



新浪考试 特别
edu.sina.com.cn 合作

全能

新教材学习法

精心讲解 全面提升能力

全国新课标实验区部分重点中学一线骨干教师联袂编写

学科主编 / 周沛耕 (北京大学附中数学特级教师)

丛书主编 / 刘 强



配华东师大版

初中数学

6

(九年级下册)



知识出版社

联合国教科文组织指出:
未来的文盲是那些没有学会怎样学习的人

示图列早书区学

志区学材建指

(部不整书代)学对中(部大研育)

全能

新教材学习法

全国新课标实验区部分重点中学一线骨干教师联袂编写

配华东师大版

初中数学 6

(九年级下册)

丛书主编：刘 强

学科主编：周沛耕

本册主编：王淑芬 鞠立杰

本册副主编：黄海涛

编者：韩茂义 张明波



知识出版社

图书在版编目(CIP)数据

全能新教材学习法:华东师大版.初中数学.6/刘强主编.—北京:知识出版社,2007.7

ISBN 978-7-5015-5365-5

I.全... II.刘... III.数学课—初中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 118117 号

责任编辑:崔小荷

知识出版社出版

<http://www.ecph.com.cn>

北京阜成门北大街 17 号 电话 010-88390797

知识出版社总发行

全国各地书店经销

印刷

*

开本 787×930 毫米 1/20 印张 96 字数 1920 千字

2007 年 11 月第 1 版 2007 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5015-5365-5

定价:90.00 元(全 6 册)

版权所有 翻印必究

如发现质量问题,请与我们联系

(华东师大版)初中数学⑥(九年级下册)

丛书特点

是一套将同步知识与学科学习方法完美结合,夯实基础与开拓视野并行,趣味讲解与精妙点评共存的辅导丛书。每本书成功地将科学的学习方法融入到同步学习中,既提供总体的学习策略,又给出具体的学习要诀,让方法在实践中运用,让学生在愉快的学习中反思方法。

栏目名称	栏目内容	栏目功能
◎ 知识 结 构 ◎	概括单元要点,指明学习方向,链接背景知识,让你整体把握,有的放矢,对单元知识的学习做到心中有数。	网络结构 深化理解
◎ 新知识全解 ◎	采用“讲、例、练”三结合的方式,系统梳理和剖析单元知识,对误区进行警示,从教材出发又适当拓展延伸,让你事半功倍,轻松突破重点难点。	要点讲解 典例分析
◎ 问题 探 究 ◎	针对本节知识与科技发展、生活实际相联系的问题,或是学科内、学科间的综合问题,进行探究讨论,举例说明。	提高素质 培养兴趣
◎ 中考 动 态 ◎	再现本节知识在中考中曾经出现过的考查类型、角度和深度。只有知道过去曾经考过什么,做到心中有数,方能立于不败之地。	借鉴中考 未雨绸缪
◎ 章末总结提高 ◎	系统梳理本章知识,建立知识框图、网络图,体现知识间的横向联系。分专题归纳总结知识方法,结合训练进行有针对性的讲解。	重点概括 全面提升
◎ 答案全解全析 ◎	对所有习题和课本上的习题详细分析解题思路,点拨解题方法,方便学生自学和教师备课。	规范解答 注重说理

学习法

今天教育的内容百分之八十都应该是方法——方法比事实更重要。

——纳依曼(联合国教科文组织总干事)

飞扬的青春，
在成长的路上洒下一串歌；
快乐的学习，
让知识开启你灵动的悟性。
九州英才网：
网聚青春，
知识和快乐，
期待与你相聚。
让我们在快乐中一起成长。
.....

