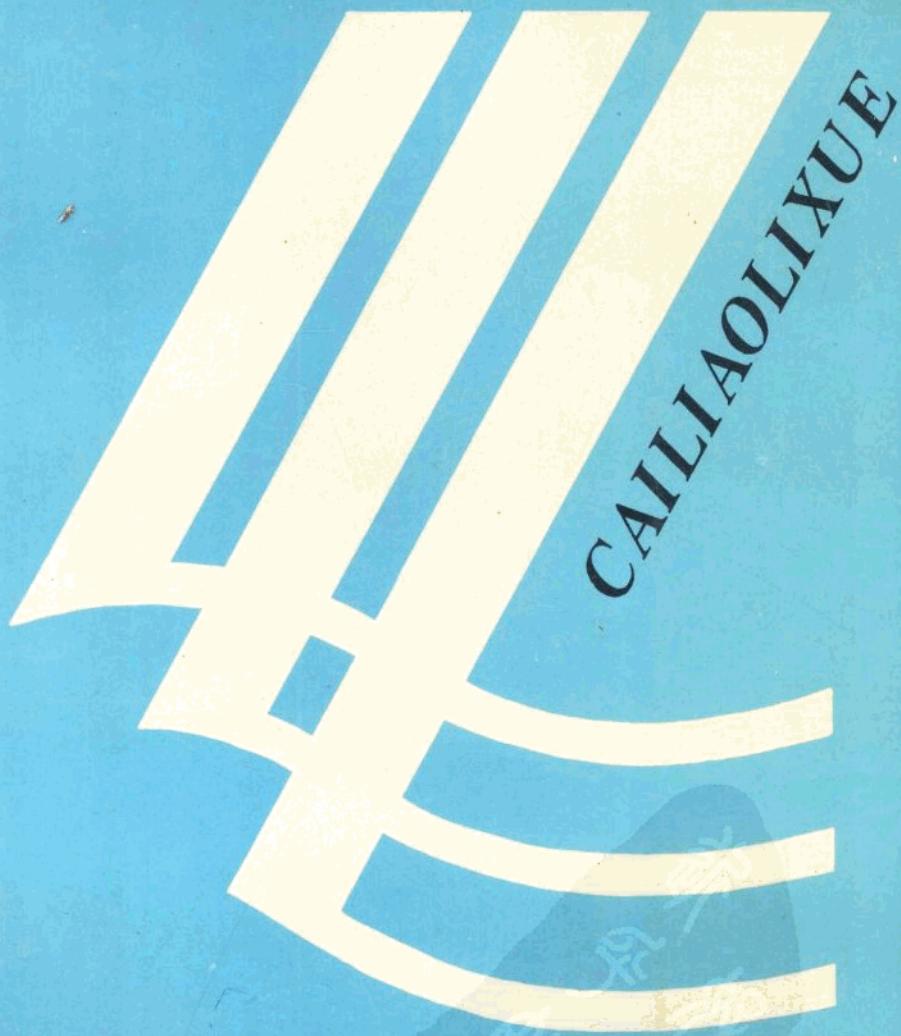


高等学校适用教材

# 材料力学

主编 顾正浩



辽宁大学出版社

高等学校适用教材

# 材 料 力 学

主 编 顾正浩

副主编 孟凡兴

杨在山

辽宁大学出版社

(辽)新登字第9号

高等学校适用教材

材料力学

顾正浩 主编

辽宁大学出版社出版发行 (沈阳市崇山中路66号)

中国航空工业总公司六〇六所印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 25.75 字数 580千字

1994年7月第1版 1994年7月第1次印刷

印数 1—2000

责任编辑:卞云阁

封面设计:邹本忠

责任校对:彭阳

ISBN 7-5610-2876-8

T·015 定价:16.00元

## 前　　言

本书是根据国家教委制定的高等学校工科本科材料力学课程基本要求,结合地方高等学校工科教学的实际需要,力求突出教学内容的实用性而编写的。内容包括轴向拉伸与压缩、剪切、平面图形的几何性质、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力况态理论、强度理论、组合变形、能量方法、压杆稳定、动荷载强度等,共十四章。

