高考必备·圆梦经典

2010XINKEBIAOGAOKAO
2010新课标高考

主编 杨泽忠

大学直通车

高效复习方略

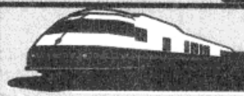
高考一轮复习

数学

人教B版
（理科）

青岛出版社

Contents 目录



高效复习方略

目录 Contents

高效复习方略

第一章 集合与常用逻辑用语

本章复习导引

考纲要求

1. 集合

(1) 集合的含义与表示

① 了解集合的含义，元素与集合的"属于"关系.

② 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述具体问题.

(2) 集合间的基本关系

① 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集.

② 在具体情境中，了解全集与空集的含义.

(3) 集合的基本运算

① 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集.

② 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集.

③ 能使用维恩图表达集合的关系及运算.

2. 常用逻辑用语

(1) 命题及其关系

① 了解命题及其逆命题、否命题与逆否命题.

② 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义，会分析四种命题的相互关系.

(2) 简单的逻辑联结词

了解逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义.

(3) 全称量词与存在量词

① 理解全称量词与存在量词的意义.

② 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

备考建议

1. 在集合学习中，要通过丰富的实例理解集合的概念，学习集合语言最好的方法是使用. 在关于集合之间的关系和运算的学习中，使用维恩图是重要且有效的.

2. 含参数的集合问题，多根据集合中元素的互异性处理，有时需要用到分类讨论、数形结合思想；集合问题多与函数、方程、不等式联系，要注意各类知识的融会贯通.

3. 命题一般是指明确地给出条件和结论的语句，重点关注四种命题的相互关系和命题的必要条件、充分条件、充要条件；在使用常用逻辑用语的过程中，应掌握常用逻辑用语的用法，体会运用常用逻辑用语表述数学内容的准确性、简洁性.

4. 集合与常用逻辑用语既是高中数学的重要基础知识又是高中数学的重要工具，可以说这部分内容是基础中的基础. 高考对该部分的考查主要体现在：集合的概念与运算，命题及其关系，充分必要条件，逻辑联结词和量词. 在题型上大多以选择题、填空题的形式出现，重在考查对集合意义的理解和能否正确地使用逻辑用语.

1.1 集合概念与集合之间的关系

知识系统构建

知识整合

1. 集合的概念和表示

(1) 集合元素的三个特征：________、________、________.

(2) 集合的三种表示方法是________、________、________.它们各有优点，用什么方法表示集合，要具体情况具体分析.

(3) 常用数集：自然数集 **N**；正整数集 $\mathbf{N}^*$（或 $\mathbf{N}_+$）；整数集 **Z**；有理数集 **Q**；实数集 **R**.

(4) 集合的分类：按集合中元素个数划分，集合可以分为________、________、________.

2. 集合之间的关系

(1) 子集、真子集及其性质

对任意的 $x \in A$，都有 $x \in B$，则 $A \subseteq B$（或 $B \supseteq A$）.

若 $A \subseteq B$，且在 B 中至少有一个元素 $x \in B$，但 $x \notin A$，则 $A \subsetneqq B$（或 $B \supsetneqq A$）.

$\varnothing \subseteq A$；$A \subseteq A$；$A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$.

(2) 若 A 含有 n 个元素，则 A 的子集个数为________个，A 的非空子集个数为________个，A 的非空真子集为________个.

(3) 集合相等

若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$，则 $A = B$.

双基检测

1. 集合 $P = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$，$Q = \{x \mid x = 2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$，$R = \{x \mid x = 4k+1, k \in \mathbf{Z}\}$，$a \in P$，$b \in Q$，则有 (　　)

A. $a+b \in P$

B. $a+b \in Q$

C. $a+b \in R$

D. $a+b$ 不属于 P、Q、R 中任何一个

2. 设集合 $A = \{x \mid y = x^2 - 1\}$，$B = \{y \mid y = x^2 - 1\}$，$C = \{(x,y) \mid y = x^2 - 1\}$，则下列关系中不正确的一个是 (　　)

A. $A \cap C = \varnothing$　　B. $B \cap C = \varnothing$

C. $B \subseteq A$　　D. $A \cup B = C$

3. 满足条件 $\{1,2\} \subseteq A \subsetneqq \{1,2,3,4,5\}$ 的集合 A 的个数有 (　　)

A. 4 个　　B. 5 个　　C. 6 个　　D. 7 个

4. (2008 年江西) 定义集合运算：$A * B = \{z \mid z = xy, x \in A, y \in B\}$. 设 $A = \{1,2\}$，$B = \{0,2\}$，则集合 $A * B$ 的所有元素之和为 (　　)

A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. 6

5. 设 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$，$B = \{x \mid x < a\}$，若 $A \subsetneqq B$，则 a 的取值范围是 (　　)

A. $a \geqslant 2$　　B. $a \leqslant 1$　　C. $a \geqslant 1$　　D. $a \leqslant 2$

题型归纳探究

题型归纳

题型一　元素与集合的关系

例 1　已知关于 x 的不等式 $\dfrac{ax-5}{x^2-a} < 0$ 的解集为 M.

(1) 当 $a = 4$ 时，求集合 M；

(2) 若 $3 \in M$，且 $5 \notin M$，求实数 a 的取值范围.

【思路精析】 (2) 中，$3 \in M \Leftrightarrow 3$ 是已知不等式的解 $\Leftrightarrow$ 将 3 代入后不等式成立；$5 \notin M \Leftrightarrow$ 将 5 代入后不等式不成立.

题型二　集合与集合之间的关系

例 2　已知集合 $A = \{x \mid 0 < ax + 1 \leqslant 5\}$，集合 $B = \left\{x \,\middle|\, -\dfrac{1}{2} < x \leqslant 2\right\}$.

(1) 若 $A \subseteq B$，求实数 a 的取值范围；

(2) 若 $B \subseteq A$，求实数 a 的取值范围；

(3) A，B 能否相等？若能，求出 a 的值；若不能，试说明理由.

【思路精析】 解答本题关键是正确求出集合 A 中的不等式的解，注意对 a 应分 $a = 0$，$a > 0$，$a < 0$ 三种情形讨论.

例3 已知集合 $A=\{a,a+d,a+2d\}$，$B=\{a,aq,aq^2\}$（a 为常数），若 $A=B$，求 d,q 的值.

【思路精析】 充分利用分类讨论思想建立相应的方程组，并注意利用集合中元素的性质进行合理取舍.

