21

全国成人高等教育规划教材

概率论与数理统计简明教程

教育部高等教育司 组编

高等教育出版社

[illegible]

概率论与数理统计简明教程

[illegible]

高等教育出版社

全国成人高等教育规划教材

概率论与数理统计简明教程

沈恒范　王明慈　齐植兰　高文森　编

高等教育出版社

(京)112号

内容提要

本书内容包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、数字特征、正态分布、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析等,可供成人高校工学各专业作为概率论与数理统计课程的教材使用.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计简明教程/沈恒范等编.—北京:高等教育出版社,1999

ISBN 7-04-007456-7

Ⅰ.概… Ⅱ.沈… Ⅲ.①概率论-教材②数理统计-教材 Ⅳ.021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 64373 号

概率论与数理统计简明教程

教育部高等教育司 组编

出版发行 高等教育出版社

社　　址 北京市东城区沙滩后街 55 号　　邮政编码 100009

电　　话 010－64054588　　传　　真 010－64014048

网　　址 http://www.hep.edu.cn

经　　销 新华书店北京发行所

印　　刷 高等教育出版社印刷厂

开　　本 850×1168 1/32　　版　　次 1999 年 11 月第 1 版

印　　张 10.375　　印　　次 1999 年 11 月第 1 次印刷

字　　数 260 000　　定　　价 12.30 元

序　言

为了加强成人高等教育教学的宏观管理,保证培养规格,提高教学质量,原国家教委成人教育司于1998年6月颁发了《全国成人高等教育工学主要课程教学基本要求》,体现了国家对成人高等学历教育的质量要求,对有关课程的教学工作具有指导和规范作用.

本书正是按照其中的《概率论与数理统计课程教学基本要求》编写的.编写时遵循下列原则:

1. 力求形成面向21世纪,具有我国成人教育特色的教学内容和课程体系.参考普通高等工业学校《概率论与数理统计课程(概率少、统计多)教学基本要求》,精选教学内容,采用新的课程体系,适当少讲概率论的某些理论,多讲数理统计的某些内容和方法.

2. 充分考虑成人教育的教学规律.关于基本概念、基本理论的叙述,尽可能简明扼要,深入浅出;对于某些定理和公式,略去繁琐的证明和推导,着重说明它们的意义、作用以及在实际问题中的应用.

3. 注意体现工程教育的特点.选用的例题和习题大多数紧密联系工程实际,使读者初步掌握工程中处理随机现象的基本思想和方法,培养读者运用概率统计方法分析和解决实际问题的能力和素质.

4. 尽量适应从业人员业余学习或自学为主的需要.每节末配置少量习题,供读者练习,以便熟悉该节的内容;每章末再配置较多复习题,以便读者全面理解该章的内容,达到融会贯通、巩固所

学的目的；所有习题和复习题在书末都附有答案或提示，有利于自学.

本书适用于全国成人高等教育工学各专业本科的教学，工学各专业专科或其它专业可以根据本专业的需要选学其中的有关内容.本书也可以作为工程技术、经济管理人员自学的参考书.

本书由沈恒范主编，参加编写的作者还有（以下按姓氏笔划为序）：王明慈、齐植兰、高文森，具体分工如下：

王明慈（四川大学）编写第一章、第二章；

齐植兰（天津大学）编写第三章、第四章；

高文森（吉林工业大学）编写第五章、第六章；

沈恒范（湖北汽车工业学院）编写第七章、第八章.

限于编者的水平，本书难免存在某些缺点和错误，诚恳希望读者批评指正.

编　者

1999 年 3 月

责任编辑　高尚华
封面设计　张　楠
责任绘图　黄建英
版式设计　马静如
责任校对　马桂兰
责任印制　韩　刚

目 录

第一章　随机事件及其概率

§1.1　随机事件·样本空间

1. 随机试验与随机事件

在自然界，在人们的实践活动中，所遇到的现象一般可以分为两类：

一类现象是确定性的，即在一定的条件下，必然会出现某种确定的结果. 例如，向上抛一枚硬币，由于受到地心引力的作用，硬币上升到某一高度后必定会下落；又如，水在标准大气压（约 101 千帕）的条件下加热到 100℃，必然要沸腾. 我们把这类现象称为必然现象. 同样，任何物体没有受到外力作用时，必定保持其原有的静止或等速运动状态；导线通电后，必定会发热等等也都是必然现象.