您只要在“九州英才图书网www.qqbook.cn”的“九州英才读者俱乐部”上注册即可成为本俱乐部会员，并享受以下优惠待遇：

- ◆消费累计优惠：我们的电脑系统将随时完整、准确地记录您每一次消费内容和消费金额，并按照您消费累计金额的增长为您提供越来越丰厚的优惠：消费100元以上可享受8.5折优惠；达到500元以上将享受7.5折优惠。
- ◆您只须拨打一个电话、或发一份传真、或轻点鼠标，我们就会把您需要的书迅速邮寄给您。



是一套将同步知识与学科学习方法完美结合，夯实基础与开拓视野并行，趣味讲解与精妙点评共存的辅导丛书。每本书成功地将科学的学习方法融入到同步学习中，既提供总体的学习策略，又给出具体的学习要诀，让方法在实践中运用，让学生在愉快的学习中反思方法。



在您最希望的礼品后面的方框里打上对号（三种礼品中任选一种）

A 英语工具书5册 ☐

B 基础知识全书一套5册 ☐

C 同年级其他教辅用书6册 ☐



（请您务必填写详细，否则礼品无法送到您手中）

姓名：	学校：	联系电话：
邮编：	通讯地址：	
职业：	教师 ☐ 学生 ☐	调研员 ☐



读者专用评价表

您所评价的书	《全能·新教材学习法》	年级	科目	版别
您认为本书哪些栏目设计得较好?				
您认为本书哪些章节写得较好?				
您认为本书哪些章节写得差?				
您最喜欢的辅导书有哪些?				
书中如有不足之处，敬请详细列举，以便我们更好地修订本书。				

目 录

27.1. 二次函数	(2)
课前热身	(2)
知识结构	(2)
新知识全解	(2)
问题探究	(6)
中考动态	(11)
小结	(14)
休闲驿站	(14)
课后习题答案	(15)
27.2 二次函数的图象与性质	(16)
27.2.1 二次函数 $y=ax^2$ 的图象与性质	(16)
课前热身	(16)
知识结构	(17)
新知识全解	(17)
问题探究	(22)
中考动态	(27)

27.2.2 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质	(32)
课前热身	(32)
知识结构	(33)
新知识全解	(33)
问题探究	(47)
中考动态	(53)
小结	(59)
休闲驿站	(60)
课后习题答案	(60)
27.2.3 求二次函数的关系式	(63)
课前热身	(63)
知识结构	(63)
新知识全解	(64)
问题探究	(70)
中考动态	(77)
小结	(83)

休闲驿站	(83)
课后习题答案	(84)
27.3 实践与探索	(85)
课前热身	(85)
知识结构	(86)
新知识全解	(86)
问题探究	(94)
中考动态	(100)
小结	(113)
休闲驿站	(113)
课后习题答案	(114)
章末总结提高	(115)
第二十八章 圆	
28.1 圆的认识	(135)
28.1.1~28.1.2 圆的基本元素 圆的	
对称性	(136)
课前热身	(136)
知识结构	(136)
新知识全解	(137)
问题探究	(142)
中考动态	(144)
小结	(147)

休闲驿站	(147)
课后习题答案	(148)
28.1.3 圆周角	(149)
课前热身	(149)
知识结构	(150)
新知识全解	(150)
问题探究	(154)
中考动态	(159)
小结	(162)
休闲驿站	(162)
课后习题答案	(163)
28.2 与圆有关的位置关系	(164)
28.2.1 点与圆的位置关系	(164)
课前热身	(164)
知识结构	(164)
新知识全解	(164)
问题探究	(168)
中考动态	(169)
小结	(172)
休闲驿站	(172)
课后习题答案	(172)
28.2.2~28.2.3 直线与圆的位置关系	
切线	(173)
课前热身	(173)

1.0 知识结构	(174)
1.0 新知识全解	(174)
1.0 问题探究	(180)
1.0 中考动态	(182)
1.0 小结	(186)
1.0 休闲驿站	(187)
1.0 课后习题答案	(187)
28.2.4 圆与圆的位置关系	(189)
2.0 课前热身	(189)
1.1 知识结构	(189)
1.1 新知识全解	(190)
1.1 问题探究	(193)
1.1 中考动态	(194)
1.1 小结	(195)
1.1 休闲驿站	(196)
课后习题答案	(197)
28.3 圆中的计算问题	(199)
课前热身	(199)
知识结构	(200)
新知识全解	(200)
问题探究	(203)
中考动态	(207)
小结	(211)
休闲驿站	(211)