跟踪演练

1.（2007年江西）若集合 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{(x,y)\mid x-2y+1\geqslant 0$，且 $x-2y-1\leqslant 0,x,y\in M\}$，则 N 中的元素个数为 （ ）

A. 9个 B. 6个 C. 4个 D. 2个

2. 设集合 $A=\{x-y,x+y,xy\}$，$B=\{x^2+y^2,x^2-y^2,0\}$，且 $A=B$，求实数 x 和 y 的值及集合 A,B.

3. 已知函数 $f(x)=x^2+px+q$，$A=\{x\mid f(x)=x\}$，$B=\{x\mid f(x-1)=x+1\}$. 当 $A=\{2\}$ 时，求集合 B.

规律总结

1. 对集合的认识，要以代表元素为切入点，首先明确元素的特性，再看元素满足的条件；当集合的元素用参数表示时，要注意集合元素的互异性.

2. 确定集合之间的关系，要充分利用集合元素的特征性质研究元素的构成. 会借助数轴、平面区域、图形等判断两个集合之间的包含关系，同时会利用 $A\subseteq B$、$A=B$ 等条件求集合中字母的值. 利用 $A\subseteq B$ 求字母值时，不要忽略 $A=\varnothing$ 的情况，另外，当 B 为有限集时，可以列出 A 的所有情况求字母的值. 利用 $A=B$ 求字母值时，根据对应元素求出的值，要重新代入集合验证.

优化训练设计

一、选择题

1. 集合 $A=\{1,-3,5,-7,9,-11,\cdots\}$ 用描述法表示正确的是 （ ）

(1) $\{x\mid x=2^n\pm 1,n\in\mathbf{N}\}$；

(2) $\{x\mid x=(-1)^n(2n-1),n\in\mathbf{N}\}$；

(3) $\{x\mid x=(-1)^n(2n+1),n\in\mathbf{N}\}$；

(4) $\{x\mid x=(-1)^{n+1}(2n-1),n\in\mathbf{N}\}$.

A. 只有(4) B. (1)(4) C. (2)(4) D. (3)(4)

2. 设 $\mathbf{N},\mathbf{Q},\mathbf{R},\mathbf{Z}$ 分别表示自然数集，有理数集，实数集，整数集，又集合 $M=\left\{x\left|x=\dfrac{9-6t+t^2}{t-3},t\in\mathbf{Z},t\neq 3\right.\right\}$，若 $x\in M$，则 ① $x\in\mathbf{N}$，② $x\in\mathbf{Q}$，③ $x\in\mathbf{R}$，④ $x\in\mathbf{Z}$.

其中正确的个数有 （ ）

A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

3.（2007年全国）设 $a,b\in\mathbf{R}$，集合 $\{1,a+b,a\}=\left\{0,\dfrac{b}{a},b\right\}$，则 $b-a$ 等于 （ ）

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

4. 设集合 $A=\{x\mid x=5-4a+a^2,a\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y\mid y=4b^2+4b+2,b\in\mathbf{R}\}$，则下列关系式正确的是 （ ）

A. $A=B$ B. $A\supseteq B$

C. $A\subsetneqq B$ D. $A\cap B=\varnothing$

5. 已知非空集合 P 满足：

(1) $P\subseteq\{1,2,3,4,5\}$；

(2) 若 $a\in P$，则 $6-a\in P$.

符合上述条件的集合 P 的个数是 （ ）

A. 4个 B. 5个 C. 7个 D. 31个

6. 集合 $M=\left\{a\left|\dfrac{6}{5-a}\in\mathbf{N}^*,a\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，用列举法表示为 （ ）

A. $\{4,2\}$ B. $\{3,-1\}$

C. $\{4,3,2,-1\}$ D. $\{4,3,2\}$

二、填空题

7. 设 $M=\{(x,y)\mid mx+ny=4\}$，且 $\{(2,-1),(-2,5)\}\subsetneqq M$，则 $m=$ ________，$n=$ ________.

8. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid y=2x-1\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x+3\}$，若 $a\in A$，且 $a\in B$，则 $a=$ ________.

9. 已知向量 $\boldsymbol{p}=(2,x-1)$，$\boldsymbol{q}=(x,-3)$ 且 $\boldsymbol{p}\perp\boldsymbol{q}$. 若由 x 的值构成的集合 A 满足 $A\supseteq\{x\mid ax-2=0\}$，则 a 的取值集合是 ________.

10.（2008年福建）设 P 是一个数集，且至少含有两个数，若对任意 $a,b\in P$，都有 $a+b,a-b,ab,\dfrac{a}{b}\in P$（除数 $b\neq 0$），则称 P 是一个数域. 例如有理数集 $\mathbf{Q}$ 是数域；数集 $F=\{a+b\sqrt{2}\mid a,b\in\mathbf{Q}\}$ 也是数域，有下列命题：

① 整数集是数域;② 若有理数集 $\mathbf{Q}\subseteq M$,则数集 M 必为数域;③ 数域必为无限集;④ 存在无穷多个数域.

其中正确的命题的序号是________.(把你认为正确的命题的序号都填上)

三、解答题

11. 集合 $A=\{x\mid x^2+ax+1=0\}$,$B=\{1,2\}$,且 $A\subsetneqq B$,求实数 a 的取值范围.

12. 已知集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$,$B=\{y\mid y=2x-a,a\in\mathbf{R},x\in A\}$,$C=\{z\mid z=x^2,x\in A\}$,是否存在实数 a 的值,使 $C\subseteq B$?若存在,求出 a 的取值范围;若不存在,说明理由.

1.2 集合之间的运算

知识系统构建

知识整合

1. 集合的交集与并集

(1) 交集

对于两个给定的集合 A,B,由属于 A 且属于 B 的所有元素(即 A 与 B 的________元素)所构成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 $A\cap B$. $A\cap B=$________________.

(2) 并集

一般的,对于两个给定的集合 A,B,把它们所有的元素并在一起构成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A\cup B$. $A\cup B=$________________.

(3) 有关性质与结论

① 对任意集合 A,B,C,有

$A\cap B=B\cap A$,$A\cap\varnothing=$________,$A\cap A=$________;

$A\cup B=B\cup A$,$A\cup\varnothing=$________,$A\cup A=$________;

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$,$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$.

② $A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=$________$\Leftrightarrow A\cup B=$________;$A\cap B=A\cup B\Leftrightarrow A=B$.

2. 全集与补集

(1) 全集

在研究集合与集合之间的关系时,如果所要研究的集合都是某一给定集合的子集,那么称这个给定的集合为全集,通常用 U 表示.

(2) 补集

如果 A 是全集 U 的一个子集,由 U 中的所有________的元素构成的集合,叫做 A 在 U 中的补集,记作 $\complement_U A$.

