



College Mathematics Guidance Series
大学数学学习辅导丛书

高等数学附册

习题分析与解答

.....
(第2版)
.....

□ 姚孟臣 编



高等教育出版社

College Mathematics Guidance Series

大学数学学习辅导丛书

高等数学附册 习题分析与解答

(第2版)

姚孟臣 编

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学附册. 习题分析与解答/姚孟臣编. —2版. —北京: 高等教育出版社, 2008. 12

ISBN 978 - 7 - 04 - 024910 - 1

I. 高… II. 姚… III. 高等数学 - 高等学校 - 解题
IV. O13 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 176499 号

策划编辑	马 丽	责任编辑	崔梅萍	封面设计	张申申
责任绘图	杜晓丹	版式设计	王 莹	责任校对	朱惠芳
责任印制	朱学忠				

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区 德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010 - 58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
			http://www.landaco.com.cn
经 销	蓝色畅想图书 发行有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
印 刷	河北省财政厅 票证文印中心		
开 本	850 × 1168 1/32	版 次	2004 年 6 月第 1 版
印 张	14		2008 年 12 月第 2 版
字 数	340 000	印 次	2008 年 12 月第 1 次印刷
		定 价	19.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 24910 - 00

内容简介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材《高等数学(一)微积分》(第2版)和《高等数学(二)线性代数、概率统计》(第2版)的配套辅导书。全书分两部分,共十二章。第一部分共六章,内容包括:函数、极限、连续,一元函数微分学,一元函数积分学,多元函数微积分,无穷级数,常微分方程。第二部分共六章,内容包括:行列式,矩阵,线性方程组,随机事件及其概率,随机变量及其分布,数理统计基础。书中给出了教材中所有习题的分析与解答,并针对目前参加自学考试考生的实际需要,适当增加了选择、填空等其他题型的习题。

本书可以作为普通高等学校经济管理类各个专业的学生以及参加全国高等教育自学考试的考生学习微积分、线性代数、概率论与数理统计课程的教材和参考书,也可以满足成人高等教育以及高等职业教育各个专业的学生学习相关课程教学辅导的需要。

郑 重 声 明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

反盗版举报传真：(010) 82086060

E-mail：dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100120

购书请拨打电话：(010) 58581118

第2版前言

随着教学改革的不断深化,我国各高校经济与管理类专业的学生情况、不同专业对公共数学基础课的要求都有很大变化,教学内容的更新、教学课时量的调整都对数学基础课的教学工作和教材建设提出了新的要求。通过几年的教学实践,各院校结合实际情况对经济管理专业高等数学课程的教学内容、结构、方法、目的和要求进行了积极的探讨。为了适应对此类课程不同的需求,我们借鉴国内外经管类高等数学教材编写的经验教训,以多年来为北京大学等院校授课所用教材为基础重新修订了这套系列教材,作为普通高等教育“十一五”国家级规划教材正式出版。本系列教材增加了经营类学生必需的一些数学知识,使教材内容更加充实,使用面更广。

本书是系列教材的配套辅导书,具有如下特色:

1. 根据主教材的修订,在习题安排上尽量做到选材合理,难易程度适当,满足经管类专业基础数学课的需要,而又不显得庞杂和艰深;
2. 例题类型多样,解题过程条理清楚,讲解通俗易懂、深入浅出,不仅利于课堂教学,便于学生自学,也不失数学的严谨性与系统性;
3. 例题、习题的选配照顾到了理论、方法的练习和实际应用的练习,基本题与提高题的数量配置合理,从整体上看数学的训练是充分的。

由于编者水平有限，书中难免有错漏之处，希望广大读者批评指正。

编 者

2008 年 3 月于世纪城

第 1 版前言

高等数学（包括微积分、线性代数、概率统计）是经济管理专业的一门基础课。根据高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革的总目标的要求，参照教育部有关自学考试的大纲，结合作者多年来为北京大学等院校讲授高等数学课程的实践，我们编写了这套教材。其中包括主教材《高等数学（一）微积分》、《高等数学（二）线性代数、概率统计》以及与之配套的《高等数学附册（习题分析与解答）》共三册。本书是辅导教材《高等数学附册（习题分析与解答）》。