课后习题答案	(212)
--------	-------

章末总结提高	(213)
--------	-------

第三十九章 几何的回顾

29.1 几何问题的处理方法	(227)
----------------	-------

2.0 课前热身	(227)
----------	-------

1.0 知识结构	(227)
----------	-------

1.0 新知识全解	(228)
-----------	-------

1.0 问题探究	(243)
----------	-------

1.0 中考动态	(250)
----------	-------

1.0 小结	(255)
--------	-------

1.0 休闲驿站	(256)
----------	-------

1.0 课后习题答案	(258)
------------	-------

29.2 反证法	(260)
----------	-------

2.0 课前热身	(260)
----------	-------

知识结构	(260)
------	-------

新知识全解	(260)
-------	-------

问题探究	(262)
------	-------

中考动态	(263)
------	-------

小结	(263)
----	-------

休闲驿站	(263)
------	-------

课后习题答案	(264)
--------	-------

章末总结提高	(265)
--------	-------

(S1S) 中考真题

(S1S) 第三十章 样本与总体

30.1 抽样调查的意义 (277)

课前热身 (277)

(S1S) 知识结构 (278)

(S1S) 新知识全解 (278)

(S1S) 问题探究 (280)

(S1S) 中考动态 (282)

(S1S) 小结 (284)

(S1S) 休闲驿站 (284)

(S1S) 课后习题答案 (285)

30.2 用样本估计总体 (286)

(S1S) 课前热身 (286)

(S1S) 知识结构 (286)

(S1S) 新知识全解 (286)

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 问题探究 (294)

(S1S) 中考动态 (296)

(S1S) 小结 (301)

(S1S) 休闲驿站 (301)

(S1S) 课后习题答案 (302)

30.3 借助调查做决策 (303)

(S1S) 课前热身 (303)

(S1S) 知识结构 (303)

(S1S) 新知识全解 (303)

(S1S) 问题探究 (311)

(S1S) 中考动态 (312)

(S1S) 小结 (316)

(S1S) 休闲驿站 (317)

(S1S) 课后习题答案 (318)

章末总结提高 (319)

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

(S1S) 中考真题

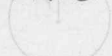
第二十七章 二次函数

本章开始先由生活中的实际问题引入二次函数的概念;再进一步借助二次函数的图象来研究二次函数的有关性质,这部分内容是本章的核心内容,是运用函数研究问题的工具;最后介绍了二次函数知识的综合运用,主要探索了用二次函数观点来解决生活中的一些实际问题,揭示了一元二次方程与二次函数之间的本质关系.

本章的重点是二次函数的图象及性质;难点是会用待定系数法求二次函数的关系式,并能解决一些实际问题.



(5)



(1)

图 27-1-1

二次函数

二次函数



课前热身

知识岛★提纲挈领

温故(还记得吗?)

1. 函数的概念

在两个变量中,其中一个变量 x 每取一个值,另一个变量 y 都有唯一的一个值与它对应,我们就说, y 是 x 的函数,其中 x 是自变量.

2. 一次函数的定义

一般地,如果 $y=kx+b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$),那么 y 叫做 x 的一次函数.当 $b=0$ 时,一次函数 $y=kx+b$ 就成为 $y=kx$ (k 为常数, $k \neq 0$),这时 y 叫做 x 的正比例函数.

3. 反比例函数的定义

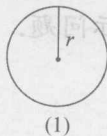
一般地,函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 叫做 y 是 x 的反比例函数.

迎新(问题导入或情景导入)

如图 27-1-1,圆的半径为 r ,面积为 S ,则 S 与 r 之间的关系式是什么?

正方形边长为 x ,面积为 y ,则 y 与 x 之间的关系式是什么?

用长为 l 的绳子围成圆或正方形,哪个图形面积大?



(1)



(2)

图 27-1-1

知识结构

网络结构★深化理解



新知识全解

要点讲解★典例分析

知识点1 二次函数的概念(★★)

形如 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数叫做 x 的二次函数.例如 $y=x^2-$

易错警示: 一定要有 $a \neq 0$ 这个条件,这是为什么?