另一类现象则是非确定性的，即在一定的条件下，可能会出现各种不同的结果；也就是说，在完全相同的条件下，进行一系列观测或实验，却未必出现相同的结果. 例如，抛掷一枚硬币，当硬币落在地面上时，可能是正面（有国徽的一面）朝上，也可能是反面朝上，在硬币落地前我们不能预知究竟哪一面朝上. 我们把这类现象称为随机现象（或偶然现象）. 同样，自动机床加工制造一个零件，可能是合格品，也可能是不合格品；射击运动员一次射击，可能击中10 环，也可能击中 9 环、8 环……甚至脱靶等等也都是随机现象.

随机现象，从表面上看，由于人们事先不能知道会出现哪一种

结果，似乎是不可捉摸的. 其实不然，人们通过实践观察到并且证明了，在相同的条件下，对随机现象进行大量的重复试验(观测)，其结果总能呈现出某种规律性. 例如，多次重复抛一枚硬币，正面朝上的次数与反面朝上的次数几乎相等；对某个靶进行多次射击，虽然各次弹着点不完全相同，但这些点却按一定的规律分布等等. 我们把随机现象的这种规律性称为统计规律性.

为了研究随机现象的统计规律性，我们把各种科学试验或对某一事物的观测统称为试验，如果试验具有下述特点：

(1) 试验可以在相同条件下重复进行；

(2) 每次试验的所有可能结果都是明确可知的，并且不止一个；

(3) 每次试验之前不能预知将会出现哪一个结果，

则称这种试验为随机试验(简称试验)，通常用字母 E 或 $E_1, E_2, \cdots$ 表示随机试验.

例 1 试验 E_1：抛一枚硬币，观察出现的结果，可能是正面朝上或反面朝上.

例 2 试验 E_2：从一批产品中任意取 10 个样品，观测其中的次品数，可能是 $0,1,2,\cdots,10$.

例 3 试验 E_3：记录某段时间内电话交换台接到的呼唤次数，可能是 $0,1,2,\cdots$.

例 4 试验 E_4：测量某个零件的尺寸与规定尺寸的偏差 x(mm)，所有可能的结果 x 在某个区间 (a,b) 内，即 $a<x<b$.

我们把试验的结果中发生的现象称为事件. 在每次试验的结果中，如果某事件一定发生，则称为必然事件；相反，如果某事件一定不发生，则称为不可能事件.

在试验的结果中，可能发生，也可能不发生的事件称为随机事件，通常用字母 $A, B, C, \cdots$ 表示随机事件. 我们以上述各项试验为例，考虑某些随机事件：

例 5 在试验 E_1 中，A_1——"正面朝上"，A_2——"反面朝上"都是随机事件.

例 6 在试验 E_2 中，B——"取出的 10 个样品中有 1 至 3 个次品"也是随机事件.

例 7 在试验 E_3 中，C——"在该段时间内电话交换台接到的呼唤次数不超过 8 次"也是随机事件.

例 8 在试验 E_4 中，D——"测得零件的尺寸与规定尺寸的偏差小于 0.1 mm"(即 $|x|<0.1$)也是随机事件(这里假定 $a<-0.1<0.1<b$).

2. 样本空间

为了更好地研究随机试验与随机事件，我们引进随机试验的样本空间的概念.

随机试验的每一个可能的结果称为样本点，记作 $\omega_1,\omega_2,\cdots$；随机试验的所有样本点组成的集合称为样本空间，记作 Ω，即

$$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots\}.$$

在例 1 中，我们有样本空间 $\Omega_1=\{\omega_1,\omega_2\}$，其中样本点 ω_1 表示"正面朝上"，ω_2 表示"反面朝上".

在例 2 中，我们有样本空间 $\Omega_2=\{\omega_0,\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_{10}\}$，其中样本点 ω_i 表示"取出的 10 个样品中有 i 个次品"($i=0,1,2,\cdots,10$).