为了在教学中使学生更好地掌握材料力学的基本概念、基本原理和基本方法,培养学生分析与解决实际问题的能力,本书在编写过程中,博采国内外各种材料力学版本之众长,力求内容简炼、重点突出、论述严谨、份量适中,符合循序渐进的教学规律,又能指导广大读者自学,根据编者多年的教学实践,每章都有内容小结。根据学生在学习过程中经常出现的不解问题,精选了例题,并配合解题作了讨论,着重说明了解题特点、注意事项,以及容易出现的错误。每章约选4—6个例题,选题注意了典型性与代表性,并侧重于工程实际的应用。本书可作为高等学校机械、土木等类专业100学时左右材料力学的适用教材,也可供有关工程技术人员和自学者参考。

本书由沈阳大学顾正浩教授主编,孟凡兴、杨在山担任副主编,程无畏、李杰、宋金铃参加了编写工作。本书由东北大学王明恕教授主审,他对教材初稿的修订工作提出了许多宝贵的意见,使编者受益匪浅。沈阳大学徐明教授、蔡胜民和郭凯同志作了大量有益的工作,在此一并表示感谢。

由于编者水平有限、经验不足,本书的缺点在所难免,恳请专家、同行赐教,希望广大读者提出批评与指教。

编　者  
一九九四年四月

## 内 容 提 要

本书是根据国家教委制定的高等学校工科材料力学课程基本要求编写的。全书共十四章，内容包括轴向拉伸与压缩、剪切、平面图形的几何性质、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力况态理论、强度理论、组合变形、能量方法、压杆稳定、动荷截强度等。书末附有习题和答案。

本书内容简炼、重点突出、论述严谨、份量适中。书中精选了例题，并配合解题作了讨论，而且每章都有内容小结，能指导广大读者自学。本书可作为高等学校机械、土木等类专业 100 左右学时材料力学的适用教材，也可供有关工程技术人员和自学者参考。

# 目 录

<b>第一章 绪 论</b>	1
§ 1.1 材料力学及其任务	1
§ 1.2 变形固体及其基本假设	2
§ 1.3 外力及其分类	3
§ 1.4 构件的分类 杆件变形的基本形式	3
<b>第二章 轴向拉伸或压缩</b>	6
§ 2.1 轴向拉伸或压缩的概念及实例	6
§ 2.2 内力的概念 拉(压)杆的内力	7
§ 2.3 应力的概念 拉(压)杆横截面上的应力	10
§ 2.4 拉(压)杆斜截面上的应力	13
§ 2.5 应变的概念 拉(压)杆的变形	14
§ 2.6 材料在拉伸或压缩时的力学性质	19
§ 2.7 安全系数 容许应力	24
§ 2.8 拉(压)杆的强度计算	25
§ 2.9 拉(压)杆的超静定问题	28
§ 2.10 应力集中的概念	36
§ 2.11 本章小结	36
<b>第三章 剪 切</b>	40
§ 3.1 剪切变形的概念与实例	40
§ 3.2 剪切变形的基本理论	40
§ 3.3 结构联接部分的强度计算	43
§ 3.4 本章小结	49
<b>第四章 平面图形的几何性质</b>	51
§ 4.1 平面图形的几何性质及其意义	51
§ 4.2 静矩与形心	52
§ 4.3 惯性矩 惯性积 极惯性矩	55
§ 4.4 平行移轴公式	59
§ 4.5 转轴公式 主惯性矩	64
§ 4.6 本章小结	67
<b>第五章 扭 转</b>	71
§ 5.1 扭转的概念与实例	71
§ 5.2 扭转时的内力计算	72
§ 5.3 圆轴扭转时的应力与变形	75

