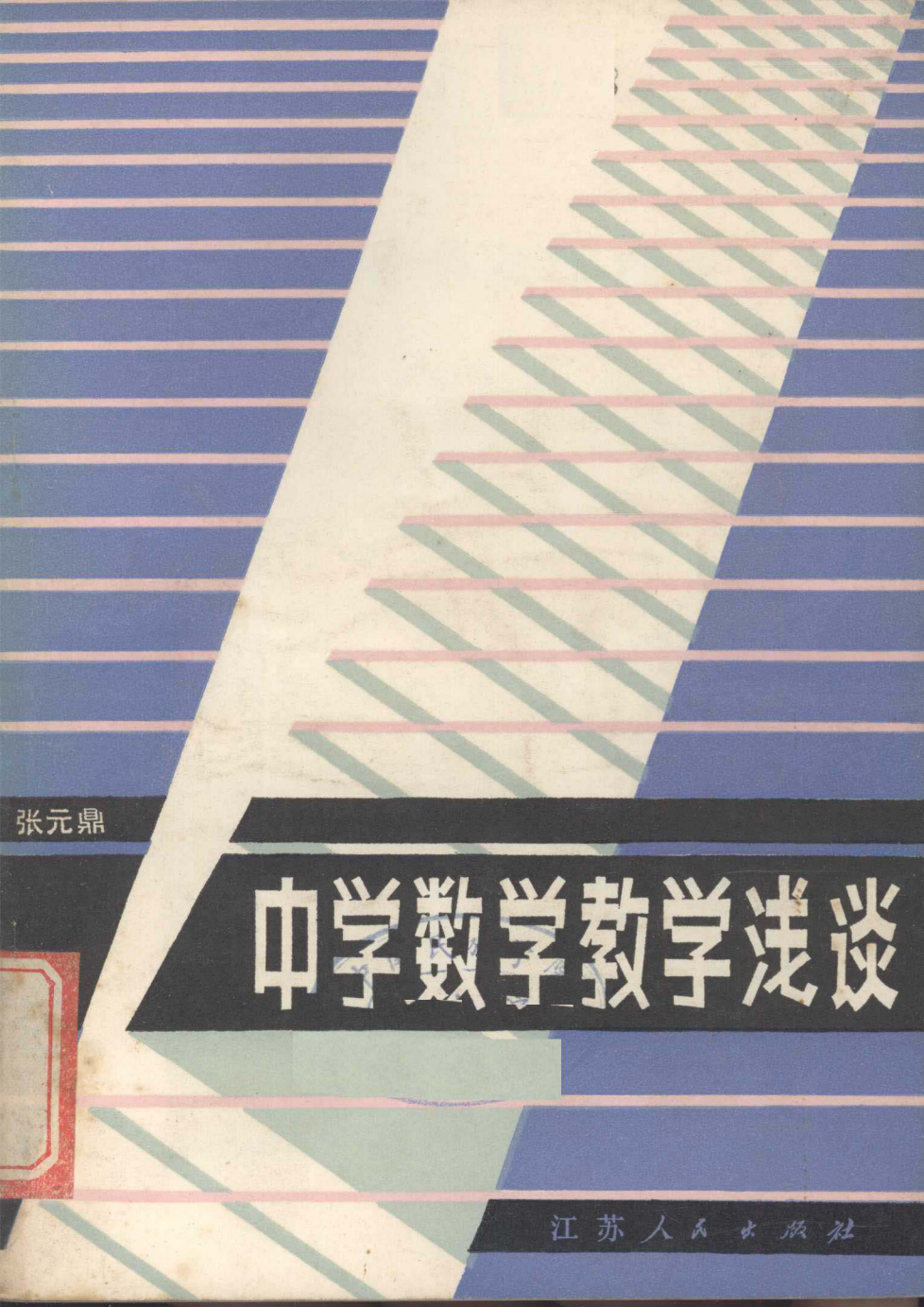




张元鼎

中学数学教学浅谈

江苏人民出版社

中学数学教学浅谈

张元鼎

江苏人民出版社

中学数学教学浅谈

张元鼎

江苏人民出版社出版

江苏省新华书店发行 海门县印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/32 印张4.25 字数90,000