(3) 有关性质与结论

① $A\cap\complement_U A=\varnothing$,$A\cup\complement_U A=U$,$\complement_U(\complement_U A)=A$;$A\cup B=\varnothing\Leftrightarrow A=B=\varnothing$.

② $A\subseteq B$ 可表述为:对任意 $x\in A$,有 $x\in B$;

$A\nsubseteq B$ 可表述为:对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 中至少存在一个元素不是集合 B 的元素,那么 $A\nsubseteq B$,即存在 $x\in A$,但 $x\notin B$.

双基检测

1. (2009年青岛模拟)设集合 $P=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $Q=\{x\in\mathbf{R}\mid 2\leqslant x\leqslant 5\}$,那么下列结论正确的是 ( )

A. $P\cap Q=P$　　B. $P\cap Q\supseteq Q$

C. $P\cap Q\subseteq P$　　D. $P\cap Q=Q$

2. (2007年福建)已知集合 $A=\{x\mid x<a\}$,$B=\{x\mid 1<x<2\}$,且 $A\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=\mathbf{R}$,则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $a\leqslant 1$　　B. $a<1$　　C. $a\geqslant 2$　　D. $a>2$

3. (2008年湖南)已知 $U=\{2,3,4,5,6,7\}$,$M=\{3,4,5,7\}$,$N=\{2,4,5,6\}$,则 ( )

A. $M\cap N=\{4,6\}$　　B. $M\cup N=U$

C. $(\complement_U N)\cup M=U$　　D. $(\complement_U M)\cap N=N$

4. (2007年山东)已知集合 $M=\{-1,1\}$,$N=\left\{x\left|\frac{1}{2}<2^{x+1}<4,x\in\mathbf{Z}\right.\right\}$,则 $M\cap N$ 等于 ( )

A. $\{-1,1\}$　　B. $\{-1\}$　　C. $\{0\}$　　D. $\{-1,0\}$

5. (2008年海南、宁夏)已知集合 $M=\{x\mid(x+2)(x-1)<0\}$,$N=\{x\mid x+1<0\}$,则 $M\cap N$ 等于 ( )

A. $(-1,1)$　　B. $(-2,1)$

C. $(-2,-1)$　　D. $(1,2)$

题型归纳探究

题型归纳

题型一　集合的交集、并集运算

例1　已知集合 $A=\{x\mid x^2-4mx+2m+6=0\}$，$B=\{x\mid x<0\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，求实数 m 的取值范围.

【思路精析】 $A\cap B\neq\varnothing$，说明集合 A 是由方程 $x^2-4mx+2m+6=0$ 的实根组成的非空集合，并且方程的根有：(1) 两负根；(2) 一负根，一零根；(3) 一负根，一正根三种情况，分别求解比较麻烦，但我们可先由 $\Delta\geqslant 0$，求出全集 U，再求方程两根均为非负时 m 的取值范围，再利用"补集"求解.

例2　设 $A=\{x\mid x^2+4x=0\}$，$B=\{x\mid x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$.

(1) 若 $A\cap B=B$，求 a 的值；

(2) 若 $A\cup B=B$，求 a 的值.

【思路精析】 明确 $A\cap B=B$ 和 $A\cup B=B$ 的含义，根据问题的需要，将 $A\cap B=B$ 和 $A\cup B=B$ 转化为等价的关系：$B\subseteq A$ 和 $A\subseteq B$ 是解决本题的关键. 同时，在包含关系式 $B\subseteq A$ 中，不要漏掉 $B=\varnothing$ 的情况.

题型二　补集运算

例3　设集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid x^2+2(a+1)x+(a^2-5)=0\}$.

(1) 若 $A\cap B=\{2\}$，求实数 a 的值；

(2) 若 $A\cup B=A$，求实数 a 的取值范围；

(3) 若 $U=\mathbf{R}$，$A\cap(\complement_U B)=A$，求实数 a 的取值范围.

【思路精析】 对于含参数的集合的运算，首先解出不含参数的集合，而后根据已知条件求参数.

跟踪演练

1. 设集合 $A=\{x\mid 2x^2-px+q=0\}$，$B=\{x\mid 6x^2+(p+2)x+5+q=0\}$，若 $A\cap B=\left\{\frac{1}{2}\right\}$，求 $A\cup B$.

2. 若 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$.

(1) 若 $A\cap B=A\cup B$，求 a 的值；

(2) 若 $\varnothing\subsetneqq A\cap B$，$A\cap C=\varnothing$，求 a 的值.

3. 已知集合 $A=\{x\mid 3x+1>0\}$，$B=\{x\mid 3x^2-2x-1>0\}$，全集 U 为实数集，求 $A\cap B$，$A\cup B$，$(\complement_U A)\cap B$.

规律总结

1. 正确理解和区分集合的"交"、"并"运算：

(1) 要注意"且"与"或"的含义，注意"且"与"或"和"交"与"并"之间的联系与区别.

(2) 记住几个重要结论：$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$；$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$；$A\cap B=A\cup B\Leftrightarrow A=B$；$A\cup B=\varnothing\Leftrightarrow A=B=\varnothing$.

(3) 集合的交、并运算要注意数轴的应用.

2. 维恩图在解决集合的关系与运算方面有其独特功效，特别是一些抽象集合的问题，应用它解决非常直观、方便，要自觉运用，形成习惯.

3. 求某一个集合的补集的前提是必须明确全集，同一个集合在不同全集中的补集是不相同的. 若 A、B 是 S 的两个子集，则全集 S 最多被 4 个集合 $A\cap B$，$A\cap(\complement_S B)$，$B\cap(\complement_S A)$，$\complement_S(A\cup B)$ 所划分，其中必有 $A\cap B\subseteq A$、$B\subseteq A\cup B\subseteq S$. 若 A、B 是 S 的两个子集，则全集 S 最多被 4 个集合 $A\cap B$，$A\cap(\complement_S B)$，$B\cap(\complement_S A)$，$\complement_S(A\cup B)$ 所划分，其中必有 $A\cap B\subseteq A$、$B\subseteq A\cup B\subseteq S$.

4. 正确理解交、并、补集的概念是进行相关运算的必要条件，使用维恩图和数轴是进行补集运算的基本方法.