§ 5.4 圆轴扭转时的强度及刚度计算	80
§ 5.5 圆轴扭转时的应力分析	84
§ 5.6 扭转超静定问题	86
§ 5.7 非圆截面杆的自由扭转	88
§ 5.8 本章小结	93
<b>第六章 弯 曲</b>	<b>96</b>
§ 6.1 平面弯曲的概念及实例	96
§ 6.2 梁的内力	99
§ 6.3 剪力图和弯矩图	104
§ 6.4 荷载集度、剪力和弯矩间的关系	111
§ 6.5 用叠加法作弯矩图	116
§ 6.6 本章小结	118
<b>第七章 弯曲应力</b>	<b>122</b>
§ 7.1 纯弯曲时梁横截面上的正应力	122
§ 7.2 梁的正应力强度条件	128
§ 7.3 梁横截面上的剪应力	132
§ 7.4 梁的强度计算	139
§ 7.5 不对称截面梁的平面弯曲	141
§ 7.6 弯曲中心	143
§ 7.7 提高梁承载能力的措施	146
§ 7.8 本章小结	150
<b>第八章 弯曲变形</b>	<b>153</b>
§ 8.1 挠度和转角	153
§ 8.2 挠曲线近似微分方程	154
§ 8.3 积分法求梁的变形	156
§ 8.4 叠加法求梁的变形	166
§ 8.5 梁的刚度校核	170
§ 8.6 简单超静定梁	172
§ 8.7 本章小结	176
<b>第九章 应力状态理论</b>	<b>179</b>
§ 9.1 应力状态的概念	179
§ 9.2 平面应力状态分析——解析法	181
§ 9.3 平面应力状态分析——图解法	184
§ 9.4 主应力 主剪应力	188
§ 9.5 梁的主应力迹线	193
§ 9.6 三向应力状态	195
§ 9.7 广义虎克定律	196
§ 9.8 三向应力状态下的弹性变形能	200

§ 9.9 本章小结	203
<b>第十章 强度理论</b>	<b>207</b>
§ 10.1 强度理论的概念	207
§ 10.2 四种基本强度理论	209
§ 10.3 莫尔强度理论	212
§ 10.4 强度理论的应用	215
§ 10.5 本章小结	221
<b>第十一章 组合变形</b>	<b>223</b>
§ 11.1 组合变形的一般概念	223
§ 11.2 拉伸(压缩)与弯曲	224
§ 11.3 斜弯曲	228
§ 11.4 偏心压缩(拉伸)	236
§ 11.5 弯曲与扭转	244
§ 11.6 组合变形的一般情况	248
§ 11.7 本章小结	248
<b>第十二章 变形能法</b>	<b>252</b>
§ 12.1 概述	252
§ 12.2 杆件变形能的计算	252
§ 12.3 单位荷载法	260
§ 12.4 图形相乘法	264
§ 12.5 本章小结	268
<b>第十三章 压杆稳定</b>	<b>271</b>
§ 13.1 压杆稳定性概念	271
§ 13.2 两端饺支细长中心受压直杆	272
§ 13.3 压端约束的影响	274
§ 13.4 压杆的临界应力	280
§ 13.5 压杆稳定的实用计算——稳定安全系数法	284
§ 13.6 压杆稳定实用计算——折减系数法	287
§ 13.7 提高压杆稳定性的措施	291
§ 13.8 本章小结	293
<b>第十四章 动荷载强度</b>	<b>296</b>
§ 14.1 动荷载强度的概念及实例	296
§ 14.2 等加速度运动时构件的应力和变形计算	297
§ 14.3 冲击荷载作用时构件的应力和变形计算	301
§ 14.4 材料的疲劳破坏	309
§ 14.5 交变应力的循环特征	311
§ 14.6 材料在对称循环下的持久极限	312
§ 14.7 影响构件持久极限的因素	315

§ 14.8 对称循环交变应力作用下构件的疲劳强度计算.....	320
§ 14.9 提高构件疲劳强度的措施.....	322
§ 14.10 本章小结 .....	324
<b>附录.....</b>	<b>328</b>
附录一 型钢表.....	328
附录二 习题与答案.....	343
附录三 参考书目.....	404

## 第一章 絮 论

### § 1.1 材料力学及其任务

材料力学是研究构件承载能力的一门科学。

工程中有各种各样的结构物，如机床、汽车、建筑物等等，但不管其结构多么复杂，它们都是由一个一个元件（如轴、连杆、螺栓、梁、柱等）组成的。组成结构物的元件称作构件。任一构件都由某种材料制成，并具有能够承受某些荷载的能力（简称承载能力）。构件的承载能力应包含三个方面：

（1）**构件应有足够的强度** 如冲床的曲轴在正常工作压力作用下不折断，储气罐在规定的压力下不爆破。所谓强度，即是保证构件工作时不发生断裂破坏或明显的塑性变形的一种能力。

（2）**构件应具有足够的刚度** 在荷载作用下，构件的形状和尺寸将发生改变，即发生变形，但变形不应超过正常工作允许的限度。例如强度足够的车床主轴，若变形过大仍会影响其加工精度；吊车梁的变形过大，吊车就不能正常的行驶。所谓刚度是指构件在外力作用下抵抗变形的一种能力。