1983年8月第1版 1983年8月第1次印刷

印数 11,000 册

书号: 7100·249 定价: 0.40元

责任编辑 何震邦

前 言

经过多年的教学实践和参与教研活动，积累了不少笔记和资料；近来有了时间，整理成这个小册子。编写时的指导思想是：

任何一门学科的教学研究，均须从该学科的特点及其相应的规律出发，数学亦如此。第一章写了这方面的体会。

教学是一个矛盾过程，学生是作为学的一方而存在的。如果教者不让学生积极地参加到教学中来，不能使之学得主动、生动活泼，则不仅不能提高教学质量，而所谓教也就失去意义了。从这个体会出发，重点写了备课、上课两章。

启发与分析，是数学教学的关键。而“满堂灌”、“题解为中心”等，则是与之对立而有害的教学方法，势在必改。从这个认识出发着重地写了第五章，并在第八章举了一些教案为例。

由于是个人的认识和体会，限于水平，在认识、论点、举例等方面，难免有不少错误。希望读者给以批评与指正。

张元鼎

一九八三年三月

目 录

第一章 关于数学教学的一些基本问题	1
§1 对数学学科的认识	1
§2 数学学科的教学原则	4
§3 数学教学的依据和过程	8
第二章 备课	11
§1 备教材	11
§2 备学生	21
§3 备方法	22
第三章 上课	26
§1 双基教学	26
§2 思想教育	35
§3 发展智力, 培养能力	35
§4 讲好例题, 慎选习题	45
第四章 课后工作	65
§1 了解学生, 改进教学	65
§2 奖掖先进, 辅助后进, 带动全班	67
§3 改好作业, 搞好讲评	68
§4 搞好期中和期末考试	72

§5 安排适当的数学讲座·····	73
第五章 启发思维 增强分析能力·····	75
§1 启发思维·····	75
§2 分析和综合·····	78
第六章 方法 习惯 规格·····	91
§1 学习方法·····	91
§2 习惯与规格·····	97
第七章 课外活动与教研活动·····	100
§1 课外活动·····	100
§2 教研活动·····	102
第八章 教案举例·····	104

第一章 关于数学教学的一些基本问题

§1 对数学学科的认识

一、矛盾性

数学学科研究的对象是事物的形状与数量及其相互关系。

就数的发展来看。整数与分数(小数),正数与负数,有理数与无理数,实数与虚数都是一对对矛盾。进入函数,又有常数与变数,自变数与因变数等各对矛盾。

就数的运算发展来看,加和减是一对矛盾,有了负数就统一于代数和了。由同数连加发展为乘法,由同数连减发展为除法,乘和除又是一对矛盾,有了倒数乘和除就统一为乘法了。同数连乘为乘方,同数连除为开方,有了指数和对数,乘方和开方这一对矛盾,又统一于指数和对数的运算了。于是,加、减、乘、除、乘方、开方,至此统建于一个加法基础之上,而形成更高级的运算。

形的发展也是如此。直线与曲线,平行与相交,割线与切线,内切和外切,内分和外分等等,均是一对对矛盾。当某一条件变化时,则矛盾着的双方就要互相转化。例如,加上平行线相交于无穷远处这一条件时,就成为在同一平面内无不相交之直线了。

三角学是形与数的第一个结合,没有这个结合,就无从建立三角形中边角间的函数关系,就无法处理实践中角的扩大的概念,根本不能满足客观实际需要,并从而解决形数之间的矛盾。因此,三角学本身也充满着如三角函数与反三角函数,单值与多值,奇函数与偶函数,正三角形与斜三角形之类的矛盾。

不仅如此,代数与几何的内容也因之太大丰富起来了。由于有了三角函数及其多种复杂关系,就增加了代数运用的复杂性,并开辟了新的境界,如复数乘方、开方问题的解决。有不少几何问题,也由于有了三角之助而大为简便了。至此,算术、代数、几何、三角,融为一体,蔚为奇观。

解析几何是一支突起的异军,是在运动的基础上形与数的更高的结合。以坐标法为基础,形象地揭示了函数关系,并由此更深刻地阐明了函数的性质。很多以前繁难的问题获得了解析方法的解决,很多概念得到辩证地发展,圆已经发展为

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0,$$

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \text{ 和 } \rho = r \text{ 等函数形式了。一切一次函数、二}$$