这套教材内容涵盖了教育部对经济管理专业《高等数学（一）》和《高等数学（二）》自学考试大纲的全部要求，并考虑到目前绝大多数综合大学和工程院校都设立了经济或管理学科的有关专业，但各校的不同专业方向对数学基础的要求有一定的差异。为此本书力图在学时不多的情况下，让读者了解或掌握高等数学中有关的重要概念、理论和方法以及它们的实际背景，从而建立正确的数学概念，学会使用数学的方法分析、描述、进而定量地解决经济管理学科中的一些实际问题。因此，教材在内容选取注意了科学性和系统性，广度和深度比较恰当，避免了大量的理论推导，更突出有关理论和方法的应用。

《高等数学附册（习题分析与解答）》全书分两部分，共十四章。第一部分共八章，内容包括：函数及其图形、极限和连续、导数与微分、中值定理和导数的应用、一元积分学、多元函

数微积分、无穷级数、常微分方程。第二部分共六章，内容包括：行列式、矩阵、线性方程组、随机事件及其概率、随机变量及其分布、数理统计基础。书中给出了教材中所有习题的解答与分析，并针对目前参加自学考试的考生实际需要，适量增加了选择、填空等其他题型的习题。

本书适合经济管理各个专业高等数学课程以及参加自学考试的《高等数学（一）》和《高等数学（二）》课程的需要。对于各高等院校及成人高等专科学校各个专业的微积分、线性代数、概率论与数理统计课教学辅导也是一本较好的学习用书和参考书。

由于编者水平和精力所限，题解中难免有错误和疏漏之处，恳请读者和教授此课的老师批评指正。

编 者

2004年1月6日

于北京大学中关园

目 录

第 一 部 分

第一章	函数、极限、连续	(1)
第二章	一元函数微分学	(62)
第三章	一元函数积分学	(127)
第四章	多元函数微积分	(182)
第五章	无穷级数	(228)
第六章	常微分方程	(260)

第 二 部 分

第一章	行列式	(283)
第二章	矩阵	(307)
第三章	线性方程组	(335)
第四章	随机事件及其概念	(360)
第五章	随机变量及其分布	(376)
第六章	数理统计基础	(421)

第一部分

第一章 函数、极限、连续

(一) 选择题

1. 函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{9-x^2}, & |x| \leq 3, \\ x^2-9, & 3 < |x| < 4 \end{cases}$ 的定义域是().

- (A) $[-3, 4)$; (B) $(-3, 4)$;
(C) $[-4, 4)$; (D) $(-4, 4)$.

答案是: D.

分析 分段函数的定义域是各个定义区间(或点集)的并,于是有

$$\{|x| \leq 3\} \cup \{3 < |x| < 4\} = (-4, 4).$$

故选择 D.

2. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[1, 2]$, 则函数 $f(1-\lg x)$ 的定义域是().

- (A) $(0, 1]$; (B) $[1-\lg 2, 1]$;
(C) $[1/10, 1]$; (D) $[1, 10]$.

答案是: C.

分析 $f(1-\lg x)$ 的定义域应满足: $1 \leq 1-\lg x \leq 2$, 即

$$\begin{cases} \lg x \leq 0, \\ \lg x \geq -1, \end{cases} \quad \text{亦即} \quad \begin{cases} 0 < x \leq 1, \\ x \geq 1/10, \end{cases}$$

因此

$$1/10 \leq x \leq 1.$$

故选择 C.

3. 函数 $y = \sqrt{\lg\left(\frac{5x-x^2}{4}\right)}$ 的定义域为().

(A) $(0, 5)$;

(B) $[1, 4)$;

(C) $(1, 4]$;

(D) $[1, 4]$.

答案是: D.

分析 要使函数有意义, 必须满足以下两个条件:

$$\begin{cases} 5x - x^2 > 0, \\ \lg \frac{5x - x^2}{4} \geq 0, \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} x^2 - 5x < 0, \\ 5x - x^2 \geq 4, \end{cases}$$

因此

$$\begin{cases} 0 < x < 5, \\ 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

故选择 D.

4. 下列函数对中, 两函数相等的是().

(A) $y = x$ 与 $y = 2^{\lg_2 x}$;

(B) $y = x$ 与 $y = \arctan(\tan x)$;

(C) $y = \lg(3-x) - \lg(x-2)$ 与 $y = \lg \frac{3-x}{x-2}$;

(D) $y = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+2}}$ 与 $y = \sqrt{\frac{x-3}{x+2}}$.

答案是: C.

分析 两个函数定义域相同并且对应法则也相同则它们相等, 经验证, 仅 C 中两个函数定义域均为 $(2, 3)$, 且对应法则相同, 故选择 C.