$2x-3$, $y=2x^2+x$, $y=-3x^2+1$ 等等, 都是 x 的二次函数.

注意: (1) 任何一个二次函数的解析式, 都可以化成 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的形式, 因此, 把 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 叫做二次函数的一般式.

(2) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 中, x, y 是变量, a, b, c 是常量. 自变量 x 的取值范围是全体实数, b 和 c 可以是任意实数, a 必须是不等于 0 的实数. 因为 $a=0$ 时, $y=ax^2+bx+c$ 就是 $y=bx+c$. 若 $b \neq 0$, 则 $y=bx+c$ 是一次函数; 若 $b=0$, 则 $y=c$, 这是一个常数函数.

(3) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的结构特征是: 等号右边是关于自变量 x 的二次多项式.

(4) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有密切联系, 如果将变量 y 换成一个常数, 那么这个二次函数就是一个一元二次方程了.

例 1 下列函数中, 是二次函数的是 ()

A. $y=8x^2+1$

B. $y=8x-1$

C. $y=\frac{8}{x}$

D. $y=\frac{8}{x^2}+1$

【分析】可依据定义作出正确选择.

【解】因为 A 中 $y=8x^2+1$ 形如 $y=ax^2+bx+c$ 的形式, 且 $a \neq 0$, 而 B、C 显然分别是一次函数和反比例函数, 而 D 中 $y=\frac{8}{x^2}+1$ 的右边 $\frac{8}{x^2}+1$ 不是整式, 它是一个分式, 显然也不是二次函数, 故而选 A.

点拨: 判别一个函数是否是二次函数可从三个方面来考虑: (1) 看它是否是整式, 如果不是整式, 则必不是二次函数; (2) 当它是整式时, 再看它是否是一个二次式的整式; (3) 考虑其二次项系数是否为 0. 只有综合考虑上述三点, 才可作出正确判断. 当然, 这里的二次式应是某一个字母的二次式, 而不得是多个字母的二次式. 如 $y=x^2+3xz+z^2$ 不是 y 关于 x 的二次函数.

变式训练

1. 下列函数中是二次函数的是 ()

A. $y=3-2x^2$

B. $y=x^2-\frac{1}{x}$

C. $y=(x-3)^2-x^2$

D. $y=x^3-x^2+1$

2. 判断函数 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-3$ 是否是二次函数, 为什么?

例 2 (原创题) 已知函数 $y=(a-3)x^{|a-1|}$ 是 x 的二次函数, 求常数 a 的值.

【分析】由已知得, $|a-1|=2$, 且 $a-3 \neq 0$, 由此可求 a 的值.

【解】由已知得 $\begin{cases} |a-1|=2, \\ a-3 \neq 0, \end{cases}$

解 $|a-1|=2$, 得 $a_1=3, a_2=-1$.

又 $\because a-3 \neq 0, \therefore a \neq 3$.

$\therefore a=-1$.

点拨: 在解与二次函数有关的问题时, 一定要注意不能忘记二次项的系数不为零这个条件.

☀ 变式训练

3. 已知 $y = (k-2)x^{k^2+k-4}$ 是关于 x 的二次函数, 求常数 k 的值.

4. 已知函数 $y = (n^2+n-6)x^{n^2-3n+4} + x$ 是二次函数, 求 n 的值.

例 3 用一根长为 800 cm 的木条, 做一个长方形的窗框, 若宽为 x cm, 写出它的面积 y cm² 与 x cm 的函数关系式, y 是 x 的二次函数吗?

【分析】 长方形的宽是 x cm, 周长是 800 cm, 故它的长是 $\frac{800-2x}{2} = (400-x)$ cm, 再用含 x 的代数式表示它的面积 (矩形的面积 = 长 × 宽) 即可.

【解】 $y = x(400-x)$ ($0 < x < 400$), 即 $y = -x^2 + 400x$ ($0 < x < 400$), y 是 x 的二次函数.