优化训练设计

一、选择题

1.(2008年天津)设集合$S=\{x\mid |x-2|>3\}$，$T=\{x\mid a<x<a+8\}$，$S\cup T=\mathbf{R}$，则a的取值范围是　（　）

A.$-3<a<-1$　B.$-3\leqslant a\leqslant -1$

C.$a\leqslant -3$或$a\geqslant -1$　D.$a<-3$或$a>-1$

2.(2008年山东临沂质量检测)给定集合A，B，定义$A※B=\{x\mid x=m-n,m\in A,n\in B\}$。若$A=\{4,5,6\}$，$b=\{1,2,3\}$，则集合$A※B$中的所有元素之和为　（　）

A.15　B.14　C.27　D.-14

3.设集合$M=\left\{x\left|m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\right.\right\}$，$N=\left\{x\left|n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\right.\right\}$，且$M$，$N$都是集合$\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$的子集，如果把$b-a$叫做集合$\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$的“长度”，那么集合$M\cap N$的“长度”的最小值是　（　）

A.$\frac{1}{3}$　B.$\frac{2}{3}$　C.$\frac{1}{12}$　D.$\frac{5}{12}$

4.集合$M=\{x\mid x<-2$或$x\geqslant 3\}$，$N=\{x\mid x-a\leqslant 0\}$，若$N\cap \complement_{\mathbf{R}}M\neq\varnothing$，则$a$的取值范围是　（　）

A.$\{a\mid a\leqslant 3\}$　B.$\{a\mid a>-2\}$

C.$\{a\mid a\geqslant -2\}$　D.$\{a\mid -2\leqslant a\leqslant 2\}$

5.(2008年山东)满足$M\subseteq\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$，且$M\cap\{a_1,a_2,a_3\}=\{a_1,a_2\}$的集合$M$的个数是　（　）

A.1　B.2　C.3　D.4

6.(2007年广东)设S是至少含有两个元素的集合。在S上定义了一个二元运算“$*$”(即对任意的$a,b\in S$，有序元素对(a,b)在S中有唯一确定的元素$a*b$与之对应)。若对任意的a，$b\in S$，有$a*(b*a)=b$，则对任意的$a,b\in S$，下列等式中不恒成立的是　（　）

A.$(a*b)*a=a$　B.$[a*(b*a)]*(a*b)=a$

C.$b*(b*b)=b$　D.$(a*b)*[b*(a*b)]=b$

二、填空题

7.(2008年江苏)$A=\{x\mid (x-1)^2<3x-7\}$，则$A\cap\mathbf{Z}$的元素个数为________.

8.(2008年重庆)设集合$U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{2,4\}$，$B=\{3,4,5\}$，$C=\{3,4\}$，则$(A\cup B)\cap(\complement_U C)=$________.

9.(2007年北京)已知集合$A=\{x\mid |x-a|\leqslant 1\}$，$B=\{x\mid x^2-5x+4\geqslant 0\}$，若$A\cap B=\varnothing$，则实数$a$的取值范围是________.

10.$U=\{1,2\}$，$A=\{x\mid x^2+px+q=0\}$，$\complement_U A=\{1\}$，则$p+q=$________.

11.对于非空集合M，N，把所有属于集合M，但不属于集合N的元素构成的集合记作$M-N$，那么$M-(M-N)=$________.

12.若$U=\left\{x\left|x=\frac{1}{2^n},n\in\mathbf{N}^*\right.\right\}$，$A=\left\{x\left|x=\frac{1}{2^{2n}},n\in\mathbf{N}^*\right.\right\}$，则$\complement_U A=$________.

三、解答题

13.设$f(x)=x^2+ax+b$，$A=\{x\mid f(x)=x\}=\{a\}$，由元素(a,b)构成的集合为M，求M.

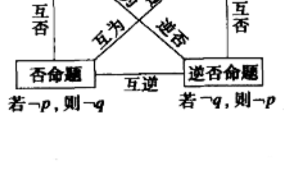
14.设集合$A=\{(x,y)\mid 2x+y=1,x、y\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)\mid a^2x+2y=a,x,y\in\mathbf{R}\}$，若$A\cap B=\varnothing$，求$a$的值.

1.3　常用逻辑用语

知识系统构建

知识整合

1.四种命题的相互关系



(1)两个命题互为逆否命题，它们有________真假性.

(2)两个命题为互逆命题或为互否命题，它们的真假性________.

2.充要条件

(1)若$p\Rightarrow q$，但$p\nLeftarrow q$，则p是q的________________条件.

(2)若$p\nRightarrow q$，但$p\Leftarrow q$，则p是q的________________条件.

(3)若$p\Rightarrow q$且$p\Leftarrow q$，则p是q的________________条件.

(4)若$p\nRightarrow q$且$p\nLeftarrow q$，则p是q的________________条件.

3. 常用逻辑用语

(1) 逻辑联结词有________、________、________等，判断复合命题真假的真值表：

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
真	真	假	假		真		假		假
真	假	假	真					真	假
假	真	真	假		假		真		假
假	假	真	真	假		真		真	

(2) 常见的全称量词有“任意一个”、“一切”、“每一个”、“任给”、“所有的”等；常见的存在量词有“存在一个”、“有一个”、“有些”、“某个”、“有的”等.

(3) 全称命题的否定是________；存在性命题的否定是________.

双基检测

1. (2008年重庆) 设 m、n 是整数，则“m、n 均为偶数”是“$m+n$ 是偶数”的 (   )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. (2007年湖南) 设 M, N 是两个集合，则“$M \cup N \neq \varnothing$”是“$M \cap N \neq \varnothing$”的 (   )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. (2009年潍坊模拟) 下列结论错误的是 (   )

A. 命题“若 p，则 q”与命题“若 $\neg q$，则 $\neg p$”互为逆否命题

B. 命题“$\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x > 0$”的否定是“$\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x \leqslant 0$”

C. 命题“直棱柱每个侧面都是矩形”为真

D. “若 $am^2 < bm^2$，则 $a < b$”的逆命题为真

4. (2008年湖北) 若集合 $P = \{1,2,3,4\}$, $Q = \{x \mid 0 < x < 5, x \in \mathbf{R}\}$，则 (   )

A. “$x \in P$”是“$x \in Q$”的充分条件但不是必要条件

B. “$x \in P$”是“$x \in Q$”的必要条件但不是充分条件

C. “$x \in P$”是“$x \in Q$”的充要条件

D. “$x \in P$”既不是“$x \in Q$”的充分条件也不是“$x \in Q$”的必要条件

5. (2008年广东) 已知命题 p：所有有理数都是实数，命题 q：正数的对数都是负数，则下列命题中为真命题的是 (   )

A. $(\neg p) \vee q$　　B. $p \wedge q$

C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$　　D. $(\neg p) \vee (\neg q)$

题型归纳探究

题型归纳

题型一 充要条件的判定

例1 (2007年上海) 若集合 $A = \{1, m^2\}$, $B = \{2, 4\}$，则“$m = 2$”是“$A \cap B = \{4\}$”的 (   )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【思路精析】 由 $m^2 = 4$ 到 $m = \pm 2$ 是判定的主要点. 可直接由充要条件的定义判定.

