



总主编◎李朝东

# 教材

JIAOCAIJIEXI

# 解析

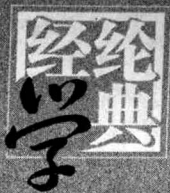
人教A版

## 高中数学

### 必修3



中国少年儿童新闻出版总社  
中国少年儿童出版社



总主编◎李朝东

# 教材

# JIAOCAIJIEXI

# 解析

本册主编：辛志利

人教A版

## 高中数学

### 必修3



中国少年儿童新闻出版总社  
中国少年儿童出版社

### 图书在版编目(CIP)数据

经纶学典·教材解析·数学·3:必修/李朝东主编;辛志利  
编写. —北京:中国少年儿童出版社, 2007.5  
ISBN 978-7-5007-8590-3

I. 经… II. ①李…②辛… III. 数学课—高中—教学  
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 055742 号

### 经纶学典·教材解析 数 学 必修3 (人教A版)

---

 出版发行: 中国少年儿童新闻出版总社  
中国少年儿童出版社

出版人: 李学谦  
执行出版人: 赵恒峰

---

|                               |                   |
|-------------------------------|-------------------|
| 总 主 编: 李朝东                    | 封面设计: 杭永鸿         |
| 责任编辑: 赵海力 梁丽贤                 | 责任印务: 栾永生         |
| 地 址: 北京东四十二条21号               | 邮政编码: 100708      |
| 电 话: 010-62006940             | 传 真: 010-62006941 |
| E-mail: dakaiming@sina.com    |                   |
| 印刷: 南京金灿印务有限公司                | 经销: 新华书店          |
| 开本: 880×1230 1/16             | 印张: 56            |
|                               | 本次印数: 10000册      |
| 2007年6月第1版                    | 2007年6月江苏第1次印刷    |
| ISBN 978-7-5007-8590-3/G·6377 | 定价: 74.00元(共五册)   |

---

图书若有印装问题,请随时向承印厂退换。  
版权所有,侵权必究。





当一道道疑似难题摆在你面前时，是胸有成竹，还是找不着头绪？如果是前者，那恭喜你，你已经跨越了教材与考试之间的差距；如果是后者，那你也别急，《经纶学典·教材解析》在教材与考试间为你搭建一个沟通平台。

不少同学有这样的感觉：教材都熟悉了，课堂上也听懂了，但考试却取不到好成绩。原因在于教材内容与考试要求有差距，课堂教学与选拔性考试有差别。这就需要在教材之上、课堂之外能够得到补充、提升，直至达到高考的选拔要求。本书就是从以下两个方面填补这种差距。

**首先是对教材的深度挖掘。**教材内容通俗易懂，但里面包含着丰富的信息，我们把教材所包含的信息挖掘出来，并进行系统整理，让知识内涵和外延、知识间的联系充分展现。

**第二是对课堂教学的补充和拓展。**本书不是对课堂教学的重复，而是在课堂教学基础上，对课堂教学进行补充、提高，挖掘那些学生难以理解、难以掌握的内容，进行归纳和总结，为学生穿起一条规律性的“线”。数学侧重解题方法、解题技巧、解题思路的整理，注重方法的拓展，找出最优的解题方法，对本节内容与其他小专题内容进行归纳总结。这些由于课堂教学时间限制或教师水平发挥的问题，在课堂上并没有全部传授给学生，而这些恰恰就是考试中要考查的，学生拉开差距的所在。

正是本着上述编写理念，本丛书以学生为中心，用最易理解的表现形式呈现学习中难以理解的部分。希望本书为你的成长助力，有更好的想法和意见请登录：[www.jing-lun.cn](http://www.jing-lun.cn)。

编者



## 读者反馈表

尊敬的读者：

您好！感谢您使用《经纶学典·教材解析》！

为了不断提高图书质量，恳请您写下使用本书的体会与感受，我们将真诚地吸纳。在修订时将刊登您的意见，并予以一定的奖励，以表达我们诚挚的谢意。

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| 读者简介                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 姓 名  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 性 别 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 出生年月 |     |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 所在学校 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |     | 通讯地址                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |     |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 联系方式 | (H): (O):<br>手机: E-mail:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |     |
| 本书情况                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      | 学科                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |     | 版本                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      | 年 级 |
| 您对本书栏目的评价：<br>1. 教材梳理：<br>全面 <input type="checkbox"/> 一般 <input type="checkbox"/> 不全面 <input type="checkbox"/><br>2. 教材拓展：<br>难 <input type="checkbox"/> 合理 <input type="checkbox"/> 易 <input type="checkbox"/><br>3. 典型题解：<br>全面 <input type="checkbox"/> 不全面 <input type="checkbox"/><br>4. 针对性练习：<br>难 <input type="checkbox"/> 合理 <input type="checkbox"/> 易 <input type="checkbox"/><br>5. 拓展阅读：<br>需要 <input type="checkbox"/> 不需要 <input type="checkbox"/><br>6. 五年高考回放：<br>需要 <input type="checkbox"/> 不需要 <input type="checkbox"/> |      | 您对本书体例形式的评价：<br>1. 栏目设置：<br>过多 <input type="checkbox"/> 适中 <input type="checkbox"/> 过 少 <input type="checkbox"/><br>2. 题空：<br>过大 <input type="checkbox"/> 正好 <input type="checkbox"/> 过 小 <input type="checkbox"/><br>3. 版式：<br>美观 <input type="checkbox"/> 一般 <input type="checkbox"/> 不美观 <input type="checkbox"/><br>4. 封面：<br>美观 <input type="checkbox"/> 一般 <input type="checkbox"/> 不美观 <input type="checkbox"/> |     | 您的购买行为：<br>1. 您购买本书的途径：<br>广 告 <input type="checkbox"/> 教师推荐 <input type="checkbox"/><br>家长购买 <input type="checkbox"/> 学校统一购买 <input type="checkbox"/><br>自己购买 <input type="checkbox"/> 同学推荐 <input type="checkbox"/><br>2. 您购买本书的主要原因(可多选)：<br>广告宣传 <input type="checkbox"/> 包装形式 <input type="checkbox"/><br>内 容 <input type="checkbox"/> 图书价格 <input type="checkbox"/><br>封面设计 <input type="checkbox"/> 书 名 <input type="checkbox"/> |      |     |
| 您对本书的其他意见：                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |     |