点拨: 求一些图形中相关量之间的函数关系式时, 通常先用自变量 x 的代数式表示出相关的量, 由此写出函数关系式. 写函数关系式时一般用到特殊图形的面积公式、直角三角形的勾股定理及边角关系 (三角函数)、相似图形中的成比例线段等.

☀ 变式训练

5. 某工厂计划为一批长方体形状的产品涂上油漆, 长方体的长和宽相等, 高比长多 0.5 m.

(1) 长方体的长和宽用 x (m) 表示, 长方体需要涂漆的表面积 S (m²) 如何用 x 表示?

(2) 如果涂漆每平方米所需要的费用是 5 元, 油漆每个长方体所需费用用 y (元) 表示, 那么 y 关于 x 的表达式是什么?

▶ 知识点 2 二次函数的函数值 (★)

当给定自变量 x 的一个值后, 就有唯一的 y 值与之对应, 这时 y 的值就是函数值. 如对二次函数 $y = x^2 + x + 1$ 来说, 当 $x = 1$ 时, 函数值 $y = 1^2 + 1 + 1 = 3$, 而当 $x = 0$ 时, 函数值 $y = 1$.

注意: 对二次函数中每个自变量的值, 都有唯一的一个函数值与之对应, 反之却不一定, 如函数 $y = x^2 - 2x + 1$, 当 $x = 0$ 时, $y = 1$, 而当 $y = 1$ 时, 可由 $x^2 - 2x + 1 = 1$ 知, x 的值有两个, $x_1 = 0, x_2 = 2$.

例 4 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$, 当 $x = 1$ 时, $y = 2$; 当 $x = 0$ 时, $y = 1$; 当 $x = -1$ 时, $y = -4$, 求 a, b, c 的值.

【分析】 二次函数中, 对每一个自变量的取值, 都有唯一的一个函数值与之对应, 本题中, 需把相应的 x, y 值代入函数关系式中, 可得到关于 a, b, c 的方程组.

【解】 根据题意, 得
$$\begin{cases} a+b+c=2, \\ c=1, \\ a-b+c=-4. \end{cases}$$

解得 $a = -2, b = 3, c = 1$.

点拨: 运用待定系数法, 由已知建立方程组, 由此可求其系数的值.

☀ 变式训练

6. 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$, 当 $x = 1$ 时, $y = 0$; 当 $x = 4$ 时, $y = -21$. 求 b, c 的值.

例 5 在一块长方形镜面玻璃的四周镶上与它的周长相等的边框, 制成一面镜子, 镜子的长与宽的比是 2 : 1, 已知镜面玻璃的价格是每平方米 120 元, 边框的价格是每米

30元,另外制作这面镜子还需加工费45元,设制作这面镜子的总费用是 y 元,镜子的宽是 x 米.

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2)如果制作这面镜子共花了195元,求这面镜子的长和宽.

【分析】由镜子的长与宽的比是2:1得长为 $2x$,镜子的总费用 y 是镜面玻璃的费用,加上边框的费用,再加上手工费.

【解】(1) y 与 x 之间的函数关系式是:

$$y = 120 \times 2x \cdot x + 30 \times 2(2x + x) + 45,$$

$$\text{即 } y = 240x^2 + 180x + 45.$$

(2)当 $y = 195$ 时,

$$195 = 240x^2 + 180x + 45,$$

解这个方程,得 $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{5}{4}$.

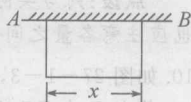
当 $x_2 = -\frac{5}{4}$ 时,不合题意,舍去.当 $x = x_1 = \frac{1}{2}$ 时, $2x = 1$.

答:这面镜子的长为1米,宽为 $\frac{1}{2}$ 米.

点拨:解决包含相等关系的二次函数应用题时,一定要仔细审题,找出相等关系,弄清数据间的内在联系,从而得出解析式.

变式训练

7. 如图27-1-2所示,有长为30米的竹篱笆,一面利用一堵15米长的墙围成一矩形苗圃,设矩形的长为 x 米,矩形面积为 y 平方米.



