



普通高等教育“十一·五”规划教材

通信原理学习辅导

——要点、仿真与习题

屈代明 何业军 编著
鲁放 李嵩斌



科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”规划教材

通信原理学习辅导

——要点、仿真与习题

屈代明 何业军 编著
鲁放 李嵩斌

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是根据黄载禄教授主编的教材《通信原理》(第一版,科学出版社)编写的辅导用书。全书共13章,内容与教材相对应,包括绪论、随机变量与随机过程概要、信道、信源编码、信道复用、数字基带信号的传输、模拟信号的调制与解调、数字信号调制、加性高斯白噪声信道中的信号检测、信道编码、多径衰落信道中的信号检测和分集接收、扩频通信原理和同步原理。每章包括三个部分,分别为本章要点、仿真实验、习题精选与解答。本书的附录提供了华中科技大学电信系2006~2007学年第二学期《通信原理》期终考试试题题解。本书仿真实验中提到的Matlab代码和Simulink模型都可通过网络下载。

本书可以作为高等院校电子信息类专业本科生和自考生学习《通信原理》课程的学习辅导材料和复习参考用书及报考硕士研究生的复习指导书,也可以作为通信原理课程教师的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

通信原理学习辅导:要点、仿真与习题/屈代明等编著. —北京:科学出版社,2008

普通高等教育“十一五”规划教材

ISBN 978-7-03-022029-5

I. 通… II. 屈… III. 通信理论-高等学校-教学参考资料 IV. TN911

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第082907号

责任编辑:马长芳 王向珍 / 责任校对:刘亚琦

责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

骏 志 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年10月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2008年10月第一次印刷 印张:19 1/4

印数:1—3 000

字数:368 000

定价:33.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换(环伟))

前 言

通信原理是我国高等院校电子信息类专业的专业基础课,是通信工程、电子信息工程专业学生的必修课,也是电子科学与技术、计算机、自动控制、光电子等相关专业学生的必修课或选修课,还有一些高等院校通信与信息系统、信号与信息处理等专业硕士研究生入学考试科目之一。

本书是通信原理课程的教学辅导教材或参考书。本书的主要参考书是华中科技大学黄载禄、殷蔚华、黄本雄编著的《通信原理》^[1]教材(普通高等教育“十一五”国家级规划教材,科学出版社,2007年2月第一版)。该教材的特点是:①依照通信的理论体系,按照现代通信系统的功能模块来划分教材的章节。②在内容选取上,以无线通信系统为背景,全面介绍移动通信所涉及的主要技术;在理论知识讲授和习题选取方面,注重联系通信系统实际。③全书的章节划分和体系结构注重通信技术架构和理论体系的整体性。

本书的内容主要包含三部分:本章要点、仿真实验和习题精选与解答。①关于各章要点:本书考虑到教材中数学推导和文字叙述内容较多,为便于学生理解,有利于学生掌握各章的核心内容,本书各章的第一部分抽取了教材各章内容的要点,即主要概念、原理、方法、图表、结论,并介绍主要应用,省略了中间的推导过程,使学生能了解教材内容的纲目,在较短时间内回顾和复习教材的主要内容。②关于仿真实验:根据教材的重点和难点内容,本书为每一章设计了一个仿真实验以及相应的多个仿真练习。仿真实验采用了 Matlab 或 Simulink 作为仿真工具,使学生能深入学习课程重点难点,以及通信仿真的方法和技术。本书的仿真实验结构完整,可以作为通信原理课程仿真实验的实验指导书。考虑到系统仿真已成为设计和研究电子信息系统、通信系统普遍采用的工具,它能将原理与系统相结合,因而该部分内容可以培养学生的系统思维能力、自主学习能力和科学研究能力。③关于习题精选与解答:本书从教材中精选了部分习题,给出了这些习题的详细解答,而没有给出教材中所有习题的解答。这样做的原因是,习题是培养学生理解所学概念、理论,并与工程实际相联系,综合应用理论知识的一个重要环节,如果所有习题都给出了详细解答将不利于学生的独立思考。