欢迎登录：[www.jing-lun.cn](http://www.jing-lun.cn)

通信地址：南京红狐教育传播研究所(南京市租用 16-02#信箱)

邮编：210016



# 目录

M U L U

## **第一章 算法初步**

|                      |    |
|----------------------|----|
| 1.1 算法与程序框图          | 1  |
| 1.2 基本算法语句           | 16 |
| 1.2.1 输入语句、输出语句和赋值语句 | 16 |
| 1.2.2 条件语句           | 23 |
| 1.2.3 循环语句           | 32 |
| 1.3 算法案例             | 43 |
| 本章总结                 | 54 |
| 本章测试题                | 66 |

## **第二章 统计**

|              |     |
|--------------|-----|
| 2.1 随机抽样     | 70  |
| 2.2 用样本估计总体  | 79  |
| 2.3 变量间的相关关系 | 92  |
| 本章总结         | 100 |
| 本章测试题        | 104 |

## **第三章 概率**

|             |     |
|-------------|-----|
| 3.1 随机事件的概率 | 107 |
| 3.2 古典概型    | 117 |
| 3.3 几何概型    | 127 |
| 本章总结        | 136 |
| 本章测试题       | 140 |

## 第 1 章 算法初步

## 1.1 算法与程序框图

## A 教材梳理

## 知识点一 算法的概念

算法是指可以用计算机来解决某一类问题的程序或步骤. 这些程序或步骤必须是明确和有效的, 而且能够在有限步之内完成.

**注意:**①算法一般是机械的, 有时要进行大量重复的计算, 只要按部就班地去做, 总能算出结果, 通常把算法过程称为“数学机械化”, “数学机械化”的最大优点是它可以让计算机来完成. 本章主要以计算机能够实现的算法作为讨论的内容.

②实际上, 处理任何问题都需要算法, 比如, 中国象棋有中国象棋的棋谱, 国际象棋有国际象棋的棋谱. 再比如, 邮寄物品有其相应的手续, 购买飞机票也有一系列的手续等等.

③求解某个问题的算法不唯一.

## 知识点二 程序框图的概念、图形符号及作用

(1) 通常用一些通用的图形符号构成一张图来表示算法, 这种图叫做程序框图.

(2) 起止框“”是任何流程必不可少的, 表示算法的起始和结束, 如图中①⑨.

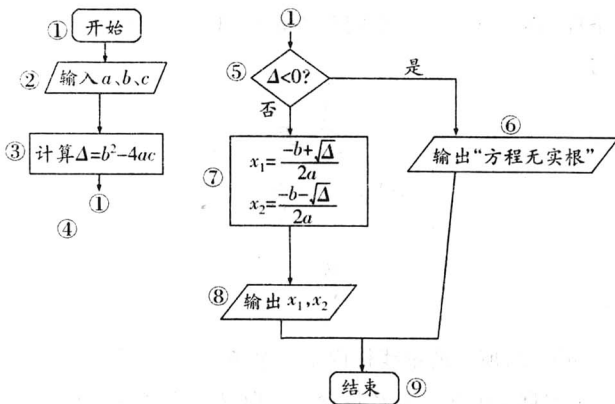
(3) 输入、输出框“”可用在算法中任何需要输入、输出的位置, 需要输入、输出的字母、符号、数据都填在框内, 如图中②⑥⑧.

(4) 处理框用“”表示, 算法中处理数据需要的公式、算式等可以分别写在不同的用以处理数据的处理框内, 另外, 对变量进行赋值时, 也用处理框. 如图中③⑦.

(5) 判断框用“”表示, 当算法中要求对两个不同的结果进行判断时, 需要将实现判断的条件写在判断框内, 如图中⑤所示.

(6) 一个算法步骤到另一个算法步骤用流程线连接, 如果一个程序框图需分开来画, 要在断开处画上连接点, 并标出

连接的号码, 如图中④.



**注意:**(1) 算法可以用自然语言来描述, 但为了使算法的程序或步骤表达得更直观形象, 我们经常用图形方式来表达它.

(2) 程序框图又称流程图, 是一种用规定的图形、指向线及文字说明来准确、直观地表示算法的图形.

(3) 为了使大家彼此之间能够读懂各自画出的框图, 必须遵守一些共同的规则, 下面对一些常用的规则作一个简单的介绍:

①使用标准的框图符号;

②框图一般按从上到下、从左到右的方向画;

③除判断框外, 大多数程序框图符号只有一个进入点和一个退出点. 判断框是具有超过一个退出点的唯一符号;

④一种判断是“是”与“否”两分支的判断, 而且有且仅有两个结果; 另一种判断是多分支判断, 有几种不同的结果;

⑤在图形符号内描述的语言要非常简练清楚.

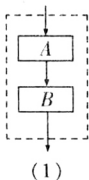
## 知识点三 算法的三种基本逻辑结构及框图表示

## (1) 顺序结构

顺序结构是最简单的算法结构, 语句与语句之间, 框与框之间是按从上到下的顺序进行的, 它是由若干个依次执行的步骤组成的, 它也是任何一个算法都离不开的一种算法结构, 可以用图(1)表示顺序结构的示意图, 其中 A 和 B 两个

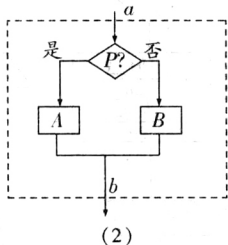


框是依次执行的,只有在执行完 A 框所指定的操作后,才能接着执行 B 框所指定的操作.



### (2) 条件结构

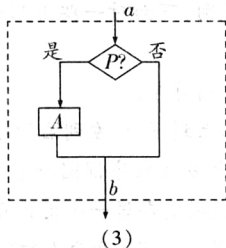
一些简单的算法可以用顺序结构来表示,但这些结构无法描述需要进行逻辑判断,并根据判断结果进行不同处理的情况,因此需要另一种逻辑结构来处理这类问题.此种结构叫做条件结构.它是依据指定条件选择执行不同指令的控制结构.