(1)求 y 关于 x 的函数关系式,并写出自变量 x 的取值范围;

(2)当苗圃面积为108平方米时,矩形的两边长是多少?

图27-1-2

8. 某区2004年年底绿化面积为20万平方米,计划从2005年起每年都比上年增加绿化面积 $m\%$,到2006年底的绿化面积可达到 y 万平方米,请写出 y 与 m 之间的函数关系式,并求当 $m = 10$ 时 y 的值.

【易错剖析1】忽略二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中的重要条件 $a \neq 0$.

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)中, x, y 是变量, a, b, c 是常量,自变量 x 的取值范围是全体实数, b, c 可以是任意实数, a 必须是不等于0的实数.因为 $a = 0$ 时, $y = ax^2 + bx + c$ 就变为 $y = bx + c$,此时若 $b \neq 0$,则 $y = bx + c$ 是一次函数;若 $b = 0$,则 $y = c$,这是一个常数函数.

例6 m 为何值时, $y = (m+1)x^{m^2-3m-2}$ 是二次函数?

【分析】根据二次函数的定义,要使 $y = (m+1)x^{m^2-3m-2}$ 是二次函数, m 不但应满足 $m^2 - 3m - 2 = 2$,而且还应满足 $m+1 \neq 0$,二者缺一不可.很多同学在求解时易忽略隐含条件 $m+1 \neq 0$ 而导致错误.

【解】根据题意知, m 应满足 $\begin{cases} m^2 - 3m - 2 = 2 \\ m + 1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \text{ 或 } m = 4, \\ m \neq -1. \end{cases}$

$\therefore m = 4$.

点拨:解这类题目特别注意防止漏掉“二次项系数不等于0”这个隐含条件.

润和总的销售量,就可回答(1)、(2)两个问题;第(3)小题的实质就是已知函数值,求自变量的值,将 $y=8\ 000$ 代入函数的解析式,解方程即可.

【解】(1)当销售单价定为每千克 55 元时,月销售量为 $500-(55-50)\times 10=450$ 千克,所以月销售利润为 $(55-40)\times 450=6\ 750$ 元;

$$\begin{aligned} (2) \text{销售单价为每千克 } x \text{ 元,月销售量为 } [500-(x-50)\times 10] \text{ 千克,而月销售利润为:} \\ y=(x-40)[500-(x-50)\times 10] \\ = (x-40)(1\ 000-10x) \\ = -10x^2 + 1\ 400x - 40\ 000 \end{aligned}$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为: $y = -10x^2 + 1\ 400x - 40\ 000$.

(3)要使得月销售利润达到 8 000 元,即 $y=8\ 000$,

$$\therefore -10x^2 + 1\ 400x - 40\ 000 = 8\ 000.$$

整理,得 $x^2 - 140x + 4\ 800 = 0$.

解这个方程,得 $x_1=60, x_2=80$.

①当销售单价定为每千克 60 元时,

月销售量为: $500-(60-50)\times 10=400$ (千克),

月销售成本为: $40\times 400=16\ 000$ (元).

②当销售单价定为每千克 80 元时,

月销售量为: $500-(80-50)\times 10=200$ (千克),

月销售成本为: $40\times 200=8\ 000$ (元).

由于月销售成本不超过 10 000 元,

$\therefore$ 销售单价应定为 80 元.

点拨: 本题的易错点是求出自变量的值 $x_1=60, x_2=80$ 后,不加讨论,而误以为两个都符合条件;只有认真审题,抓住题目的要求:月销售成本不超过 10 000 元,进行分类讨论,才能杜绝这种错误.

变式训练

11. 某商场销售一批名牌衬衫,平均每天可售出 20 件,每件盈利 40 元,为了扩大销售,增加盈利,尽快减少库存,商场决定采取适当的降价措施,经调查发现,如果每件衬衫每降价 1 元,商场每天可多售出 2 件.

(1)若商场平均每天要盈利 1 200 元,每件衬衫应降价多少元?