读者在使用本书时需注意如下几点:①本书的要点部分仅供学生回顾和复习教材使用,不能用于替代《通信原理》教材;学好通信原理课程的关键是要掌握与理解好教材中的重要概念,要做到这一点,听好课和阅读与消化好教材是两个最重要环节。②本书仿真实验中提到的 Matlab 代码和 Simulink 模型都可通过网络下载,下载地址是:<http://ei.hust.edu.cn/teacher/qudaiming/poc.rar> 和 <http://>

cie. szu. edu. cn/yjhe/poc. rar, 这些仿真代码可以在 Matlab 6.5 以上的版本中运行。③本书并不是完整的 Matlab 或 Simulink 的使用指南, 对于完全没有 Matlab 或 Simulink 使用经验的读者, 作者建议在仿真实验前先学习 Matlab 或 Simulink 基础教程。

本书由华中科技大学的屈代明、深圳大学的何业军、华中科技大学的鲁放、中国人民解放军空军雷达学院的李嵩斌四位老师共同编著; 其中每章的要点部分由何业军执笔, 每章的仿真实验部分由屈代明执笔, 每章的习题精选与解答部分由鲁放执笔, 李嵩斌负责全书的统稿和校对。此外, 本书主要参考书《通信原理》的作者黄载禄教授参加了本书大纲的讨论制订, 并对全书进行了审阅和修改; 华中科技大学电信系刘玉教授十分支持与关注本书的编写工作, 刘玉教授指导的基于项目的信息大类专业教育试点班(04 级“种子班”)的学生承担了本书仿真代码的编写工作。在此, 作者对为本书编写工作作出贡献的同事、同学表示衷心的感谢。

本书难免存在一些不完善、不妥之处, 敬请读者批评指正, 作者将不胜感激!
联系地址: E-mail: qudaiming@gmail. com。

作 者

2008 年 4 月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 本章要点	1
1.2 仿真实验	4
1.3 习题精选与解答	6
第 2 章 随机变量与随机过程概要	7
2.1 本章要点	7
2.2 Simulink 仿真简介——随机信号通过线性时不变系统的响应	15
2.3 Matlab 仿真简介——随机信号通过线性时不变系统的响应	21
2.4 习题精选与解答	24
第 3 章 信道	28
3.1 本章要点	28
3.2 仿真实验——多径衰落信道	37
3.3 习题精选与解答	44
第 4 章 信源编码	54
4.1 本章要点	54
4.2 仿真实验——增量调制	68
4.3 习题精选与解答	73
第 5 章 信道复用	79
5.1 本章要点	79
5.2 仿真实验——频分复用和正交频分复用	89
5.3 习题精选与解答	96
第 6 章 数字基带信号的传输	100
6.1 本章要点	100
6.2 仿真实验——信道均衡器	111
6.3 习题精选与解答	121
第 7 章 模拟信号的调制与解调	125
7.1 本章要点	125

7.2	仿真实验——抑制载波双边带调幅	136
7.3	习题精选与解答	141
第8章	数字信号调制	147
8.1	本章要点	147
8.2	仿真实验——MSK 调制与解调	165
8.3	习题精选与解答	173
第9章	加性高斯白噪声信道中的信号检测	177
9.1	本章要点	177
9.2	仿真实验——QAM 符号错误率	191
9.3	习题精选与解答	194
第10章	信道编码	201
10.1	本章要点	201
10.2	仿真实验——卷积编码和维特比译码	220
10.3	习题精选与解答	229
第11章	多径衰落信道中的信号检测和分集接收	239
11.1	本章要点	239
11.2	仿真实验——多径衰落信道信号的分集接收	248
11.3	习题精选与解答	253
第12章	扩频通信原理	256
12.1	本章要点	256
12.2	仿真实验——直接序列扩频	263
12.3	习题精选与解答	268
第13章	同步原理	272
13.1	本章要点	272
13.2	仿真实验——Costas 环载波同步	285
13.3	习题精选与解答	290
参考文献		293
附录		294