如图(2)所示的虚线框内是一个条件结构,此结构中包含一个根据给定的条件  $P$  是否成立而执行 A 框或 B 框的判断框,其中  $P$  条件可以是“ $i < 10$ ”,“ $n > 66$ ”等.

**注意:**①无论条件是否成立,只能执行 A 框或 B 框之一,不可能既执行 A 框,又执行 B 框,无论走哪条路径,在执行完 A 框或 B 框后都经过 b 点,然后脱离此条件结构.

②A 或 B 两个框可以有一个是空的,即不进行任何操作,如图(3)所示.



### (3) 循环结构

如果一个计算过程要重复执行一系列步骤若干次,每次计算步骤完全相同,则这种算法过程称为循环过程,循环过程非常适合计算机处理,因为计算机的运算速度非常快,执行成千上万次的重复计算,不过是一瞬间的事,且能保证每次的结果都正确.由此引出第三种结构:循环结构.

根据指定条件决定是否重复执行一条或多条指令的控制结构,称为循环结构.

从某处开始,按照一定条件反复执行某一处理步骤,反复

执行的处理步骤称为循环体.

## B 教材拓展

### 拓展点一 算法的五个特征

(1) 概括性:写出的算法必须能解决一类问题,且能重复使用.

(2) 逻辑性:即算法应具有正确性和顺序性.算法从初始步骤开始,分为若干明确的步骤,前一步是后一步的基础,只有执行完前一步才能执行下一步,并且每一步都具有确切的含义,从而组成一个具有很强逻辑的序列.

(3) 有穷性:一个算法必须保证执行有限步后结束.

(4) 不唯一性:求解某个问题的算法不一定是唯一的,一个问题可以有不同的算法.

(5) 普遍性:很多具体的问题,都可以设计合理的算法去解决.例如:心算、手算、计算器计算都是经过有限的,事先设计好的步骤去加以解决.同样,一个工作计划,教学计划,生产流程都可称为“算法”.

### 拓展点二 设计算法的要求

算法是能解决一类问题的通用解法,它不同于求解一个具体问题的方法,它有如下的要求:

(1) 写出的算法必须能解决一类问题.

(2) 算法过程要能一步一步执行,每一步执行的操作必须确切,不能含混不清,而且在有限步后,能得出结果.

**注意:**①算法从初始步骤开始,每一个步骤只能有一个后继步骤,从而组成一个步骤序列,序列的终止表示问题得到解答或指出问题没有得到解答.

②我们过去学过的许多数学公式都是算法,加、减、乘、除运算法则以及多项式的运算法则也是算法.

### 拓展点三 程序框图的设计及应用

(1) 正确使用算法的程序框图,一个程序框图要基于它的算法,在对一个算法作了透彻分析的基础上,再设计程序框图.

(2) 在设计程序框图的时候,要分步骤进行,把一个大的程序框图分割成小的部分,按照三个基本结构,即顺序结构,条件结构,循环结构来局部安排,最后把程序框图进行部分之间的组装,从而完成完整的程序框图.

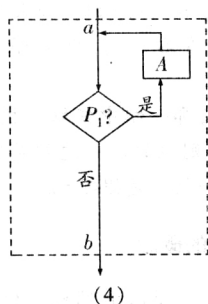
### 拓展点四 三种常见的循环结构

(1) 计数型循环结构

计数型循环一般用于预先知道重复的次数.

(2) 当型(while 型)循环结构

当型循环一般用于预先难以知道循环次数,通过设置某个条件,当条件满足时,就重复操作;当条件不满足时,就退出循环,如图(4)所示.

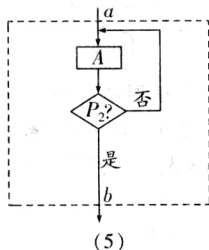


它的功能是当给定的条件  $P_1$  成立时,执行  $A$  框操作,执行完  $A$  框后,再判断  $P_1$  是否成立,如果仍然成立,再执行  $A$  框,如此反复执行  $A$  框,直到某一次条件不成立为止,此时不执行  $A$  框,而从  $b$  点脱离循环结构.

### (3) 直到型(until 型)循环结构

直到型循环一般用于预先难以知道循环次数,通过设置某个条件,当条件满足时,退出循环.如图(5)所示.

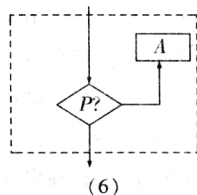
它的功能是先执行  $A$  框,然后判断给定的  $P_2$  条件是否成立,如果  $P_2$  条件不成立,则再执行  $A$  框,然后再对  $P_2$  条件作出判断,如果  $P_2$  条件仍然不成立,又执行  $A$  框,如此反复执行  $A$  框,直到给定的  $P_2$  条件成立为止,此时不再执行  $A$  框,从  $b$  点脱离循环结构.



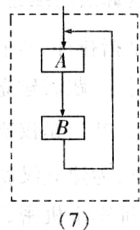
### 拓展点五 三种基本结构的共同特点

- (1) 只有一个入口,一个出口.
- (2) 一个判断框有两个出口,而一个基本结构只有一个出口.如图(2)、(3)所示, $a$  为条件结构的入口, $b$  为条件结构的出口;如图(4)、(5)所示, $a$  为循环结构的入口, $b$  为循环结构的出口.

(3) 结构中的每一部分都有机会被执行到,即对于每一个框来说都应当有一条从入口到出口的路径通过它.如图(6)中无一条从入口到出口的路径通过  $A$  框,则不存在这样的结构.



(4) 结构内不能存在死循环,即无终止的循环.如图(7)是一个死循环.



## C 典型题解

### ► 问题一 数值性问题算法的描述

**例题 1** 设计一个判断直线  $Ax + By + C = 0$  与圆  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$  的位置关系的一个算法.

**[解析]** 熟练运用点到直线的距离公式,然后判断  $d$  与  $r$  的关系.

**[答案]** S1:输入圆心坐标  $(x_0, y_0)$ ,直线方程的系数  $A, B, C$  和半径  $r$ ;

S2:计算  $z_1 = Ax_0 + By_0 + C$ ;

S3:计算  $z_2 = \sqrt{A^2 + B^2}$ ;

S4:计算  $d = \frac{|z_1|}{z_2}$ ;

S5:若  $d > r$ ,则相离;若  $d = r$ ,则相切;若  $d < r$ ,则相交.