(2)若每件衬衫降价 x 元时,商场平均每天盈利 y 元,写出 y 与 x 的函数关系式.

12. 某商店购进一批单价为 16 元的日用品,销售一段时间后,为了获得更多利润,商店决定提高销售价格,经试验发现,若按每件 20 元的价格销售时,每月能卖 360 件,按每件 25 元销售时,每月能卖 210 件.假定每月销售的件数 y (件)是价格 x (元/件)的一次函数.

(1)试求 y 与 x 的函数关系式;

(2)如果以每件 x 元销售时,每月可获得销售利润为 ω 元,试写出 ω 与 x 之间的函数关系式,它是 x 的二次函数吗?

例 9 如图 27-1-4 有长为 24 m 的篱笆,一面利用墙(墙的最大可用长度 a 为 10 m)围成中间隔有一道篱笆的长方形花圃,设花圃的宽 AB 为 x m,面积为 S m².

(1)求 S 与 x 的函数关系式;

(2)如果要围成面积为 45 m² 的花圃, AB 的长为多少米?

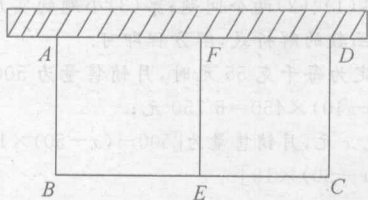


图 27-1-4

(3)能围成面积比 45 m^2 更大的花园吗?如果能,请求出最大面积,并说明围法;如果不能,请说明理由.

【分析】本题是一先求二次函数解析式,然后利用二次函数的知识求最大值的应用问题.应注意篱笆总长被分为 AB 、 CD 、 EF 、 BC 四部分,其中 AB 、 EF 、 CD 长度相同,若 $AB=x \text{ m}$,则 $BC=(24-3x) \text{ m}$,取值范围中 $0 < BC \leq 10$,即 $24-3x \leq 10$ 且 $3x < 24$.

【解】(1) AB 为 $x \text{ m}$,则 $BC=(24-3x) \text{ m}$,所以 $S=x(24-3x)=-3x^2+24x$.

$\because BC \leq 10, \therefore 0 < 24-3x \leq 10$

$\therefore \frac{14}{3} \leq x < 8$.

$\therefore S$ 与 x 的函数关系式为 $S=-3x^2+24x$ ($\frac{14}{3} \leq x < 8$).

(2)若 $S=45$,则 $-3x^2+24x=45$. 解之得 $x_1=3, x_2=5$.

又 $\because \frac{14}{3} \leq x < 8, \therefore x=5$,即当 AB 的长为 5 m 时,花园的面积为 45 m^2 .

(3)将 $S=-3x^2+24x$ 配方,得

$S=-3x^2+24x=-3(x^2-8x+16-16)=-3(x-4)^2+48$.

$\therefore \frac{14}{3} \leq x < 8, \therefore$ 当 $x=\frac{14}{3}$ 时, $S=-3(\frac{14}{3}-4)^2+48=46\frac{2}{3} > 45$.

$\therefore$ 能围成面积比 45 m^2 更大的花园,当 AB 为 $\frac{14}{3} \text{ m}$, BC 为 10 m 时,花园的面积最大,最大面积是 $46\frac{2}{3} \text{ m}^2$.

点拨:求实际问题的最大值或最小值,要注意使解符合实际情况,如在(2)中求出的两个解中 $x_1=3$,虽然是所列方程的解但不符合实际,即 $AB=3$ 时, $BC=15 > 10$. 在(3)中, $x=4$ 时, S 最大,但 AB 的长不能小于 $\frac{14}{3} \text{ m}$.

变式训练

13. 某公司生产的 A 种产品,它的成本是 2 元,售价是 3 元,年销售量为 10 万件. 为了获得更好的效益,公司准备拿出一定的资金做广告. 根据经验,每年投入的广告费 x (十万元)时,产品的年销售量将是原销售量的 y 倍,且 y 是 x 的二次函数,它们的关系如下表:

x (十万元)	0	1	2	...
y	1	1.5	1.8	...