题型二 命题及其真假的判定

例2 写出下列命题的“否定”，并判断其真假.

(1) p: $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} \geqslant 0$;

(2) q: 所有的正方形都是矩形；

(3) r: $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leqslant 0$;

(4) s: 至少有一个实数 x，使 $x^3 + 1 = 0$.

【思路精析】 (1) 全(特)称命题的否定与命题的否定有着一定的区别，全(特)称命题的否定是将其全称量词改为存在量词(或存在量词改为全称量词)并把结论否定；而命题的否定则直接否定结论即可. (2) 要判断“$\neg p$”命题的真假，可以直接判断，也可以判断 p 的真假，因为 p 与 $\neg p$ 的真假相对.

例3 已知下列命题：① 不等式 $|x|+|x-1|>m$ 的解集为 $\mathbf{R}$；② 函数 $f(x)=-(7-3m)^x$ 是减函数。若命题①②中有且仅有一个真命题，求实数 m 的取值范围。

【思路精析】 分别求出 ①、② 中命题为真命题时 m 的范围，利用 ① 真 ② 假，或者 ① 假 ② 真判断 m 的范围。

跟踪演练

1.（2008年安徽）"$a<0$"是"方程 $ax^2+2x+1=0$ 至少有一个负数根"的（　　）

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2.（2007年山东）命题"对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$x^3-x^2+1\leqslant 0$"的否定是（　　）

A. 不存在 $x\in\mathbf{R}$，$x^3-x^2+1\leqslant 0$

B. 存在 $x\in\mathbf{R}$，$x^3-x^2+1\leqslant 0$

C. 存在 $x\in\mathbf{R}$，$x^3-x^2+1>0$

D. 对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$x^3-x^2+1>0$

3.（2008年山东临沂质量检测）已知命题 p：方程 $a^2x^2+ax-2=0$ 在 $[-1,1]$ 上有解；命题 q：只有一个实数 x 满足不等式 $x^2+2ax+2a\leqslant 0$，命题"p 或 q"是假命题，求实数 a 的取值范围。

规律总结

1. 要判定全称命题是真命题，需对集合 M 中每个元素 x 证明 $p(x)$ 成立；如果在集合 M 中找到一个元素 x_0，使得 $p(x_0)$ 不成立，那么这个全称命题就是假命题。

2. 要判定一个存在性命题是真命题，只要在限定集合 M 中，至少能找到一个 $x=x_0$，使 $p(x_0)$ 成立即可；否则，这一存在性命题就是假命题。

3. 命题的否定形式

原语句	是	都是	$>$	至少有一个	至多有一个	对 $\forall x\in A$ 使 $p(x)$ 真
否定形式	不是	不都是	$\leqslant$	一个也没有	至少有两个	$\exists x\in A$ 使 $p(x)$ 假

4. 充分条件、必要条件的常用判断法

(1) 定义法：判断 B 是 A 的什么条件，实际上就是判断 $B\Rightarrow A$ 或 $A\Rightarrow B$ 是否成立，只要把题目中所给条件按逻辑关系画出箭头示意图，再利用定义即可判断。

(2) 转换法：当所给命题的充要条件不易判定时，可对命题进行等价转换，例如改用其逆否命题进行判断。

(3) 集合法：在命题的条件和结论间的关系判断有困难时，有时可以从集合的角度来考虑，记条件 p,q 对应的集合分别为 A,B，则

若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的充分条件；

若 $A\subsetneqq B$，则 p 是 q 的充分不必要条件；

若 $A\supseteq B$，则 p 是 q 的必要条件；

若 $A\supsetneqq B$，则 p 是 q 的必要不充分条件；

若 $A=B$，则 p 是 q 的充要条件；

若 $A\not\subseteq B$，且 $A\not\supseteq B$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件。

优化训练设计

一、选择题

1.（2007年宁夏）已知命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x\leqslant 1$，则 $\neg p$ 为（　　）

A. $\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant 1$

B. $\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant 1$

C. $\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x>1$

D. $\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x>1$

2.（2007年安徽）设 l,m,n 均为直线，其中 m,n 在平面 α 内，则"$l\perp\alpha$"是"$l\perp m$ 且 $l\perp n$"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3.（2008年湖北）若非空集合 A,B,C 满足 $A\cup B=C$，且 B 不是 A 的子集，则（　　）

A. "$x\in C$"是"$x\in A$"的充分条件但不是必要条件

B. "$x\in C$"是"$x\in A$"的必要条件但不是充分条件

C. "$x\in C$"是"$x\in A$"的充要条件

D. "$x\in C$"既不是"$x\in A$"的充分条件也不是"$x\in A$"的必要条件

4. 设集合 $M=\{x\mid x>2\}$，$P=\{x\mid x<3\}$，那么"$x\in M$ 或 $x\in P$"是"$x\in P\cap M$"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 若命题甲是命题乙的充分不必要条件，命题丙是命题乙的必要不充分条件，命题丁是命题丙的充要条件，则命题丁是命题甲的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6.（2007年北京）平面 α // 平面 β 的一个充分条件是（　　）

A. 存在一条直线 a，a // α，a // β

B. 存在一条直线 a，$a\subset\alpha$，a // β

C. 存在两条平行直线 a,b，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，a // β，b // α

D. 存在两条异面直线 a,b，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，a // β，b // α

二、填空题

7. 图 1-3-1 所示电路图中，闭合开关 A 是灯泡 B 亮的什么条件：

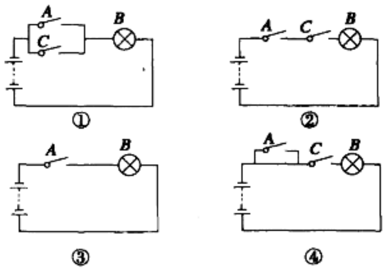


图 1-3-1

(1) 如图 ① 所示，开关 A 闭合是灯泡 B 亮的________条件；

(2) 如图 ② 所示，开关 A 闭合是灯泡 B 亮的________条件；

(3) 如图 ③ 所示，开关 A 闭合是灯泡 B 亮的________条件；

(4) 如图 ④ 所示，开关 A 闭合是灯泡 B 亮的________条件.