**[点评]** 本题可将第二、三、四步合并为一步计算: $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ .

**例题 2** 某铁路客运部门规定甲、乙两地之间旅客托运行李的费用为:

$$C = \begin{cases} 0.53 \times W & W \leq 50, \\ 50 \times 0.53 + (W - 50) \times 0.85 & W > 50, \end{cases}$$

其中  $W$  (单位: kg) 为行李的质量,如何设计计算费用  $C$  (单位:元)的算法?

**[解析]** 本题为实际应用问题的算法设计,为计算行李的托运费,应先判断行李的质量是否大于 50 kg,然后选用相应的公式进行计算.

**[答案]** S1:输入行李的质量  $W$ ;

S2:若  $W \leq 50$ ,则  $C = 0.53W$ ;



否则,  $C = 50 \times 0.53 + (W - 50) \times 0.85$ ;

S3: 输出运输费  $C$  与行李的质量  $W$ .

[点评] 因为分段函数的变量在不同的范围内函数的关系式不同, 因而当给出一个自变量  $W$  的值, 要求它对应的函数值时, 必须先判断  $W$  的范围, 然后确定用该范围内的函数关系式计算相应的函数值.

## ► 问题二 非数值性问题算法的描述

非数值性问题主要是指排序、查找最大值、变量的交换、文字处理等问题, 求解此类问题需建立过程模型.

**例题 3** 韩信点兵问题: 韩信是汉高祖刘邦手下的一员大将, 他英勇善战, 智谋超群, 为建立汉朝立下了汗马功劳. 据说他在点兵的时候, 为了保证军事机密, 不让敌人知道自己部队的实力, 采用下述点兵方法: 先令士兵从 1~3 报数, 结果最后一个士兵报 2; 再令士兵从 1~5 报数, 结果最后一个士兵报 3; 又令士兵从 1~7 报数, 结果最后一个士兵报 4. 这样, 韩信很快就算出了自己部队士兵的总数. 请设计一个算法, 求出士兵至少有多少人.

[解析] 由题意得士兵的总数为 3 的倍数多 2, 5 的倍数多 3, 7 的倍数多 4, 故欲确定士兵总数须先确定满足以上条件的最小的数.

[答案] S1: 首先确定最小的除以 3 余 2 的正整数: 2;

S2: 依次加 3, 就得到所有除以 3 余 2 的正整数: 2, 5, 8, 11, 14, ...;

S3: 在上列数中, 确定第一个除以 5 余 3 的数: 8;

S4: 依次加上 15, 得到 8, 23, 38, 53, ...;

S5: 找出 S4 所得数中除以 7 余 4 的最小数为 53. 故这就是我们要求的数.

[点评] 解决应用题的关键是理清题意, 弄清各个量之间的关系.

**例题 4** 一位商人有 9 枚银元, 其中有 1 枚略轻的是假银元, 你能用天平(无砝码)将假银元找出来吗?

[解析] 最容易想到的解决这个问题的一种方法是: 把 9 枚银元按顺序排成一列, 先称 2 枚, 若不平衡则可找出假银元, 若平衡, 则 2 枚银元都是真的, 再依次与剩下的银元比较, 就能找出假银元.

[答案] 按照下列步骤, 就能将假银元找出来.

S1: 任取 2 枚银元放在天平的两边, 若不平衡, 则轻的一边就是假银元, 否则, 执行 S2;

S2: 取下右边的银元放在一边, 把剩余的 7 枚银元依次放在右边进行称量, 直到天平不平衡, 偏轻的那一枚就是假银元.

[点评] 上述算法最少称 1 次, 最多称 7 次, 我们可以采用下面的方法使称量次数少一些.

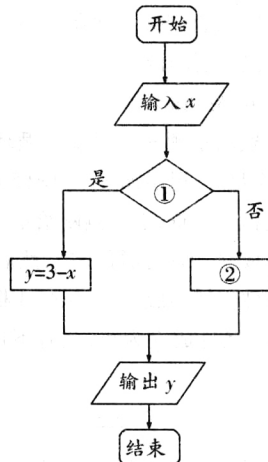
S1: 把银元分成 3 组, 每组 3 枚;

S2: 将两组分别放在天平两边, 如果不平衡, 则假银元就在轻的那一组; 如果左右平衡, 则假银元就在未称的第 3 组内;

S3: 从含假银元的那一组中任取两枚银元放在天平的两边, 如果左右不平衡, 则轻的那一边就是假银元; 如果天平两边平衡, 则未称的那一枚就是假银元.

## ► 问题三 程序框图的概念

**例题 5** 已知  $y = |x - 3|$ , 下列程序框图表示的是给定  $x$  值, 求其相应函数值的算法. 请将该程序框图补充完整, 其中①处应填\_\_\_\_\_; ②处应填\_\_\_\_\_.

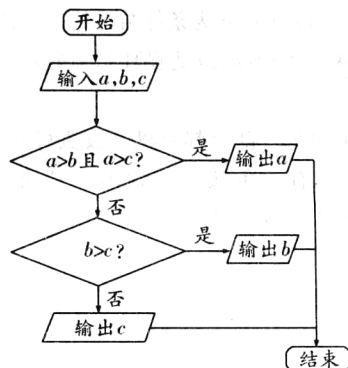


[解析] 本题考查程序框图中各图形符号的功能以及对框图所表示算法的理解. 由  $y = |x - 3|$ , 需对  $x - 3$  的正负进行判断. 故判断框内应为  $x < 3$ ? 因为“是”时, 为  $y = 3 - x$ , 故“否”时, 即  $x \geq 3$  时, 为  $y = x - 3$ .

[答案]  $x < 3$ ?  $y = x - 3$

[点评] 理清题目中框图所表达的算法是解决问题的关键.

