又可说成：不在一直线上的任意三点，可以确定一个平面。

我们常见的三脚凳和测量用的三脚架都是这个性质的应用。

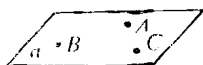


图 10-8

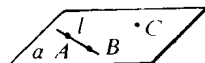


图 10-9

推论一 一条直线和这条直线外一点可以作而且只可以作一个平面。

如图10—9，C是直线 l 外一点，在 l 上任意取两点A、B。根据公理三，过不在一直线上的三点A、B、C可以作一个平面 α 。因为A、B两点都在平面 α 内，所以根据公理一可知直线 l 在平面 α 内，即经过直线 l 和点C可以做一个平面 α 。

因为A、B在直线 l 上，所以经过直线 l 和点C的平面一定经过A、B、C。根据公理三，经过不在一直线上的三点A、B、C只可以作一个平面，所以经过直线 l 和点C只可以作一个平面。即过直线和直线外一点可以作而且只可以作一个平面。

类似可以推得下面的推论：

推论二 两条相交直线可以确定一个平面(图10—10)。

推论三 两条平行直线可以确定一个平面(图10—11)。

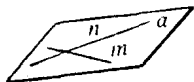


图 10-10

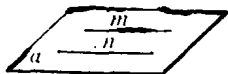


图 10-11

例4 证明：如果一条直线和两条平行直线相交，那末这三条直线共面（即在同一平面内）。

已知 m 、 n 、 l 为三条直线， $m \parallel n$ ， $l \cap m = A$ ， $l \cap n = B$ (图10—12)。

求证 m 、 n 、 l 共面。

证明 $\because m \parallel n$,

$\therefore m$ 和 n 可以确定一个平面 α 。

$\because A \in m$, $B \in n$

$\therefore A \in \alpha$, $B \in \alpha$

又 $\because A \in l$, $B \in l$

$\therefore l \subset \alpha$

因此，三直线 m 、 n 、 l 共面。

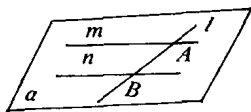


图 10-12

练习

1. 将书的一角接触桌面（书看成是一平面），这时书所在的平面与桌面所在的平面有几个公共点？

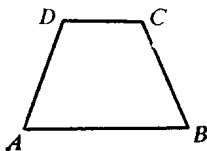
2. 过一条直线可以作多少个平面？

3. 过空间一点可以作多少个平面？过空间两点可以作多少个平面？

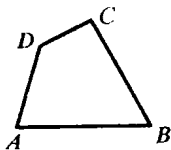
习题 10—1

1 作水平放置的下列平面图形的直观图(不写画法)。

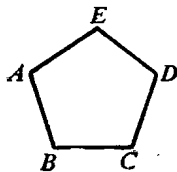
(1)等腰梯形 (2)任意四边形 (3)正五边形



(习题1-1图)



(习题1-2图)



(习题1-3图)

2 下面说法是否正确？为什么？

(1) “任意三点确定一个平面”；

(2) 三条直线相交于一点，那末这三条直线必在一个平面内；

(3) 一条线段在一个平面内，那末这条线段的延长线也在这个平面内；

(4) 任意三角形必然是一个平面图形。

3 四条线段依次首尾相接，所得的封闭图形一定是平面图形吗？为什么？

4 过已知直线外一点和这直线上的三点分别作三条直线，证明这三条直线在同一平面内。

5 空间有四点，它们中间的任何三点都不在一条直线上，这样的四个点能确定多少个平面？

6 怎样用两根细绳来检查一张桌子的四条腿的下端，是否在同一个平面内？

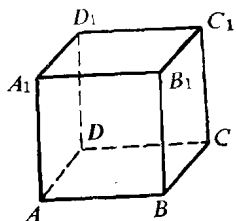
§ 10-2 直线和直线的位置关系

一 两条直线的位置关系

我们知道，在同一平面内的两条不重合的直线的位置关

系只有平行和相交两种。

空间的两条不重合直线之间，还有另外一种位置关系。观察图10—13所示的立方体，线段 AA_1 和线段 B_1C_1 所在的直线不同在一个平面内，它们既不相交，也不平行。



定义 不同在任何一个平面内的两条直线叫做**异面直线**。

因此，空间两条不重合的直线的位置关系有以下三种关系：

- (1) 相交直线——在同一个平面内，只有一个公共点；
- (2) 平行直线——在同一个平面内，没有公共点；
- (3) 异面直线——不同在任何一个平面内，没有公共点。

图 10-13

画异面直线时，要显示出它们不共面的特点，要画成如图10—14中(1)、(2)、(3)的情形，要避免如图10—14中(4)、(5)的画法。

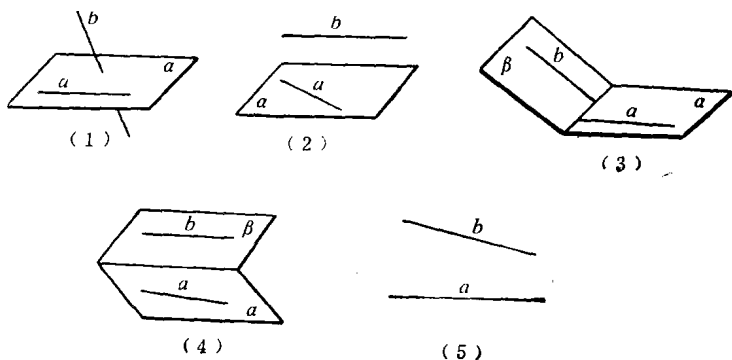


图 10-14