（3）**构件应有足够的稳定性** 例如厂房的细长柱子，在压力超过一定限度后，会显著地变弯，不能保持原有的直线平衡状态，丧失稳定性而不能工作。所谓稳定性是指构件保持原有平衡形态的一种能力。

在工程设计中，为了使构件能正常工作，必须满足上述强度、刚度和稳定性的要求。同时还必须尽可能地合理选用材料，降低材料的消耗量，满足节约资金的经济要求。安全往往要求多用材料，而经济则要求少用材料，两者是矛盾的，材料力学的任务就在于合理地解决这种矛盾。就是在保证构件安全，满足强度、刚度和稳定性条件的前提下，以最经济的代价，为构件选择适宜的材料，确定合理的截面形状和尺寸，为设计构件提供必要的理论基础和计算方法。

和其它科学一样，材料力学的发生和发展，是由生产实践决定的，并由生产的发展所推动，同时又反过来对生产实践起着主要的指导作用，所以材料力学是一门实践性很强的学科。正确解决构件的强度、刚度和稳定性问题，不仅要进行理论分析，而且要进行实验研究，它们都和材料的力学性能密切相关。材料的力学性能均需通过材料试验来确定。此外，有些单靠现有理论解决不了的问题，还需要借助实验来解决。因此，实验研究和理论分析同样重要，都是完成材料力学任务必不可少的手段。对于机械和结构设计人员而言，材料力学是不可缺少的重要专业基础知识之一。

## § 1.2 变形固体及其基本假设

在外力作用下将发生变形的固体，我们统称为**变形固体**，制造机械和结构的构件所用的材料都是变形固体。它们都有一个共同的特点，都是固体，而且是在荷载的作用下会发生构件形状和尺寸改变的固体。变形固体的性质是多方面的，从不同的角度去研究，其侧面不会一样。研究构件的强度、刚度和稳定性问题时，为了使问题得以简化，常须略去变形固体的一些次要性质，根据其主要性质作出假设，将其抽象为一种理想的模型，进行理论分析和简化计算。材料力学对变形固体通常作如下假设：

(1)**连续性假设** 即认为组成构件的物质毫无空隙地充满了整个物体的几何容积，其结构是密实的。从物质结构来说，组成固体的粒子之间实际上并不连续，均存在不同程度的空隙，这种空隙和材料力学所研究的构件尺寸相比，极其微小，可忽略不计。可以认为物体在其整个几何容积内是连续的。

(2)**均匀性假设** 即认为在物体内，各处的性质完全相同，从物体内取出任一部分，不论其体积大小如何，其力学性质都是完全一样的。从工程常用的材料来说，其基本组成部分的性质都有不同程度的差异，并不完全相同。但由于这些基本组成部分与构件的尺寸相比，极其微小，它们在构件中的排列也不规则。所以，物体的性质并不反映其某一组成部分的性质，而是反映其所有组成部分性质的统计平均值，可以认为构件内各部分的性质是完全均匀的。

实践证明在工程设计所要求的精度范围内，将实际的工程材料视为连续均匀的变形固体，所得到的计算结果能够令人满意。

(3)**各向同性假设** 即认为物体在各个方向上具有完全相同的力学性质，它不随方向的不同而改变。例如铸钢、铸铜、玻璃等可以认为是各向同性材料。在各个方向上具有不同力学性质的材料，称为各向异性材料，如木材、纤维织品和复合材料等。材料力学中所研究的问题将局限于均匀的各向同性材料，其结论用于某些具有方向性的材料，有时也可以得到比较满意的近似解答。

(4)**小变形假设** 变形固体在外力作用下产生的变形，通常按其变形大小分为小变形和大变形两类问题。材料力学所研究的问题，限于小变形问题，即构件受力后其变形的大小远小于构件的原始尺寸。这样，在研究构件的平衡和运动，内部的受力和变形时，可以忽略构件的变形不计，按构件的原始尺寸和形状进行计算。

根据这个小变形假设，我们在进行构件的受力分析时，就可以不考虑物体变形后外力作用点发生微小的位置改变，按构件的原始尺寸进行计算。例如，对图 1.1 所示的梁，若要计算外力对固定端的力矩，仍可用  $M = Pl$  来计算，而不必用  $M = P(l - \delta_x)$  来计算。计算中，由于  $l \gg \delta_x$ ，按照小变形假设，就可忽略