**例题 6** 如图所示的程序框图是将一系列指令和问题用框图的形式排列而成的, 箭头将告诉你下一步到哪一个程序框图. 阅读下边的程序框图, 并回答下面的问题.





(1) 程序框图表示了怎样的算法?

(2) 若  $a > b > c$ , 则输出的数是 \_\_\_\_\_; 若  $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$ ,

$b = \frac{2}{3}, c = \log_3 2$ , 则输出的数是 \_\_\_\_\_.

[解析] 程序框图中有两处判断, 由框图中所示的文字和符号表示的操作内容可知: 此框图表示的是“找出  $a, b, c$  三个数中的最大值”的算法. 明确了算法, 问题(2)便可解决.

$$\because a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{3} = b, \therefore a > b,$$

$$\text{又} \because 3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{9} > \sqrt[3]{8} = 2 = 3^{\log_3 2}, \therefore b > c,$$

$$\therefore a > b > c.$$

[答案] (1) 此框图表示的算法是“找出  $a, b, c$  三个实数中的最大值”. (2)  $a$

[点评] 程序框图主要包括三部分: (1) 表示相应操作的框; (2) 带箭头的流程线; (3) 框内外必要的文字说明. 读懂程序框图要从这三个方面研究, 流程线反映了流程的执行的先后顺序, 主要看箭头方向, 框内外文字说明表明了操作内容. 以此题方式考查算法的理解与应用, 会成为新高考的命题趋势.

#### ► 问题四 顺序结构

**例题 7** 半径为  $r$  的圆, 面积公式为  $S = \pi r^2$ , 当  $r = 10$  时, 写出计算圆面积的算法, 画出程序框图.

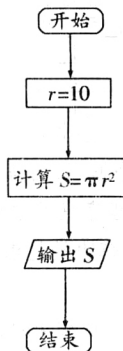
[解析] 本题主要考查算法结构中的顺序结构. 对套用公式型的问题, 关键是明确所给公式中变量的个数及数值, 以及输入, 输出部分的设计.

[答案] S1: 输入  $r = 10$ ;

S2: 计算  $S = \pi r^2$ ;

S3: 输出  $S$ .

程序框图如图所示:



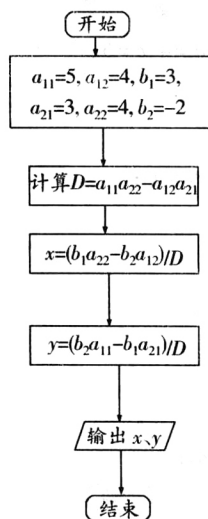
[点评] 对此类题型来讲, 算法其实就是将相关数值代入公式计算的过程.

**例题 8** 画出解下列方程组的程序框图.

$$\begin{cases} 5x + 4y - 3 = 0, \\ 3x + 4y + 2 = 0. \end{cases}$$

[解析] 本题考查的是我们都熟悉的二元一次方程组的算法, 正确地运用图形符号表示这个过程即可.

[答案] 程序框图如图所示:



[点评] ① 本题是根据高斯消去法设计的一个算法. 解决一

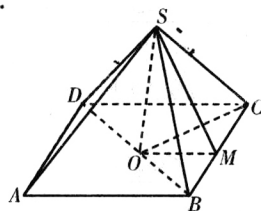
般的二元一次方程组:  $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 & \text{①} \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 & \text{②} \end{cases}$  时, 求得  $D =$

$$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}, \text{若 } D \neq 0, \text{ 则 } x_2 = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, x_1 =$$

$$\frac{a_{22}b_1 - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}; \text{若 } D = 0, \text{ 则方程组无解或有无穷多组解.}$$

② 本题只要用顺序结构就能表示算法. 但对高斯消去法可能要对  $D = 0$  或  $D \neq 0$  作出判断, 从而用到条件结构.

**例题 9** 求底面边长为 4, 侧棱长为 5 的正四棱锥的侧面积及体积, 为该问题设计算法, 并画出程序框图.



[解析] 本题是为立体几何中的锥体求体积、侧面积设计算法的题目. 首先要熟悉体积及侧面积的求法, 再弄清题目中的已知量和未知量.

根据公式  $V = \frac{1}{3} S_{\text{底}} h$ . 由题意知  $S_{\text{底}} = AB^2$ ,

$$h = \sqrt{SC^2 - OC^2}, \text{ 欲求 } h \text{ 可先求 } OC, \text{ 易知 } OC = \frac{\sqrt{2}}{2} AB.$$



要求侧面积先求斜高  $SM$ , 而  $SM = \sqrt{SB^2 - \frac{1}{4}BC^2}$ , 从而得侧面积  $S_{\text{侧}} = 4 \times \frac{1}{2} \times BC \times SM$ , 由于题中字母较多, 可在设计算法时用小写字母表示线段的长.

也可考虑先推导出求体积和侧面积的公式, 转化为套用公式型的算法, 然后代入数据求解.

[答案] 解法一: S1:  $a=4, c=5$ ;

$$S2: R = \frac{\sqrt{2}}{2}a;$$

$$S3: h = \sqrt{c^2 - R^2}, S = a^2;$$

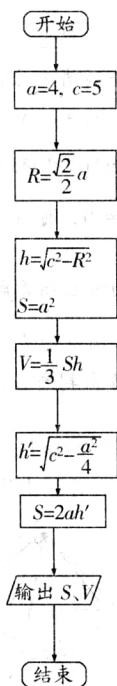
$$S4: V = \frac{1}{3}Sh;$$

$$S5: h' = \sqrt{c^2 - \frac{a^2}{4}};$$

$$S6: S = 2ah';$$

$$S7: \text{输出 } S, V.$$

程序框图如图所示:



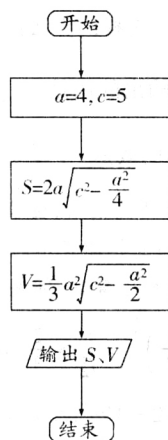
解法二: S1:  $a=4, c=5$ ;

$$S2: S = 2a \sqrt{c^2 - \frac{a^2}{4}};$$

$$S3: V = \frac{1}{3}a^2 \sqrt{c^2 - \frac{a^2}{4}};$$

$$S4: \text{输出 } S, V.$$

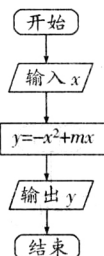
程序框图如图所示:



[点评] 比较以上两个解法, 解法一思路清晰, 但步骤多, 程序框图也比较复杂, 解法二尽管步骤简单, 但须先推导公式, 一旦公式有误, 就会满盘皆输, 两种算法各有优缺点. 解决此类问题时要根据情况灵活选择算法.