8. 已知 P：$\left|1-\frac{x-1}{3}\right| \leqslant 2$，$Q$：$x^2-2x+1-m^2 \leqslant 0\ (m>0)$，又知非 P 是非 Q 的必要不充分条件，则 m 的取值范围是________.

9. 下列命题中：

① 若 p，q 为两个命题，则"p 且 q 为真"是"p 或 q 为真"的必要不充分条件；

② 若 p 为：$\exists x \in \mathbf{R}, x^2+2x+2 \leqslant 0$，则 $\neg p$ 为：$\forall x \in \mathbf{R}, x^2+2x+2>0$；

③ 若椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$ 的两焦点为 F_1、F_2，且弦 AB 过 F_1 点，则 $\triangle ABF_2$ 的周长为 16；

④ 若 $a<0$，$-1<b<0$，则 $ab>ab^2>a$.

所有正确命题的序号是________.

10. 已知 p：$|5x-2|>3$，q：$\frac{1}{x^2+4x-5} \geqslant 0$，则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的________条件.

三、解答题

11. (2009 年潍坊模拟) 已知集合 $A=\left\{y \mid y=x^2-\frac{3}{2}x+1, x \in\left[-\frac{1}{2}, 2\right]\right\}$，$B=\{x \mid |x-m| \geqslant 1\}$；命题 p：$x \in A$，命题 q：$x \in B$，并且命题 p 是命题 q 的充分条件，求实数 m 的取值范围.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 与抛物线 $y^2=2x$ 相交于 A，B 两点.

(1) 求证："如果直线 l 过点 $T(3,0)$，那么 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}=3$"是真命题；

(2) 写出(1)中命题的逆命题，判断它是真命题还是假命题，并说明理由.

13. 已知当 $x \in \mathbf{R}$ 时，不等式 $a+\cos 2x<5-4\sin x+\sqrt{5a-4}$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

第二章 函数

本章复习导引

考纲要求

1. 函数

(1) 了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念.

(2) 在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法（如图象法、列表法、解析法）表示函数.

(3) 了解简单的分段函数，并能简单应用.

(4) 理解函数的单调性、最大值、最小值及其几何意义；结合具体函数，了解函数奇偶性的含义.

(5) 会运用函数图象理解和研究函数的性质.

2. 函数与方程

(1) 结合二次函数的图象，了解函数的零点与方程根的联系，判断一元二次方程根的存在性及根的个数.

(2) 根据具体函数的图象，能够用二分法求相应方程的近似解.

备考建议

函数不仅是高中数学的核心内容，还是学习高等数学的基础，所以函数知识在高考中占有极其重要的地位. 试题不但形式多样，而且突出考查学生联系与转化、分类与讨论、数与形结合等重要的数学思想能力，知识覆盖面广、综合性强、思维力度大、能力要求高，是高考中考数学思想、数学方法，考能力、考素质的主要知识. 所以，在备考中要力争做到：

1. 注重基础，抓住基本函数，结合数学思想，联系实际应用

(1) 熟练掌握二次函数、反比例函数及形如 $y=x+\frac{a}{x}$ 的函数的性质，重点从定义域、值域、单调性、奇偶性、图象等方面提炼归纳，特别是以上述几种函数为模型的抽象函数.

(2) 注意与图象、图表相关的问题，能从图表中读取各种信息，注意利用平移、伸缩、对称变换，培养数形结合的能力. 反函数问题是此类问题的典型，新定义、新情景问题也大多以图表形式给出，要以基本函数为基础强化由式到图和由图到式的转化训练.

2. 明确高考命题趋势

函数的基础地位决定了函数试题较多，高、中、低档题目全有，题型齐全，重难点突出，创新容易，与其他知识块联系较多，像函数的凹凸性、分段函数、周期函数、新定义新情景题层出不穷. 复习中应注意捕捉此类信息，注重新题训练，防止新颖考题呈现于面前而无从下手的情形出现.

2.1 函数的概念及其表示

知识系统构建

知识整合

1. 函数的有关概念

(1) 设 A,B 是非空的数集，如果按照某种确定的对应关系 f，使对于集合 A 中的________，在集合 B 中都有________和它对应，那么就称 $f:A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数，记作________.

(2) 对于函数 $y=f(x)$，$x\in A$，其中 x 叫做自变量，x 的取值范围 A 叫做________；与 x 的值相对应的 y 值叫做________，函数值的集合 $\{f(x)\mid x\in A\}$ 叫做函数的________.

(3) 函数的两要素是________、________，通过两要素可确定一个函数.

(4) 函数的三种表示方法是________、________、________.

2. 分段函数

在函数定义域内，对于自变量 x 的不同取值范围，有着不同的对应法则，这样的函数通常叫做________，分段函数的定义域是各段定义域的________，其值域是各段值域的________.

3. 映射

设 A,B 是两个非空的集合，如果按某一个确定的对应关系 f，使对于集合 A 中的任意一个元素 x，在集合 B 中都有________确定的元素 y 与之对应，那么就称对应 $f:A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个________.

由映射的定义可以看出，映射是________概念的推广，函数是一种特殊的映射，要注意构成函数的两个集合 A,B 必须是________.

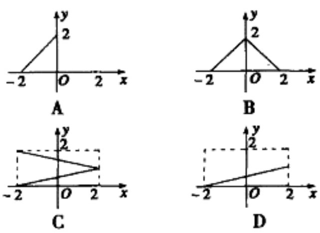
双基检测

1. 给出下列四个命题，正确的有　　（　　）

① 函数就是定义域到值域的对应关系；② 若函数的定义域只含有一个元素，则值域也只含有一个元素；③ 因 $f(x)=5$ 这个函数值不随 x 的变化而变化，所以 $f(0)=5$ 也成立；④ 定义域和对应关系确定后，函数值域也随之确定

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

2. 设 $M=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$，$N=\{y\mid 0\leqslant y\leqslant 2\}$，给出下列四个图形，其中能表示以集合 M 为定义域，N 为值域的函数关系的是　　（　　）



3. 设 f,g 都是由 A 到 A 的映射，其对应法则如下表（从上到下）.

表1　映射 f 的对应法则

原象	1	2	3	4
象	3	4	2	1

表2　映射 g 的对应法则

原象	1	2	3	4
象	4	3	1	2

则与 $f[g(1)]$ 相同的是　　（　　）

A. $g[f(1)]$　　B. $g[f(2)]$

C. $g[f(3)]$　　D. $g[f(4)]$

4. （2008年山东）设函数 $f(x)=\begin{cases}1-x^2, & x\leqslant 1,\\ x^2+x-2, & x>1,\end{cases}$ 则 $f\left(\dfrac{1}{f(2)}\right)$ 的值为　　（　　）

A. $\dfrac{15}{16}$　　B. $-\dfrac{27}{16}$　　C. $\dfrac{8}{9}$　　D. 18

5. 如图2-1-1所示，有一块边长为 a 的正方形铁皮，将其四个角各截去一个边长为 x 的小正方形，然后折成一个无盖的盒子，写出体积 V 以 x 为自变量的函数式是________________，这个函数的定义域是________.