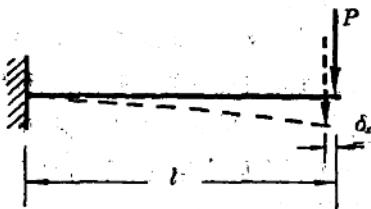


图 1.1

变形引起的构件尺寸的微小变化,不计  $\alpha_e$  的影响。

工程上常用的各种材料,一般在其正常工作范围内,当外力不超过一定限度时,外力产生的变形,绝大多数材料在外力解除后能够恢复原状。但当外力过大时,解除外力后只能部分复原,而残留一部分不能消失的变形。通常把解除外力后能完全消失的变形称作**弹性变形**,不能消失而残留的变形称作**塑性变形**。多数构件要求在正常工作条件下只发生弹性变形,即可将材料视为完全弹性体。

概括起来说,材料力学将实用的工程材料看作是连续、均匀、各向同性完全弹性的变形固体,且在大多数场合下只限于研究小变形的情况。

### § 1.3 外力及其分类

作用于构件上的荷载和由荷载引起的约束反力,我们统称为**外力**。

外力按作用方式可分为体积力和表面力两种。**体积力**连续分布于构件内部各点,如构件的自重和惯性力就是体积力,其单位是  $N/m^3$ 、 $kN/m^3$ 。**表面力**作用于物体的表面上,又可分为分布力和集中力。连续作用于物体表面某一面积上的力,称为**分布力**,如各种液体压力,其强弱程度用单位面积上作用多少力来度量,称为**面分布荷载集度**,单位是  $N/m^2$ 、 $kN/m^2$ 。有些分布力是沿构件的轴线作用的,如楼板对横梁的作用力,承重墙对基础的作用力,其强弱程度以沿轴线单位长度内作用多少力来度量,称为**线分布荷载集度**,其单位是  $N/m$ 、 $kN/m$ 。若力的作用面积远小于物体的整体尺寸,或沿轴线的分布长度远小于物体轴线的尺寸,就可以看作是作用于一点的**集中力**,如车轮对地面的压力,承重墙对横梁的支反力均可视为集中力。集中力单位是  $N$ 、 $kN$ 。

按荷载随时间变化的情况,又可将荷载分为静荷载和动荷载。若荷载缓慢由零增至某一定值以后,其值保持不变或变动很小,使构件产生的加速度小到可以忽略不计时,即为**静荷载**,如机器的自重,屋顶所受的雪重等。若荷载随时间而变化,则为**动荷载**。动荷载按其随时间的变化方式又可分为交变荷载和冲击荷载。**交变荷载**是随时间作周期性变化的荷载,如齿轮传动中齿牙上所受的力,压缩机活塞上所受的气体压力等,都是随时间周期变化的交变荷载。**冲击荷载**则是物体的运动状态突然改变,在瞬间内产生显著的加速度所引起的荷载,如急刹车时飞轮的轮轴,打桩时的桩头,都受到冲击荷载的作用。

在静荷载或动荷载作用下,材料的力学性质是很不相同的。由于静荷载的问题比较简单,而且在静荷载下建立的理论和分析方法,又是解决动荷载问题的基础,所以在材料力学中,总是首先研究静荷载的问题。

### § 1.4 构件的分类 杆件变形的基本形式

#### (一) 构件的分类

工程中的构件形式是多种多样的,按其几何特征可以分为杆件、板、壳和块体四类:

##### (1) 杆件

凡是长度远大于宽度和高度的构件称为杆件(图 1.2)。垂直于杆件长度方向的截面,

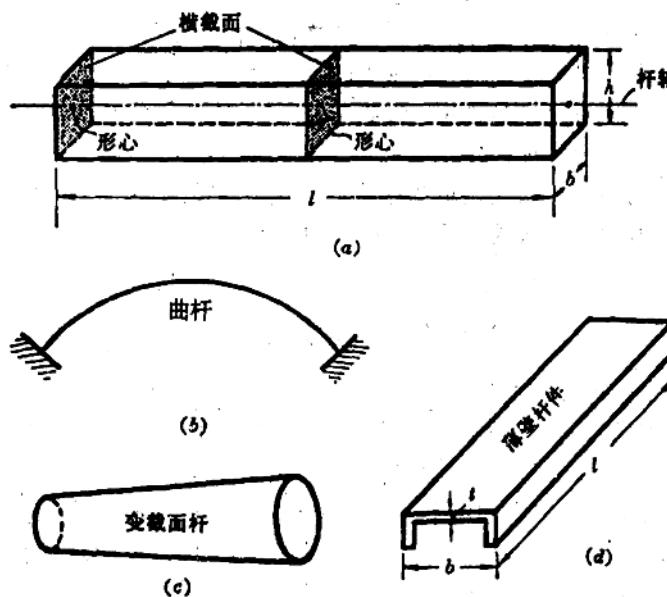


图 1.2

称为**横截面**。横截面形心的连线，称为杆件的**轴线**。如果杆的轴线是直线，称为**直杆**；轴线为曲线，则称为**曲杆**。各横截面尺寸不变的杆，称为**等截面杆**；横截面尺寸大小不等的杆，称为**变截面杆**。如果杆件长、宽、厚三个尺寸都相差很悬殊，则称为**薄壁杆件**。

工程中最常见的是等截面直杆，它是材料力学的主要研究对象。实际构件的形状有时相当复杂，不过往往可以近似地按杆件来进行研究。

## (2) 板和壳

如果厚度远小于其长度和宽度，呈平面形状的构件称为**板**，呈曲面形状的称为**壳**（图 1.3, a, b）。

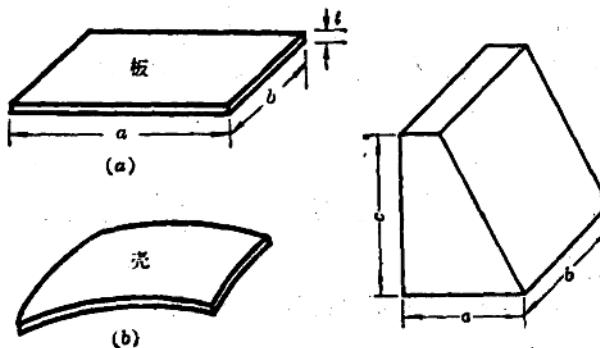


图 1.3

(3) 块体

如构件的长、宽和高的尺寸相差不多，属同一数量级，称为块体(图 1.3,c)。

材料力学主要研究构件的应力与变形问题，而板、壳和块体一般在弹性力学中研究。

(二) 杆件变形的基本形式

由于外力作用方式的不同，杆件的变形形式也是各种各样的，但不外乎是如下四种基本变形，或是基本变形的组合。杆件变形的基本形式是：

(1) 轴向拉伸或压缩

这种变形是由作用线与杆轴线重合的外力引起的，其变形表现为直杆长度的伸长或

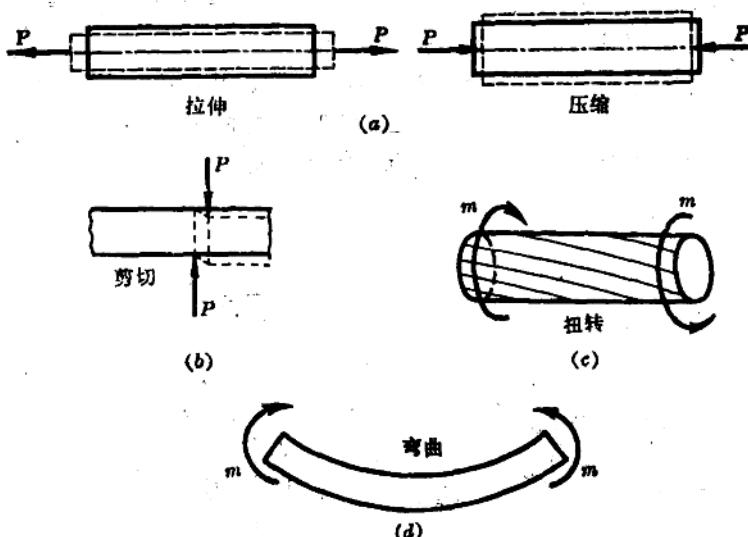


图 1.4

缩短(图 1.4,a)，如起重机的钢索，桁架的桁杆等。

(2) 剪切

这种变形是由大小相等、方向相反、作用线垂直杆轴线，相距很近的一对外力引起的，其变形表现为受剪杆段内横截面沿外力作用方向发生相对错动(图 1.4,b)，如销钉、螺栓、键轴等。