**例题 10** 根据如图所示的程序框图和下列各小题的条件回答下列几个小题:

- (1) 该程序框图解决的是什么问题?
- (2) 当输入的  $x$  值为 0 和 4 时, 输出的值相等, 则当输入的  $x$  值为 3 时, 输出的值为多少?
- (3) 要想使输出的值最大, 输入的  $x$  值应为多大?
- (4) 按照这个程序框图输出的  $y$  值, 当  $x$  的值都大于 2 时,  $x$  值大时输出的  $y$  值反而小, 为什么?
- (5) 要想使输出的值等于 3, 输入的  $x$  值应为多少?
- (6) 要想使输入的值和输出的值相等, 输入的  $x$  值应该是多少?



[解析] 本题为给出程序框图, 由程序框图给出的信息解决给出的题目, 关键是找准程序框图中给出的信息.

[答案] (1) 该程序框图解决的是求二次函数  $f(x) = -x^2 + mx$  的函数值的问题.

(2) 当输入的  $x$  的值为 0 和 4 时, 输出的值相等, 即  $f(0) = f(4)$ , 所以  $-16 + 4m = 0$ , 所以  $m = 4$ , 所以  $f(x) = -x^2 + 4x$ , 所以  $f(3) = 3$ . 所以输出的  $y$  值为 3.

(3) 因为  $f(x) = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$ , 当  $x = 2$  时,  $f(x)_{\max} = 4$ , 所以要想使输出的值最大, 输入的  $x$  的值为 2.



(4) 因为  $f(x) = -(x-2)^2 + 4$ , 所以函数  $f(x)$  在  $[2, +\infty)$  上是减函数. 所以在  $[2, +\infty)$  上,  $x$  值大的对应的函数值反而小, 从而当输入的  $x$  值大于 2 时,  $x$  值大的输出的  $y$  值反而小.

(5) 令  $f(x) = -x^2 + 4x = 3$ , 解得  $x = 1$  或  $x = 3$ , 所以要使输出的函数值等于 3, 输入的  $x$  值应为 1 或 3.

(6) 由  $f(x) = x$ , 即  $-x^2 + 4x = x$ , 得  $x = 0$  或  $x = 3$ , 所以要使输入的值和输出的值相等, 输入的值必须是 0 或 3.

[点评] 解决此类问题的关键是理解题意, 再联系与之相关联的函数知识.

### ► 问题五 条件结构

**例题 11** 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x+1 & x>0, \\ 0 & x=0, \\ x+3 & x<0, \end{cases}$  试设计算法及

程序框图, 要求输入自变量  $x$  的值, 输出函数值.

[解析] 该函数是分段函数, 当  $x$  取不同范围的值时, 函数的表达式不同, 因此当给出一个自变量  $x$  的值时, 须先判断  $x$  的范围, 然后确定利用哪一段的解析式求函数值, 因函数解析式分三段, 所以判断框需两个, 即进行两次判断.

[答案] 算法如下:

S1: 输入  $x$ ;

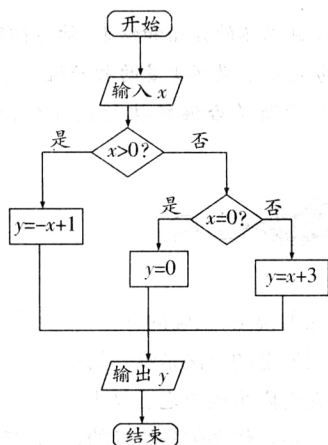
S2: 如果  $x > 0$ , 那么使  $y = -x + 1$ ;

如果  $x = 0$ , 那么使  $y = 0$ ;

如果  $x < 0$ , 那么使  $y = x + 3$ ;

S3: 输出函数值  $y$ .

程序框图如图所示:



[点评] ①求分段函数的函数值的程序框图的画法, 如果分两段的函数, 只需引入一个判断框, 如果分三段的函数, 只需引入两个判断框, 如果分四段的函数, 需引入三个判断框, 依次类推.

②判断框内的内容无顺序限制, 如本题中两个判断框的内容可以交换, 但对应的下一框图中的内容和操作也必须相应地变化.

**例题 12** 在音乐唱片超市里, 每张唱片售价 25 元. 顾客如果购买 5 张以上 (含 5 张) 唱片, 则按九折收费; 如果顾客买 10 张以上 (含 10 张) 唱片, 则按照八五折收费, 请设计一个完成计费工作的算法, 画出程序框图.

[解析] 本题是一个实际问题, 应先建立数学模型. 假设用变量  $a$  表示顾客买的唱片数, 用  $c$  表示顾客要缴纳的现金款, 依题意应有:

$$c = \begin{cases} 25a & 0 \leq a < 5, \\ 22.5a & 5 \leq a < 10, \\ 21.25a & a \geq 10. \end{cases}$$

[答案] 算法步骤如下:

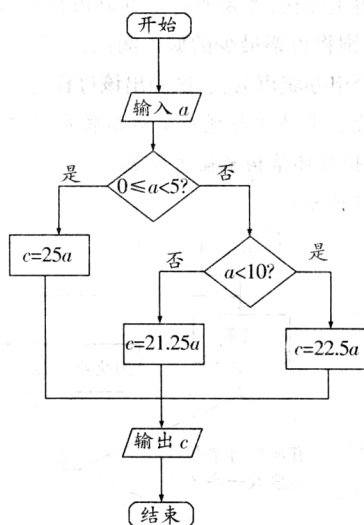
S1: 输入  $a$ ;

S2: 若  $0 \leq a < 5$ , 则  $c = 25a$ , 否则执行 S3;

S3: 若  $a < 10$ , 则  $c = 22.5a$ , 否则 ( $a \geq 10$ ),  $c = 21.25a$ ;

S4: 输出  $c$ .