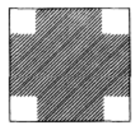


图 2-1-1

题型归纳探究

题型归纳

题型一　函数及映射概念

例1　已知下列四组函数，其中表示同一个函数的是________.

(1) $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$，$g(x)=x+2$；

(2) $f(x)=x$，$g(x)=\sqrt[2n+1]{x^{2n+1}}$ $(n\in\mathbf{N})$；

(3) $f(n)=2n-1$，$g(n)=2n+1$ $(n\in\mathbf{N})$；

(4) $f(x)=x^2-2x-1$，$g(t)=t^2-2t-1$.

【思路精析】　判断两函数是否为同一函数，要从两个方面分析：定义域、对应法则，只有两者完全一致才可以下结论.

例2　已知映射：$f:A\to B$，其中 $A=B=\mathbf{R}$，对应法则 $f:x\to y=-x^2+2x$，对于实数 $k\in B$，在集合 A 中不存在原象，则 k 的取值范围是　　（　　）

A. $k>1$　　B. $k\geqslant 1$　　C. $k<1$　　D. $k\leqslant 1$

【思路精析】　已知象 k 求原象 x，即求方程 $-x^2+2x=k$ 的实数解，本题要求 k 在 A 中无原象即方程在 $\mathbf{R}$ 中无实根.

题型二 分段函数

例3 动点P从边长为1的正方形$ABCD$的顶点B出发顺次经过C,D再到A停止.设x表示P点的行程,y表示PA的长,求y关于x的函数.

【思路精析】 本题是几何问题,所以必须先画出几何图形,在图形中分析函数关系式.

题型三 求函数的解析式

例4 已知定义域为$\mathbf{R}$的函数$f(x)$满足$f(f(x)-x^2+x)=f(x)-x^2+x$.

(1) 若$f(2)=3$,求$f(1)$;又若$f(0)=a$,求$f(a)$;

(2) 设有且仅有一个实数x_0,使得$f(x_0)=x_0$,求函数$f(x)$的解析表达式.

【思路精析】 依据已知条件将$x=2$和$x=0$代入关系式即可求得$f(1),f(a)$;对于$f(x)$解析式关键是求得x_0,依据条件(2)求出x_0即可.

跟踪演练

1.下列各组函数中,$f(x)$与$g(x)$是否表示同一函数?

(1)$f(x)=\lg x,g(x)=\frac{1}{2}\lg x^2$;

(2)$f(x)=x,g(x)=\sqrt{x^2}$;

(3)$f(x)=\lg 10^x,g(x)=10^{\lg x}$;

(4)$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x,g(x)=\log_2\frac{1}{x}$.

2. $A=\{a,b,c\},B=\{-1,0,1\}$.映射$f:A\to B$满足$f(a)-f(b)=f(c)$.求映射$f:A\to B$的个数.

3. 设$x\geqslant 0$时,$f(x)=2$;$x<0$时,$f(x)=1$.又规定:$g(x)=\frac{3f(x-1)-f(x-2)}{2}(x>0)$,试写出$y=g(x)$的表达式,并画出其图象.

4. (1) 设$f(x)$是一次函数,且$f[f(x)]=4x+3$,求$f(x)$;

(2) 设二次函数$y=f(x)$的最大值为13,且$f(3)=f(-1)=5$,求$f(x)$的解析式;

(3) 函数$f(x)$是偶函数,$g(x)$是奇函数,若$f(x)+g(x)=\frac{1}{x-1}$,求$f(x)$.

规律总结

1. 相同函数的判定

解析式相同的两个函数不一定是同一个函数.定义域、对应法则是函数的二要素.由于只要定义域、对应法则确定,函数便确定,故两个函数相同,只需定义域与解析式(对应法则)相同.

2. 解析式的求法

求解析式这类问题抽象性较强,解题关键在于抓住函数对应法则f的本质.由函数$f(x)$的含义可知,在函数的定义域和对应法则f不变的条件下,自变量换字母,甚至变换为其他字母的代数式,对函数本身并无影响,利用这一特征可解决此类相关问题,常用的方法有:

(1) 代入法:如已知$f(x)=x^2-1$,求$f(x+x^2)$;

(2) 待定系数法:已知$f(x)$的函数类型,要求$f(x)$的解析式时,可根据类型设其解析式,从而确定其系数即可;

(3) 换元法:适用于已知$f[g(x)]$的表达式;

(4) 拼凑法:已知$f[g(x)]$的解析式,要求$f(x)$时,可从$f[g(x)]$的解析式中拼凑出"$g(x)$",即用$g(x)$来表示,再将解析式两边的$g(x)$用x代替即可;

(5) 方程组法:已知$f(x)$与$f[g(x)]$满足的关系式,要求$f(x)$时,可用$\varphi(x)$代替两边所有的x,得到关于$f(x)$及$f[\varphi(x)]$的方程组,解之即可求出$f(x)$.

3. 函数与方程思想

用函数观点理解方程是将方程$f(x)=0$的解视为函数$y=f(x)$的图象与x轴交点的横坐标,方程$f(x)=a$的解可视为$y=f(x)$的图象与直线$y=a$交点的横坐标.

优化训练设计

一、选择题

1. 下列说法中，不正确的是　(　　)

A. 函数的值域中每一个数在定义域中都有数与之对应

B. 函数的定义域和值域一定是不含数 0 的集合

C. 定义域和对应法则完全相同的函数表示同一个函数

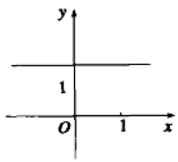
D. 若函数的定义域中只有一个元素，则值域也只含有一个元素

2. 函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $x=a$ 的交点个数有　(　　)

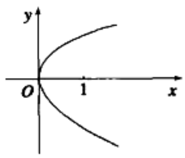
A. 必有一个　　B. 一个或两个

C. 至多一个　　D. 可能两个以上

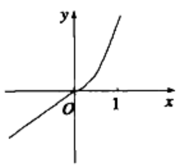
3. 下列各图中，不可能表示函数 $y=f(x)$ 的图象的是　(　　)