(3) 扭转

这种变形是由一对大小相等、转向相反、作用面垂直于杆轴线的力偶引起的，其变形表现为杆件任意两个横截面之间发生绕轴线的相对转动(图 1.4,c)，如机械中的传动轴、钻机上的钻杆等。

(4) 弯曲

这种变形是由作用在通过杆轴线的纵向对称平面内的横向力或力偶引起的，其变形表现为杆轴线由直线变为曲线(图 1.4,d)。工程中各类梁在受力时大多发生弯曲变形。

本书先依次讨论四种基本变形的强度和刚度计算问题，然后再讨论这些基本变形的组合，比较复杂的组合变形问题。

## 第二章 轴向拉伸或压缩

### § 2.1 轴向拉伸或压缩的概念及实例

工程中有很多构件,例如钢木组合桁架中的钢拉杆,在屋面荷载作用下受轴向拉伸基本变形的作用(图 2.1,a);内燃机里的连杆,在燃气爆发时受轴向压缩基本变形的作用(图 2.1,b);此外,千斤顶的螺杆、水压机的立柱、起重机的吊索等等都是承受轴向拉伸或压缩基本变形的例子。这类构件通常称为**拉(压)杆**。

实际拉(压)杆的端部可能有多种连接方式。如果不考虑其端部的具体连接情况,它们都是直杆,作用于杆上外力合力的作用线与杆轴线重合,杆的变形是纵向的伸长或缩短。这种变形就是最简单的一种基本变形——**轴向拉伸或压缩**。

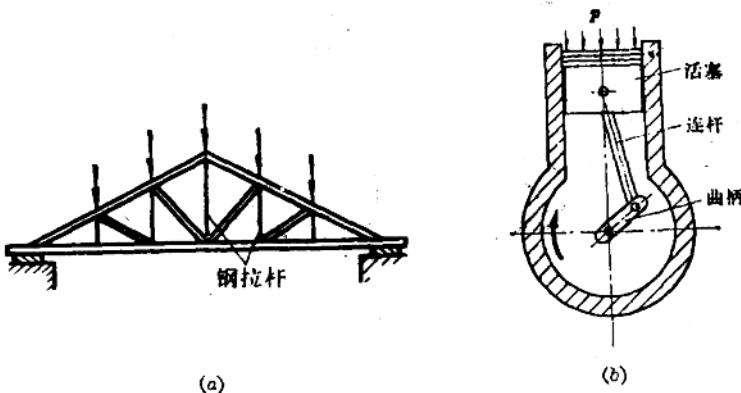


图 2.1

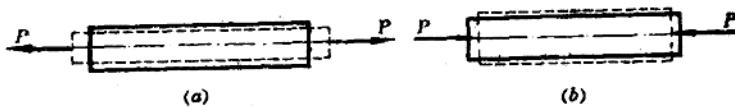


图 2.2

拉(压)杆的计算简图如图 2.2 所示。

## § 2.2 内力的概念 拉(压)杆的内力

### (一) 内力的概念

构件受外力作用而变形时,其内部各部分之间相互作用力的变化量,就是材料力学所要研究的内力。

我们知道,即使不受外力的作用,构件各质点之间,依然存在着相互作用的分子力。在构件受到外力作用之后,各质点的相互位置发生改变,产生变形,这时内部各部分之间在原有相互作用力的基础上,又增加了一个变化量。这个外力作用引起的变化量,它随外力的增大而加大,反映了外力作用的效果,当达到某一限度时还会引起构件的破坏,因而它与构件的强度密切相关,我们简称为内力。

### (二) 内力的计算方法——截面法

内力的分析与计算是材料力学解决构件强度、刚度和稳定性问题的基础。下面我们来讨论内力的一般计算方法。

由于内力是构件受力后内部相互作用的力,其大小和指向只有将构件假想地截开后才能确定,因此内力一定是对某个截面而言的。以图 2.3 的拉杆为例,为了求得指定的  $mn$  截面上的内力,必须假想地用一平面在  $mn$  处将拉杆截开,分成两部分,这样就可以将两部分在切口处相互作用的内力以外力的形式显示出来,然后用静力平衡条件求得截面上的内力。由于物体是均匀连续的,截面上将有连续的分布内力,用它来代表弃去部分对留下部分的作用。这些分布内力的合力,即为我们所要计算的内力。这种方法,称为截面法。