程序框图如下:

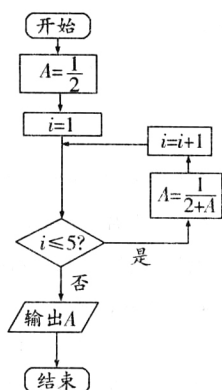


### ► 问题六 循环结构

**例题 13** 画出求  $\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots \frac{1}{2}}}}$  (共 6 个 2) 的值的算法的程序框图.

[解析] 关键是找出循环主体.

[答案] 如图所示:



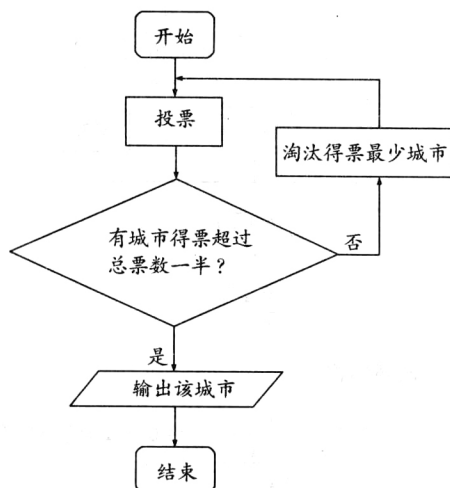
[点评] 本例的循环结构属于当型循环,也可改为直到型循环,类似地,可以设计求  $\sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \cdots \sqrt{2}}}}$  的值的算法的程序框图.

**例题 14** 北京获得了2008年第29届奥运会主办权.你知道在申办奥运会的最后阶段,国际奥委会是如何通过投票决定主办权归属的吗?

对选出的5个申办城市进行表决的操作程序是:首先进行第一轮投票,如果有一个城市得票超过总票数的一半,那么该城市就获得主办权;如果所有申办城市得票数都不超过总票数的一半,则将得票最少的城市淘汰,然后重复上述过程,直到选出一个申办城市为止.试画出该过程的程序框图.

[解析] 本题为算法中与现实生活相联系的题目,从选举的方法看,应选择循环结构来描述算法.

[答案] 如图所示:



[点评] 解决与现实相关的问题时首先要理清题意,此循环结构中对用哪一个步骤控制循环,哪一个步骤作为循环体,要有清晰的思路.

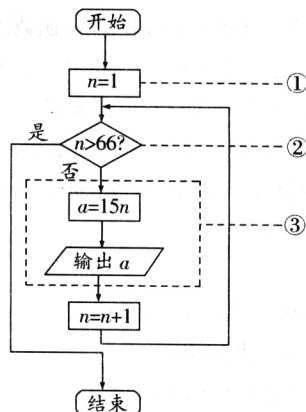
**例题 15** 设计算法输出1000以内能被3和5整除的所有正整数,画出程序框图.

[解析] 本题是计数型循环结构,凡被3和5整除的正整数都是15的倍数,而  $1000 = 15 \times 66 + 10$ ,因此1000以内一共有66个这样的正整数,引入变量  $a$  表示输出的数,引入计数变量  $n$ , $n$  可以从1~66,反复输出  $a$ ,就能输出1000以内的所有能被3和5整除的正整数.

[答案] 算法如下:

- S1:  $n = 1$ ;  
S2: 若  $n \leq 66$ ,则执行 S3,否则,执行 S6;  
S3:  $a = 15n$ ;  
S4: 输出  $a$ ;  
S5:  $n = n + 1$ ,返回 S2;  
S6: 结束.

程序框图如图所示:



[点评] ① 本题中描述算法的结构中反复执行的第③部分称为循环体.

② 变量  $n$  控制循环的开始和结束,称为循环变量.

③ 第①部分是赋予循环变量的初始值,预示循环开始.

④ 第②部分判断是否继续执行循环体,称为循环终止条件.

## D 针对性练习

### 一、选择题

- 下列关于算法的说法,正确的有 ( )  
① 求解某一类问题的算法是唯一的;  
② 算法必须在有限步操作之后停止;  
③ 算法的每一步操作必须是明确的,不能有歧义或模糊;  
④ 算法执行后一定产生确定的结果.  
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
- 下列语句表达中是算法的有 ( )  
① 从济南去巴黎可以先乘火车到北京,再坐飞机抵达;



②利用公式  $S = \frac{1}{2}ah$  计算底为 1, 高为 2 的三角形的面积;

③  $\frac{1}{2}x > 2x + 4$ ;

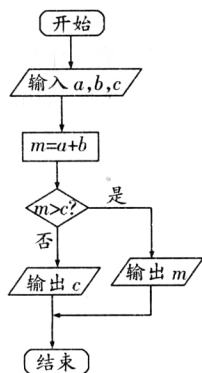
④求  $M(1, 2)$  与  $N(-3, -5)$  两点连线的方程可先求  $MN$  的斜率, 再利用点斜式方程求得.

A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

3. 以下给出对程序框图的几种说法: ①任何一个程序框图都必须有起止框; ②输入框只能放在开始框后, 输出框只能放在结束框前; ③判断框是唯一具有超过一个退出点的框图符号; ④对于一个程序来说, 判断框内的条件的表达方法是唯一的. 其中正确说法的个数是 ( )

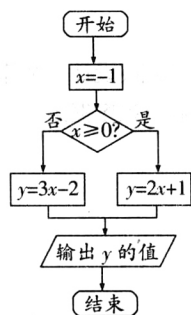
A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

4. 如图所示的程序框图是算法结构中的哪种结构 ( )



A. 条件结构      B. 顺序结构  
C. 循环结构      D. 无法确定

5. 写出下列程序框图描述的算法的运行结果 ( )

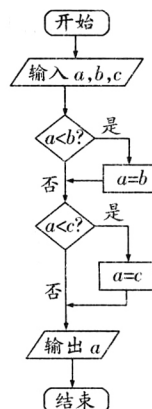


A. -5      B. 5  
C. -1      D. -2

6. 在用高斯消去法解三元一次方程时, 实质上对方程组的系数和常数项做的运算是 ( )

A. 回代过程  
B. 迭代过程  
C. 消元过程  
D. 递归过程

7. 给出一个算法的程序框图如图所示, 该程序框图的功能是 ( )



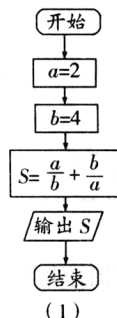
A. 求出  $a, b, c$  三数中的最大数  
B. 求出  $a, b, c$  三数中的最小数  
C. 将  $a, b, c$  从小到大排列  
D. 将  $a, b, c$  从大到小排列

## 二、填空题

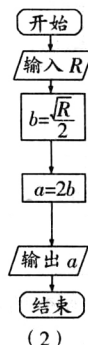
8. 写出下列程序的运算结果.