第 1 章 绪 论

1.1 本章要点

1.1.1 通信、信源、消息、信号、信息

通信(communication)是将消息(消息的定义见后)从发送者传至接收者。发送者和接收者可以是人,也可以是物。称传送消息的传输系统为通信系统。

信源(source)是消息的来源,是消息的产生者,提供消息的可以是人或机器。

消息(message)是通信系统要传递的对象,它由信源产生,如语音、图像、文字或某些物理参数等。

信号(signal)是为了传送消息,而对消息进行变换后在通信系统中传输的某种物理量,如电信号、声信号或光信号等。另外与其相近的名词是信令(signaling),它是通信系统进行控制操作或为用户服务的一类控制信号。

信息(information)是消息所含内容的量度,香农信息论给出了它的定义,单位为比特(bit)。

1.1.2 通信系统模型

通信系统可以用经典通信系统的功能框图或现代通信系统的功能框图来描述。经典通信系统模型中包含信源、发送设备、信道、接收设备、接收者及干扰源,其功能框图如图 1.1.1 所示。在信源与发送设备之间,以及接收设备与接收者之间传递的是消息,通过信道连接发送设备与接收设备,它们之间传递的是信号。现代通信系统的功能模型从通信网络的系统组成角度划分了四个功能模块:接入功能模块(或接入层)、传输功能模块(或传输层)、控制功能模块(或控制层)、应用功能模块(或应用层),其功能框图如图 1.1.2 所示。