5. 设 $f(x) = \frac{x^2 + 2kx}{kx^2 + 2kx + 3}$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 则 k 的取值范围是().

(A) $0 < k < 3$;

(B) $0 \leq k < 3$;

(C) $k > 3$;

(D) $k < 0$ 或 $k > 3$.

答案是: B.

分析 依题意,即求得 $kx^2 + 2kx + 3 \neq 0$ 的 k 的取值范围,于是有

$$\begin{cases} k > 0, \\ kx^2 + 2kx + 3 > 0, \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} k < 0, \\ kx^2 + 2kx + 3 < 0, \end{cases} \quad \text{或} \quad k = 0,$$

解得 $0 \leq k < 3$. 故选择 B.

6. 设 $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = x$, 则有 ().

(A) $f(-2-x) = -2 - f(x)$; (B) $f(-x) = f\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$;

(C) $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$; (D) $f(f(x)) = -x$.

答案是: A.

分析 令 $u = \frac{1-x}{1+x}$, 得 $x = \frac{1-u}{1+u}$, 于是 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 从而有

$$f(-2-x) = -\frac{3+x}{1+x} = -2 - \frac{1-x}{1+x} = -2 - f(x).$$

故选择 A.

7. 设

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0, \\ 2x, & x < 0, \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -2x, & x < 0, \end{cases}$$

则 $x \leq 0$ 时, $f(g(x)) = ()$.

(A) $2x$; (B) x^2 ; (C) $4x^2$; (D) $-4x^2$.

答案是: C.

分析 当 $x \leq 0$ 时, $g(x) = -2x \geq 0$, 所以 $f(g(x)) = (-2x)^2 = 4x^2$, 故选择 C.

8. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义, 下列函数中必为偶函数的是 ().

$$(A) y=f^2(x);$$

$$(B) y=x^2f(x);$$

$$(C) y=f(|x|);$$

$$(D) y=f[(x+1)^2].$$

答案是: C.

分析 $f^2(-x)$ 不一定等于 $f^2(x)$; $(-x)^2f(-x)=x^2f(-x)$ 不一定等于 $x^2f(x)$; $f[(x+1)^2]$ 不一定等于 $f[(-x+1)^2]$; 而 $f(|-x|)=f(|x|)$, 根据偶函数定义, 它是偶函数.

故选择 C.

9. 设函数 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$ ($a>0, a\neq 1$), 则该函数是().

(A) 奇函数;

(B) 偶函数;

(C) 非奇非偶函数;

(D) 既是奇函数又是偶函数.

答案是: A.

分析 由于函数

$$\begin{aligned}f(-x) &= \log_a(-x + \sqrt{(-x)^2 + 1}) \\&= \log_a \frac{x^2 + 1 - x^2}{\sqrt{x^2 + 1} + x} \\&= -\log_a(x + \sqrt{x^2 + 1}) = -f(x).\end{aligned}$$

故选择 A.

10. 设 $f(x)=\log_3 \frac{1-x}{1+x}$, $g(x)=x^3$, 则() 为偶函数.

(A) $f(g(x))$;

(B) $f(x) \cdot g(x)$;

(C) $\begin{cases} f(x), & |x| < 1, \\ g(x), & |x| \geq 1; \end{cases}$

(D) $g(f(x))$.

答案是: B.

分析 函数 $f(x), g(x)$ 均为奇函数, 则两函数复合 $f(g(x))$ 或 $g(f(x))$ 仍为奇函数, C 的各分段区间均为奇函数, 故 C 也为奇函数, 而 $f(-x) \cdot g(-x) = [-f(x)] \cdot [-g(x)] = f(x) \cdot g(x)$,

因此 $f(x)g(x)$ 为偶函数. 故选择 B.

11. 在 $\mathbf{R}$ 上, 下列函数中为周期函数的是().

(A) $\sin x^3$; (B) $\sin 2x$; (C) $x \cos x$; (D) $x \sin x$.

答案是: B.

分析 易见

$$\sin(2x + 2\pi) = \sin 2(x + \pi).$$

它是一个周期为 π 的周期函数. 故选择 B.

12. 下列函数中为周期函数的是().

(A) $x \cos x$; (B) $\sin x^2$; (C) $\sin \frac{1}{x}$; (D) $\sin^2 x$.

答案是: D.