(1) 图(1)中输出  $S =$  \_\_\_\_\_;

(2) 图(2)中若  $R = 8$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

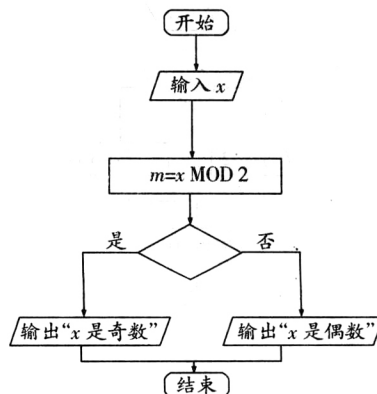


(1)



(2)

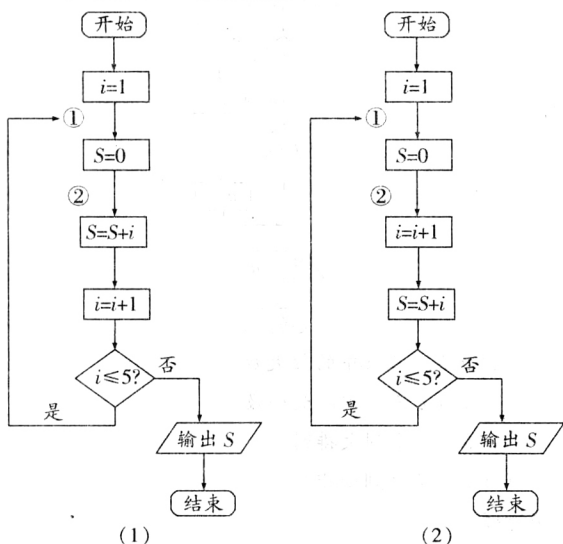
9. 下面程序框图能判断任意输入的数  $x$  的奇偶性, 其中判断框内的条件是 \_\_\_\_\_.



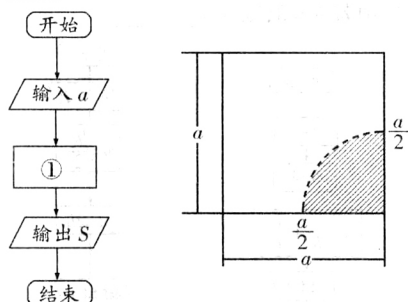
10. 根据不同条件写出程序框图的运行结果.

(1) 图(1)中, 箭头指向①时输出  $S = \underline{\hspace{2cm}}$ , 箭头指向②时输出  $S = \underline{\hspace{2cm}}$ .

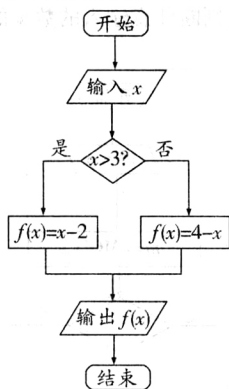
(2) 图(2)中, 箭头指向①时输出  $S = \underline{\hspace{2cm}}$ , 箭头指向②时输出  $S = \underline{\hspace{2cm}}$ .



11. 计算图中空白部分面积的一个程序框图如下, 则①中应填  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



12. 如图是某一函数的求值程序框图, 则满足程序框图的函数解析式为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



### 三、解答题

13. 写出作  $\triangle ABC$  的外接圆的一个算法.

14. 下面给出一个问题的算法:

S1: 输入  $x$ ;

S2: 若  $x \geq 4$ , 则执行 S3, 否则执行 S4;

S3: 输出  $2x - 1$ ;

S4: 输出  $x^2 - 2x + 3$ .

问题:

(1) 这个算法解决的问题是什么?

(2) 当输入的  $x$  值为多大时, 输出的数值最小?

15. 任意给定一个正实数, 设计一个算法, 求以这个数为直径的圆的面积, 并画出程序框图.

16. 画出判断一个数  $n$  能否被 3 和 5 整除的程序框图.

17. 在国内寄平信,每封信的质量  $x(\text{g})$  不超过 60 g 时的邮费

$$(\text{单位:分}) \text{ 标准为 } y = \begin{cases} 80 & x \in (0, 20], \\ 160 & x \in (20, 40], \\ 240 & x \in (40, 60]. \end{cases} \text{ 试画出计算邮}$$

费的程序框图.

18. 相传古代印度国王舍罕要褒赏他聪明能干的宰相达依尔(国际象棋的发明者),问他需要什么,达依尔说:“国王只要在国际象棋的棋盘第一个格子里放一粒小麦,第二个格子里放两粒,第三个格子里放四粒,以后按此比例每一格加一倍,一直放到第 64 格(国际象棋是  $8 \times 8 = 64$  格),我就感恩不尽,其他什么也不要了.”国王想:“这有多少,还不容易!”让人扛来一袋小麦,但不到一会儿就全用完了,再来一袋很快又没有了,结果全印度的粮食都用完还不够,国王很奇怪,怎么也算不清这笔账,一个国际象棋棋盘按这种方式一共能放多少粒小麦.

试用程序框图表示其算法.

19. 电脑游戏中,“主角”的生命机会往往被预先设定. 如果枪战游戏中,“主角”被设定生命机会 5 次,每次生命承受射击 8 枪(被击中 8 枪则失去一次生命机会). 假设射击过程均为单发发射,试为“主角”耗用生命机会的过程设计一个算法程序框图.