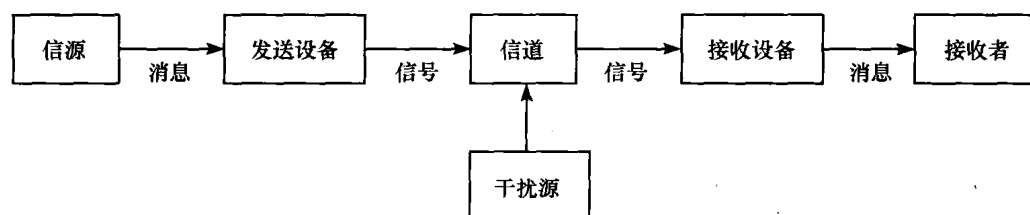


图 1.1.1 经典通信系统功能框图

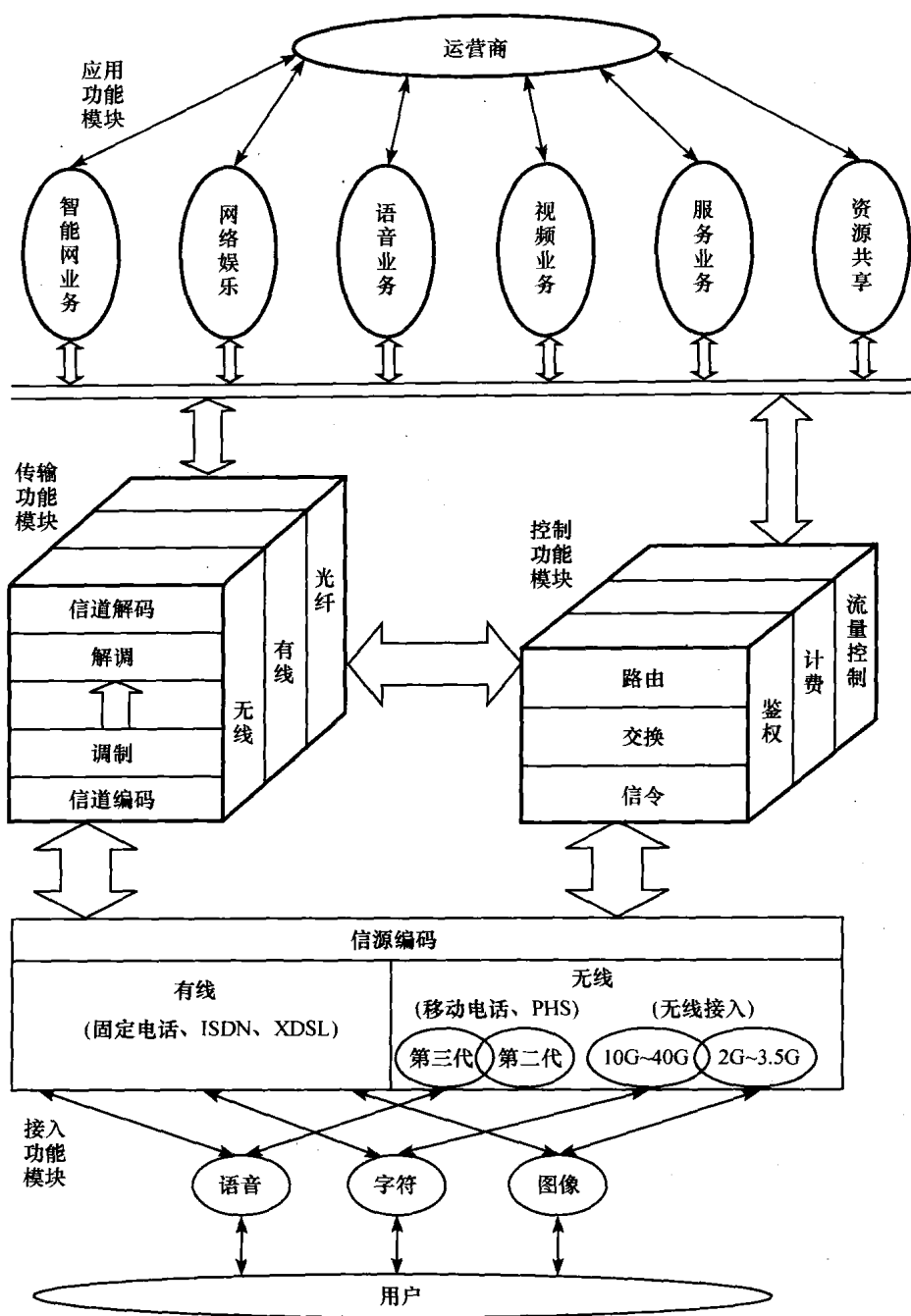


图 1.1.2 现代通信系统的功能框图

1.1.3 通信技术的发展

1837 年,莫尔斯发明电报是通信技术发展的里程碑。从 1918 年无线电广播

商用到黑白电视广播商用用了 20 年时间。1953 年,NTSC 彩色电视制式在美国研究成功。1991 年,GSM 移动通信系统在欧洲投入商用。1993 年,美国高通(Qualcomm)公司研制出 CDMA 移动通信系统。1996 年之后移动通信进入了 3G 时代,欧洲、美国与中国分别提出了 WCDMA、CDMA2000 和 TD-SCDMA 三个 3G 标准。

促进通信技术发展的主要动因在于社会需求及技术需求。社会发展越快,信息资源就会越多。微电子技术及计算机技术向前发展越快,通信技术也发展越快。

1.1.4 通信系统分类

通信系统的分类可以是多种多样,依照传输信号形式划分,可分为模拟通信系统和数字通信系统。按工作方式分,可分为单工(simplex)、半双工(half-duplex)和全双工(duplex)。

单工通信,是指消息只能单方向传输的工作方式,如广播、遥测、遥控、无线寻呼等都是单工通信方式。

半双工通信,是指通信双方都能收发消息,但不能同时进行收和发的工作方式。例如,使用同一载频的对讲机、收发报机以及问询、检索、科学计算等数据通信都是半双工通信方式。

全双工通信,是指通信双方可同时进行收发消息的工作方式。一般情况下,全双工通信的信道必须是双向信道。固定电话、小灵通、手机都是最常见的全双工通信方式。

通信系统目前没有准确的分类标准。就数字通信与模拟通信而言,数字通信是模拟通信的发展,是完全不同的通信体制。数字通信与模拟通信的差别,表现在系统设备设计所依据的基本理论,如调制、编码、检测、同步和复用等方面,因而差别是本质性的。

1.1.5 通信系统的质量指标

不同的通信系统有不同的质量指标,因而很难用同一组质量指标来衡量不同的通信系统。影响通信质量的因素可分为两个方面:一是信道的特征及种种限制因素;二是表示信息本身的信号或编码方式和传输(调制、解调)方式。研究或设计一个通信系统应该考虑的一些主要参数和指标是:输出信噪比(模拟通信系统)、误码率(数字通信系统)、工作频段、频带宽度与频带利用率(数字通信系统)、发射功率等。