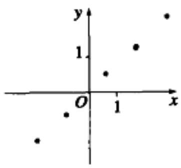
A



B



C



D

4. 某种细胞分裂时，每次由 1 个分裂为 2 个，2 个分裂为 4 个……一个这样的细胞分裂 x 次后，得到的细胞的个数 y 与 x 的函数关系式为　(　　)

A. $y=2x$　　B. $y=2^x$　　C. $y=4x$　　D. $y=x^4$

5. 若 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$，则 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ 等于　(　　)

A. $f(x)$　　B. $\dfrac{1}{f(x)}$　　C. $-f(x)$　　D. $f(-x)$

6. (2008 年天津) 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x+1, x<0,\\ x-1, x\geqslant 0,\end{cases}$ 则不等式 $x+(x+1)f(x+1)\leqslant 1$ 的解集是　(　　)

A. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant \sqrt{2}-1\}$

B. $\{x\mid x\leqslant 1\}$

C. $\{x\mid x\leqslant \sqrt{2}-1\}$

D. $\{x\mid -\sqrt{2}-1\leqslant x\leqslant \sqrt{2}-1\}$

7. (2009 年青岛模拟) 设 $f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{2}\right)^x & (x\geqslant 4),\\ f(x+1) & (x<4),\end{cases}$ 则 $f(\log_2 3)$ 等于　(　　)

A. $-\dfrac{23}{8}$　　B. $\dfrac{1}{11}$　　C. $\dfrac{1}{19}$　　D. $\dfrac{1}{24}$

8. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+bx+c, x\leqslant 0,\\ 2, x>0,\end{cases}$ 若 $f(-4)=f(0)$，$f(-2)=-2$，则关于 x 的方程 $f(x)=x$ 的解的个数为　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题

9. (2008 年山东泰安质量检测) 设 $f(x)$ 定义如下面数表，$\{x_n\}$ 满足 $x_0=5$，且对任意自然数 n 均有 $x_{n+1}=f(x_n)$，则 $x_{2\,007}$ 的值为________.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	4	1	3	5	2

10. 对 $a,b\in\mathbf{R}$，记 $\max\{a,b\}=\begin{cases}a, a\geqslant b,\\ b, a<b.\end{cases}$ 函数 $f(x)=\max\{|x+1|,|x-2|\}$ $(x\in\mathbf{R})$ 的最小值是________.

11. 已知 $f(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}$，那么 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)+f\left(\dfrac{1}{3}\right)+f\left(\dfrac{1}{4}\right)=$________.

12. 已知 $f(x)=\begin{cases}1, & x\geqslant 0,\\ -1, & x<0,\end{cases}$ 则不等式 $x+(x+2)\cdot f(x+2)\leqslant 5$ 的解集是________.

三、解答题

13. 已知 $f(x)=2x-1$，$g(x)=\begin{cases}x^2, & x\geqslant 0,\\ -1, & x<0,\end{cases}$ 求 $f[g(x)]$，$g[f(x)]$.

14. 已知对一切实数 a,b，有函数 $f(ab)=f(a)\cdot f(b)$，且 $f(0)\neq 0$，求 $f(2\,008)$.

15. 已知函数 $f(x)$ 对任意的实数 x、y 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2y(x+y)+1$，且 $f(1)=1$.

(1) 若 $x\in \mathbf{N}^*$，试求 $f(x)$ 的表达式；

(2) 若 $x\in \mathbf{N}^*$ 且 $x\geqslant 2$ 时，不等式 $f(x)\geqslant (a+7)x-(a+10)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

16. 上因特网的费用由两部分组成：电话费和上网费. 以前某"热线"上因特网的费用为电话费 0.12 元 /3 分，上网费 0.12 元 / 分. 根据信息产业部调整因特网资费的要求，自 1999 年 3 月 1 日起，该地区上因特网的费用调整为电话费 0.16 元 /3 分，上网费每月不超过 60 小时，以 4 元 / 时计算，超过 60 小时部分，以 8 元 / 时计算.

(1) 根据调整后的规定，将每月上因特网的费用表示为时间(小时)的函数(每月按 30 天计算)；

(2) 某网民在其家庭经济预算中一直有一笔上网 60 小时的费用开支，因特网资费调整后，若要不超过其家庭经济预算中上网费支出，则该网民现在每月可上网多少小时，从涨价和降价的角度分析该地区调整前后上因特网的费用情况.

2.2 函数的定义域与值域

知识系统构建

知识整合

1. 函数的定义域

函数的定义域是__________. 在研究函数问题时，需优先考虑________，这常涉及：

(1) 当 $f(x)$ 是整式时，定义域是______；

(2) 当 $f(x)$ 是分式时，定义域是使________；

(3) 偶次根式的定义域是使________的 x 的取值集合；

(4) 零指数幂或负指数幂的定义域是使________的 x 的取值集合；

(5) 对数式的定义域是使________的 x 的取值集合；

(6) 当 $f(x)$ 是由 n 个数学式子组成时，定义域是使各个式子都有意义的 x 的取值集合，即求各式都有意义的集合的________.

(7) 已知 $f(x)$ 的定义域是 $[a,b]$，求 $f[g(x)]$ 中 x 的取值集合，是指满足________的 x 的取值集合；而已知 $f[g(x)]$ 的定义域是 $[a,b]$，指的是________.

2. 常见函数的定义域、值域

函数	定义域	值域
$y=kx+b\ (k\neq 0)$		
$y=\dfrac{k}{x}\ (k\neq 0)$		
$y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$		
$y=\log_a x\ (a>0,且\ a\neq 1)$		
$y=a^x(a>0,且\ a\neq 1)$		

续表

函数	定义域	值域
$y=x+\dfrac{a}{x}\ (a>0)$		
$y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\ (ad-bc\neq 0)$		

双基检测

1. (2007 年上海) 函数 $y=\dfrac{\lg(4-x)}{x-3}$ 的定义域是________.

2. (2008 年江西) 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,2]$，则函数 $g(x)=\dfrac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是 ( )

A. $[0,1]$　　B. $[0,1)$

C. $[0,1)\cup(1,4]$　　D. $(0,1)$

3. 若函数 $f(x)=\log_a(x+1)\ (a>0,且\ a\neq 1)$ 的定义域和值域都是 $[0,1]$，则 a 等于 ( )

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\sqrt{2}$

C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 2

4. $f(x)=\sqrt{1-x^2}+\sqrt{x^2-1}$ 的值域是________.

5. (2007 年重庆) 若函数 $f(x)=\sqrt{2^{x^2-2ax-a}-1}$ 的定义域是 $\mathbf{R}$，则 a 的取值范围为________.