分析 由于 x 不是周期函数, $x \cos x$ 也不是周期函数, $\sin x^2$ 不是周期函数, 如果 $y = \sin x^2$ 是周期函数, 根据周期函数的定义, 就必然存在一个常数 $T > 0$, 使得 $\sin(x + T)^2 = \sin x^2$, 即

$$\sin(x^2 + 2xT + T^2) = \sin x^2.$$

但是, 这一等式当且仅当 $T = 0$ 时, 对于一切 x 成立. 因此, $\sin x^2$ 不是周期函数. 因为 $\frac{1}{x}$ 不是周期函数, 所以 $\sin \frac{1}{x}$ 也不是周期

函数. 因为 $y = \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$, 显然 $\cos 2x$ 的周期为 π , 所以

$$\begin{aligned}\sin^2(x + \pi) &= \frac{1}{2}[1 + \cos 2(x + \pi)] \\ &= \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) = \sin^2 x.\end{aligned}$$

故选择 D.

13. 函数 $f(x) = |x^2 - 1|$ 的单调有界区间是().

(A) $[-1, 1]$; (B) $(1, +\infty)$;
(C) $[-2, 0]$; (D) $[-2, -1]$.

答案是: D.

分析 因为 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上满足 $|f(x)| \leq 1$, 且 $f(-1) = f(1)$, 所以 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上有界, 但不是单调的; $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 内虽单调, 但无界; 又因为 $f(x)$ 在 $[-2, 0]$ 上满足 $f(0) = f(-\sqrt{2})$, 所以 $f(x)$ 在 $[-2, 0]$ 上虽有界, 但不是单调的; $f(x)$ 在 $[-2, -1]$ 上单调、有界. 故选择 D.

14. 函数 $y = 1 + \lg(x+2)$ 的反函数是().

(A) $y = 10^{x-2} + 1$; (B) $y = 10^{x-2} - 1$;

(C) $y = 10^{x-1} + 2$; (D) $y = 10^{x-1} - 2$.

答案是: D.

分析 由 $y = 1 + \lg(x+2)$ 得到 $y-1 = \lg(x+2)$, 即

$$x+2 = 10^{y-1}, \text{ 亦即 } x = 10^{y-1} - 2,$$

故函数 $y = 1 + \lg(x+2)$ 的反函数为 $y = 10^{x-1} - 2$. 故选择 D.

15. 下列函数中为初等函数的是().

(A) $y = \sqrt{\cos x - 2}$; (B) $y = \sqrt{\sin x - 1}$;

(C) $y = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 1, \\ 0, & x = 1; \end{cases}$ (D) $y = \begin{cases} 1+x, & x < 0, \\ x, & x \geq 0. \end{cases}$

答案是: B.

分析 函数 $y = \sqrt{\cos x - 2}$ 没有定义域, 因此, 它不是函数, 当然也就不是初等函数; 函数 $y = \sqrt{\sin x - 1}$, 是由 $\sin x - 1$ 与 $\sqrt{x}$ 复合而成的, 因此它是初等函数; 另外两个函数, 它们都是分段函数, 一般来说, 分段函数不是初等函数. 故选择 B.

16. 设

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1, & x > 0, \end{cases}$$

则 $f[f(x)] = (\quad)$.

(A) $-f(x)$; (B) $f(-x)$; (C) 0; (D) $f(x)$.

答案是: D.

分析

$$\begin{aligned} f[f(x)] &= \begin{cases} -1, & f(x) < 0, \\ 0, & f(x) = 0, \\ 1, & f(x) > 0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} -1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1, & x > 0 \end{cases} \\ &= f(x). \end{aligned}$$

故选择 D.

17. 分段函数

$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \leq 0, \\ 1+x, & x > 0 \end{cases}$$

是一个().

(A) 奇函数; (B) 偶函数;
(C) 非奇非偶函数; (D) 既是奇函数又是偶函数.

答案是: B.

分析

$$\begin{aligned} f(-x) &= \begin{cases} 1+x, & -x \leq 0, \\ 1-x, & -x > 0 \end{cases} = \begin{cases} 1+x, & x \geq 0, \\ 1-x, & x < 0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} 1-x, & x \leq 0, \\ 1+x, & x > 0 \end{cases} = f(x). \end{aligned}$$

故选择 B.

18. 设函数 $g(x) = 1+x$, 且当 $x \neq 0$ 时, $f[g(x)] = \frac{1-x}{x}$, 则

$f\left(\frac{1}{2}\right)$ 的值是().