1.1.6 通信系统仿真

通信系统仿真是研究、分析与设计通信系统的手段,它的优点包括五个方面:
①便于用数学模型描述实验研究设备,可获得逼近真实的输出信号,修改设计方案变成修改数学模型和仿真参数,从而便于寻求最佳的系统设计参数;②仿真方法可

以将设备置于所要求的工作环境中(如用户数、噪声和干扰强度或信道参数等),并迅速得到环境参数、条件变化对系统工作的影响,还可以创造物理上难以实现的环境条件;③仿真可减少研究开发的投资,缩短设备研制周期;④仿真可以减少系统设计差错,便于从全局来研究和分析一个系统;⑤系统仿真可以减少实验中偶然因素(如外部干扰、设备人为因素等)的影响,增强分析问题的科学性。

通信系统仿真的第一步是建模,有系统建模、设备建模与信号建模。系统建模是将通信系统自顶向下以树形结构形式一层一层向下分解。设备建模是将子系统表示为方块图。方块图中的各个方块可以表示一个功能、一个函数、一个算法或一组方程等,同时还包括某些人工设备,如电缆或信道等。信号建模是用数学方程表示各类信号,如噪声信号、正弦信号、调制信号和编码信号等。

1.2 仿真实验

本小节简要介绍本书仿真实验的目的、内容、步骤和采用的仿真工具。

1.2.1 仿真实验目的和内容

本书的仿真实验目的是:①帮助读者理解课程知识,掌握和验证通信系统工作原理;②学习通信系统仿真的常用方法,如蒙特卡罗方法,考虑到仿真是研究分析电子信息系统的的基本手段,因而本节各章所介绍的仿真实验,其目的亦是培养学生从事科学研究的能力。本书的仿真实验根据上述目的基本上分为两类。

第一类实验对课程中讲到的通信系统工作原理进行了仿真,仿真结果不涉及定量的通信系统性能指标(如误码率),而是一些直观的信号波形、图形和音频。在这一类仿真模型中,读者可以直接观察通信系统内部各个信号点,还可以调整通信系统参数观察仿真结果,或在现有仿真模型的基础上进行改进或建立新的仿真模型。这一类仿真实验的目的是帮助读者理解课程知识,掌握和验证通信系统工作原理。本书第2~8章、第10、12、13章的仿真实验属于这一类。

第二类实验的目的是学习蒙特卡罗仿真方法,蒙特卡罗方法是用仿真获得通信系统性能指标(如误码率)的常用方法。蒙特卡罗方法请参考本书的第9章。这一类仿真实验为了获得通信系统的性能指标,需要进行长时间的、大量的仿真,为了加快仿真速度,会利用已经证明的等效关系对仿真模型做尽可能的简化,常用的简化方法如只进行通信过程中的复包络仿真,而不仿真对载波正交调制和解调的过程。本书第9、11章的仿真实验属于这一类。

1.2.2 实验步骤

使用本书仿真模型进行仿真实验的步骤如下:

(1) 将仿真模型文件和相关文件(如第4章和第7章的仿真实验需要的音

频文件)复制到 Matlab 软件当前工作目录下,当前工作目录的设置如图 1.2.1 所示。

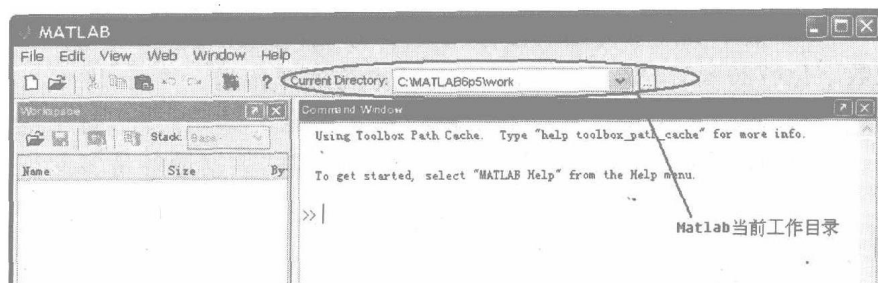


图 1.2.1 Matlab 当前工作目录

(2) 打开仿真模型文件,学习实验原理和仿真模型结构。

(3) 运行仿真文件,并观察仿真结果。

(4) 根据“仿真练习实验内容”小节的要求进行实验,实验练习的内容包括:添加各种类型示波器和频谱仪观察内部信号;调整仿真参数,观察仿真结果和内部信号;在现有仿真模型的基础上进行改进或建立新的仿真模型等。