截面法是材料力学的基本方法之一,是求截面上内力的一般方法,可归纳为以下三个步骤:

- (1) 截开 在需要求内力的截面处,用假想的截面将杆件分成两部分;
- (2) 代替 留下任一部分,并将弃去部分对留下部分的作用,用截面上的内力来代替;
- (3) 平衡 对留下部分建立静力平衡方程,求解截面上的未知内力。

### (三) 轴力

如果我们用截面法来计算上述拉杆在  $mn$  截面上的内力,如图 2.3 所示,可先用假想的截面在  $mn$  处将拉杆分为两部分(I、II);留下左半部分 I,在截开处用内力  $N$  来代替弃去的右半部分 II 对留下左半部分 I 的作用;研究留下左半部分 I 的平衡,由静力平衡方程

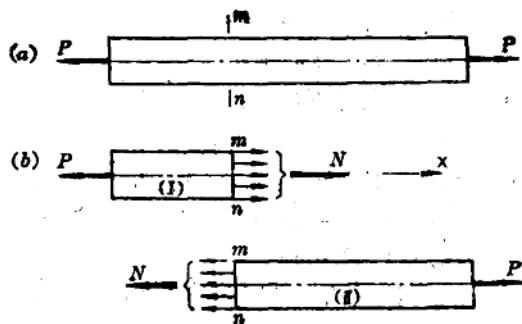


图 2.3

## § 2.2 内力的概念 拉(压)杆的内力

$$\sum X = 0 \quad N - P = 0$$

可得

从二力平衡必须等值反向共线的条件可知,内力  $N$  必须垂直于横截面,通过截面形心且和杆轴线相重合,我们称它为**轴力**,就是轴向拉伸或压缩基本变形的内力。当杆件受拉伸时,轴力方向背离截面,规定为正值,称为**拉力**;当杆件受压缩时,轴力指向截面,规定为负值,称为**压力**。这样,按上述规定,无论左半部分 I ,还是右半部分 II ,mn 截面上的轴力都是正值,其拉压性相同。所以在使用截面法计算内力时,可取截面的任意一侧建立平衡方程,结果都是一样的。

另外,使用截面法在截面截开处设置未知内力时,一般使用设正法,即设未知轴力为正值,背离截面。然后用静力平衡方程算出未知轴力,则正值为拉力,负值为压力。如果在截面截开处未知轴力一开始就设负,如图 2.4,b 所示,那么使用左半部分平衡方程算得的轴力  $N = -P$ ,有一负号。注意此时

由平衡方程解算出来的负号,并不说明截面上的轴力是压力,只说明我们设置的轴力方向反了,应该离开截面,实际的轴力  $N$  仍应该是拉力。对初学者来说应使用设正法。

### (四)轴力的计算法则

实际问题中,常有一些杆件所受轴向外力较为复杂,如图 2.5,a 所示。求任意截面的轴力时,仍用截面法。如取截面 22 左侧部分来研究(图 2.5,b),由平衡条件可得轴力

$$N = P_1 + P_2 - P_3$$

或

$$N = \sum P_i \quad (2.1)$$

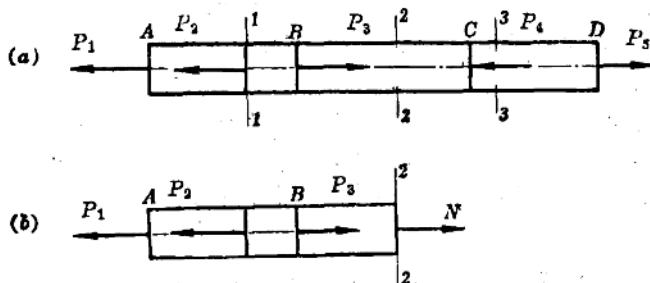


图 2.5

从上式我们可以得到一条计算轴力的普遍法则,它就是:**截面上的轴力,等于该截面任意一侧杆段上所有轴向外力的代数和**。使用这条法则,可以省去截面法的截开、代替、平  
• 8 •