在例 3 中，我们有样本空间 $\Omega_3=\{\omega_0,\omega_1,\omega_2,\cdots\}$，其中样本点 ω_i 表示"在该段时间内电话交换台接到 i 次呼唤"($i=0,1,2,\cdots$).

在例 4 中，我们有样本空间 $\Omega_4=\{\omega_x \mid a<x<b\}$，其中样本点 ω_x 表示"测得该零件的尺寸与规定尺寸的偏差为 x(mm)"($a<x<b$).

我们指出，任一随机事件 A 都是样本空间 Ω 中的一部分样本点组成的集合；也就是说，任一随机事件 A 都是样本空间 Ω 的一

个子集.在每次试验的所有可能结果中,显然有且仅有一个样本点 ω 发生,如果这个样本点 ω 属于随机事件 A,那么随机事件 A 也就发生了;反之,如果这个样本点 ω 不属于随机事件 A,那么随机事件 A 就不发生.

在例 5 中,我们有随机事件 $A_1=\{\omega_1\}$, $A_2=\{\omega_2\}$,显然 A_1, A_2 都是样本空间 Ω_1 的子集.

在例 6 中,我们考虑的随机事件是 $B=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3\}$,这里 B 是样本空间 Ω_2 的子集.

在例 7 中,我们考虑的随机事件是 $C=\{\omega_0,\omega_1,\cdots,\omega_8\}$,这里 C 是样本空间 Ω_3 的子集.

在例 8 中,我们考虑的随机事件是 $D=\{\omega_x \mid |x|<0.1\}$,这里 D 是样本空间 Ω_4 的子集.

因为必然事件在每次试验中一定发生,这就表明,在试验的结果中任一样本点发生时必然事件都发生,所以必然事件是所有样本点组成的集合.由此可见,必然事件就等于样本空间,今后我们就把必然事件记作 Ω.

因为不可能事件在每次试验中一定不发生,这就表明,在试验的结果中任一样本点发生时不可能事件都不发生,所以不可能事件是不包含任何样本点的空集.今后我们就把不可能事件记为 $\varnothing$.

还应指出,试验的任一样本点 ω 也是随机事件,今后我们把试验的样本点称为试验的基本事件,显然,基本事件就是仅包含单个样本点的子集.

习题 1.1

1. 写出下列随机试验的样本空间及各个事件中的样本点:

(1) 同时掷三颗骰子,记录三颗骰子的点数之和;设 A 表示"点数之和大于 10";B 表示"点数之和小于 15";

(2) 一盒子中有 5 只外形相同的电子元件,分别标有号码 1,2,3,4,5,从中任取 3 只;设 A 表示"最小号码为 1".

2. 指出下列事件中,哪些是必然事件,不可能事件,随机事件:

(1) 某公共汽车站恰有 5 个人等候公共汽车;

(2) 上抛一个物体,经过一段时间,这物体落在地面上;

(3) 从一副扑克牌中任取一张是红心 K;

(4) 掷两颗骰子,出现点数的和为 15.

§1.2 事件的关系及运算

我们已知,任一事件 A 是样本空间 Ω 的子集,为了叙述简便,不妨就把这个子集称为集合 A. 于是,事件的关系及运算与集合的关系及运算是完全类似的. 事件的关系及运算对于研究复杂的事件是十分重要的.

(1) 事件的包含

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生,则称事件 B 包含事件 A,或称事件 A 包含于事件 B,记作

$$B \supset A \quad \text{或} \quad A \subset B.$$

这时,集合 A 中的样本点一定属于集合 B,但集合 B 中的样本点不一定属于集合 A.

例 1 在抛一颗骰子的试验中,我们有样本空间

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\},$$

其中 ω_i 表示"出现 i 点"($i=1,2,\cdots,6$). 设事件 A 表示"出现 2 点",即 $A = \{\omega_2\}$;事件 B 表示"出现偶数点",即 $B = \{\omega_2, \omega_4, \omega_6\}$;则有

$$A \subset B.$$

(2) 事件的相等

如果事件 A 包含事件 B,且事件 B 也包含事件 A,即

$$A \supset B \quad \text{且} \quad B \supset A,$$

则称事件 A 与事件 B 相等,记作

$$A = B.$$