1.2.3 仿真工具

本书提供的仿真模型都是基于 Matlab/Simulink 仿真软件的。Matlab 和 Simulink 仿真环境被集成在一个软件实体中,在 Matlab 集成环境中可以打开 Simulink 文件和 Simulink 库浏览器(Simulink Library Browser)。本书的仿真模型有些是基于 Matlab 的,有些是基于 Simulink 的。

基于 Matlab 的仿真模型文件的扩展名是“.m”,如 conv_encoder_decoder.m。Matlab 采用命令语言,代码书写和运行的效率高,但模型结构不直观,适合用来描述运算结构复杂的系统或模型。本书中采用“.m”文件格式的仿真模型主要是在第 10 章“卷积编码和维特比译码”。

基于 Simulink 的仿真模型文件的扩展名是“.mdl”,如 dsss.mdl。Simulink 采用了图形化和模块化的建模方式,模型结构十分直观,适合用来描述运算结构模块化和层次化清晰的系统或模型。本书中大部分仿真都采用 Simulink 建立仿真模型。

本书的第 2 章简单介绍了如何使用 Matlab/Simulink 建立仿真模型,在其他章节中也会提到一些 Matlab/Simulink 的实用技巧,当首次用到某个 Matlab 函数或 Simulink 库模块时,本书会给出模块/函数名及其简要介绍。但本书并不是完整的 Matlab/Simulink 的使用指南,对于完全没有 Matlab/Simulink 使用经验的读者,作者建议进行仿真实验前先学习 Matlab/Simulink 基础教程^[2,3]。

1.3 习题精选与解答

1.1 一通信系统同时传送语音、文字和图像,语音按常规 8kHz 抽样量化,假设图像数字化(720×576 像素)压缩 60 倍,按电视速率传送。语音、图像采用 8bit 二进制编码每抽样点。文字用 ASCII 编码,假设传送方式是打字,打字速度为 6 字符/s。请问通信 10min,系统传送文字、语音和图像的数据量各是多少? 比例是多少?

解 文字

$$6 \text{ 字符/s} \times 8\text{bit/字符} \times (10 \times 60\text{s}) = 28800(\text{bit})$$

语音

$$8\text{k 样点/s} \times 8\text{bit/样点} \times (10 \times 60\text{s}) = 38400(\text{kbit})$$

电视帧速率(PAL 制式)为 25 帧/s,图像

$$25 \text{ 帧/s} \times (720 \times 576 \times 8/60\text{bit})/\text{帧} \times (10 \times 60\text{s}) = 829440(\text{kbit})$$

比例为

$$\text{文字 : 语音 : 图像} = 1 : 1333 : 28800$$

显然,传输多媒体语音与图像的数据量相比文字信息量更大。

第 2 章 随机变量与随机过程概要

2.1 本章要点

随机过程理论(或称随机信号分析)是学习与理解通信原理的基础数学工具之一。本章作为选修课程的补充,将其中的主要概念与公式作如下简要介绍。

2.1.1 通信中的几种常用概率分布

1. 高斯(正态)分布(Gaussian distribution)

设 m_x 和 σ^2 分别为连续随机变量 X 的均值和方差,则高斯(正态)分布随机变量的概率密度函数是

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2.1.1)$$

其概率分布函数为

$$F(x) = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x-m_x}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (2.1.2)$$

式中

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt = 1 - \operatorname{erf}(x) \quad (2.1.3)$$

为互补误差函数。 $\operatorname{erf}(x)$ 为误差函数,定义为

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (2.1.4)$$

上述概率密度函数和分布函数如图 2.1.1 所示。

一种常用来表示高斯概率密度函数尾部曲线下的面积的函数 $Q(x)$ 定义为

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt, \quad x \geq 0 \quad (2.1.5)$$

比较式(2.1.3)、式(2.1.5)可得

$$Q(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (2.1.6)$$

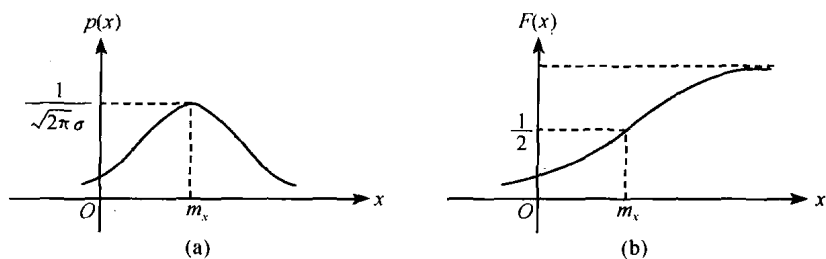


图 2.1.1 高斯分布随机变量的概率密度函数(a)分布函数(b)

2. 均匀分布(uniform distribution)

均匀分布连续随机变量 X 的概率密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2.1.7)$$

其分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases} \quad (2.1.8)$$

上述概率密度函数和分布函数如图 2.1.2 所示。

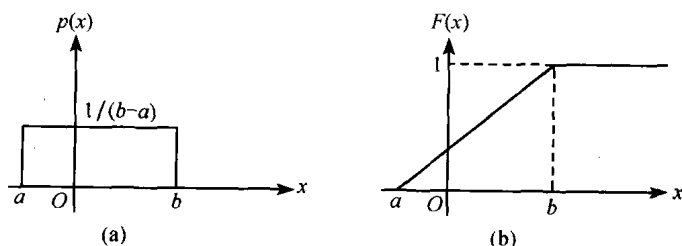


图 2.1.2 均匀分布随机变量的概率密度函数和分布函数

3. 二项分布(binomial distribution)

设 X 为一离散随机变量, 它有两个可能的取值: $X=1$ 或 $X=0$, 其概率分别为 p 和 $1-p$ 。若 $Y = \sum_{i=1}^n X_i$, 这里 $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ 是独立同分布的随机变量, 则 Y 的概率密度函数为

$$p(y) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \delta(y-k) \quad (2.1.9)$$

其概率分布函数为

$$F(y) = \sum_{k=0}^{\lfloor y \rfloor} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad (2.1.10)$$

式中, $\lfloor y \rfloor$ 表示不大于 y 的最大整数。式 (2.1.10) 中的概率分布函数表征了一个二项式分布的随机变量。

4. χ^2 分布 (Chi square distribution)

若 X 为高斯随机变量, 则 $Y = X^2$ 具有 χ^2 分布。根据随机变量 X 的均值是

否为 0, 分为中心 χ^2 分布 (X 的均值为 0) 和非中心 χ^2 分布 (X 的均值非 0)。 χ^2 分布描述了高斯白噪声 (AWGN) 在接收机中经平方检波后的输出噪声特征。

1) 中心 χ^2 分布

中心 χ^2 分布 Y 的概率密度函数为

$$p_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}y\sigma} \exp\left(-\frac{y}{2\sigma^2}\right), \quad y \geq 0 \quad (2.1.11)$$

中心 χ^2 分布 Y 的概率分布函数为

$$F_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^y \frac{1}{\sqrt{u}} \exp\left(-\frac{u}{2\sigma^2}\right) du \quad (2.1.12)$$

若随机变量 Y 定义为 $Y = \sum_{i=1}^n X_i^2$, 这里 $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ 是独立同分布的高斯随机变量, 则 Y 的概率密度函数为

$$p_Y(y) = \frac{1}{\sigma^n 2^{n/2} \Gamma(n/2)} y^{\frac{n}{2}-1} \exp\left(-\frac{y}{2\sigma^2}\right), \quad y \geq 0 \quad (2.1.13)$$

这个概率密度函数是式 (2.1.11) 的一般化, 称为具有 n 个自由度中心 χ^2 (或 γ) 分布概率密度函数, 如图 2.1.3 所示。式 (2.1.13) 中, $\Gamma(m)$ 是 γ (gamma) 函数, 定义为

$$\begin{aligned} \Gamma(m) &= \int_0^\infty t^{m-1} e^{-t} dt, \quad m > 0 \\ \Gamma(m) &= (m-1)!, \quad m \text{ 为整数且 } m > 0 \\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) &= \sqrt{\pi}, \quad \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

2) 非中心 χ^2 分布

设 m_x 和 σ^2 分别为高斯随机变量 X 的均值和方差, 则随机变量 $Y = X^2$ 的概率

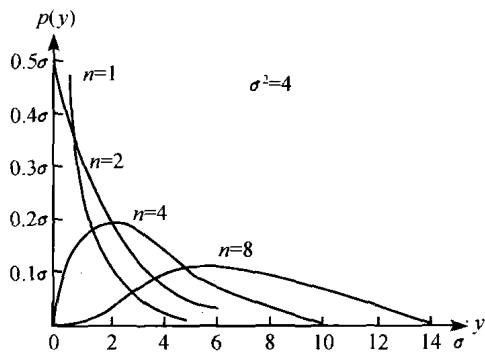


图 2.1.3 几种自由度的 χ^2 分布随机变量概率密度函数

密度函数为

$$p_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}y\sigma} \exp\left[-\frac{(y+m_x^2)}{2\sigma^2}\right] \cosh\left[\frac{\sqrt{y}m_x}{\sigma^2}\right], \quad y \geq 0 \quad (2.1.15)$$

若随机变量定义为 $Y = \sum_{i=1}^n X_i^2$, 这里 $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ 是独立同分布的高斯随机变量, 则 Y 的概率密度函数为

$$p_Y(y) = \frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{y}{s^2}\right)^{(n-2)/4} \exp\left(-\frac{s^2+y}{2\sigma^2}\right) I_{\frac{n}{2}-1}\left(\sqrt{y} \frac{s}{\sigma^2}\right), \quad y \geq 0 \quad (2.1.16)$$

这个概率密度函数是式(2.1.15)的一般化, 称为具有 n 个自由度的非中心 χ^2 概率密度函数。式(2.1.16)中, 参量 s^2 称为非中心分布参量, 定义为 $s^2 = \sum_{i=1}^n m_i^2$; $I_\alpha(x)$ 是第一类 α 阶修正贝塞尔函数, 可用无穷级数表示为

$$I_\alpha(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{\alpha+2k}}{k! \Gamma(\alpha+k+1)}, \quad x \geq 0 \quad (2.1.17)$$

n 个自由度的非中心 χ^2 (或 γ) 概率分布函数为

$$F_Y(y) = \int_0^y \frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{u}{s^2}\right)^{(n-2)/4} \exp\left(-\frac{s^2+u}{2\sigma^2}\right) I_{\frac{n}{2}-1}\left(\sqrt{u} \frac{s}{\sigma^2}\right) du, \quad y \geq 0 \quad (2.1.18)$$

5. 瑞利分布(Rayleigh distribution)

瑞利分布是描述高斯白噪声在接收机中经包络检波后的输出噪声特性。设随机变量 $R = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$, 这里 X_1 和 X_2 是零均值且统计独立的高斯随机变量, 每个变量的方差为 σ^2 , 则 R 的概率密度函数为

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad r \geq 0 \quad (2.1.19)$$

式(2.1.19)即为瑞利分布随机变量的概率密度函数。对应的概率分布函数为

$$F_R(r) = \int_0^r \frac{u}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right) du = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad r \geq 0 \quad (2.1.20)$$

若随机变量 $R = \sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}$, 这里 $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ 是零均值、同分布且统计独立的高斯随机变量, 则随机变量 R 具有广义瑞利分布, 其概率密度函数为

$$p_R(r) = \frac{r^{n-1}}{\sigma^n 2^{(n-2)/2} \Gamma(n/2)} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, \quad r \geq 0 \quad (2.1.21)$$