次函数、幂函数、指数函数、三角函数等等,均被抽象为 $y=f(x)$ 了。这就为解决曲与直、匀与不匀的矛盾准备了条件而进入了微积分。

事物是矛盾的。作为事物两大属性——形与量的矛盾,反映为数学的矛盾性,没有矛盾就没有事物,也就没有数学。

二、抽象性

一切概念都来自实践,都是从实际具体事物中抽象概括而成的。由于人们在实践中反复接触了若干具有三角形的事

物，才产生了“三角形”这一概念；接触了很多数量为五的事物，才产生了“5”这个概念。一经形成了概念，就成为抽象的三角形和5了。从具体到抽象，再由抽象去研究尚未被认识的具体，如此循环往复，层层由低级向高级发展，这就形成了数学的抽象性与具体性的矛盾，而它的主导方面则是抽象性。

三、系统性

每一学科都有其系统性，但数学学科的系统性特别强而严密，前一步走不好，后一步就没法走。整数学不好，分数就困难；整式没学好，分式就困难；有理式没学好，无理式就难学。任何一个细小的忽略，都将会成为学习道路上的困难。现在有些学生，学习数学之所以苦恼，感到负担重，就是由于学习上脱了节，失去了系统性。解决之法，仍旧要回到系统性上来，一步步搞上去，别无他法。

四、工具性

数学是工具，是中学阶段一门基础课程。一切社会学科、文科、自然学科，都需要这个工具。搞科研，搞技术，特别是在电子计算工程日新月异的今天，尤其需要它。就今天在校学生来说，必须把数学基础打好，才有助于学好其他各科。就长远来说，它也是前进的基础和毕生需要掌握的工具。所谓“学好数理化，走遍天下都不怕”，从工具性的意义上来说是不错的。

综上述四点，矛盾性是基本的，抽象性是它的一个侧面，系统性是矛盾性的必然内在联系，工具性则反映了数学和其他事物的联系和相互制约。因此这四点本身又是有机联系着的，并从而构成了数学区别于其他科学的总的特征。掌握了这个特征，也就抓住了数学教学研究的契机。因此，经常研究这些

特点,以之指导教学,是具有重要意义的。

§2 数学学科的教学原则

一、自觉积极性原则

这是由数学学科的矛盾性决定的。因为在数学教学中任一问题的解决,都要经历一个揭示矛盾、分析矛盾、解决矛盾的过程,也就是在教师启发诱导之下,不断调动学生学习自觉积极性的过程。

例如:分数的通分,这是学生在小学时都学过了的。至于为什么要通分,就未必是所有进入中学的学生所理解的了。如果在小学里这个问题解决得好,对分式通分的教学就有了基础。但仍须在讲分式之前,复习分数之所以要通分的道理,然后再引导学生去寻求分式存在的类似的矛盾,并思考解决之法。使他们的思维处于自觉积极状态之中,促使他们有求得分式也要通分的道理和知道分式运算得以进行的条件的强烈愿望。

又如,在学生初次接触用一元一次整式方程解应用问题时,他们是不知道代数解法的优越性的,当然也无从引起兴趣。这就要求教师反复地就某些应用题,引导学生对比算术解法和代数解法,从而调动其学习积极性,培养其对于应用题的分析能力和解题能力。例如,“和差问题”,这是学生在小学都学了的,教师就可以此为例,发动学生作如下分析:

1. 算术解法:

(1)要求得此二数,必先求得大数或小数,现在设想求得大数。

(2)要求得大数,就得设法把“和”里面的那个小数变成大数,也就是要在那个小数上加上“差”。但是在不知道小数的情况下,怎样加呢?

(3)能不能就把这个“差”加到和上去,而在实质上是等于加到那里面的小数上去,从而使其变为大数呢?如果能,那就得到(和+差)这个算式了,而在此时,它是表示两个大数了。

(4)于是用2去除就得到大数。因而得式:

$$(\text{和} + \text{差}) \div 2 = \text{大数},$$

$$\text{大数} - \text{差} = \text{小数}.$$

同理,也可设想先求出小数。

这一解法的关键是一个“变”字,需要精心分析,把“和”加上“差”,使之变为两个大数。其特点是,始终把要求的大数放在算式的一边,从而分析求出。这是在小学里应该完成的任务,同时也是当前学习代数解法的基础。

于是接着再设问:能否把这个要求的大数设为 x ,并把它暂作为已知数纳入原题的叙述之中,不必固定其位置于式的一端呢?于是就在再度激起学生的求知欲望的情况下而得:

2.代数解法,即

$$\text{设大数为 } x, \text{ 则 } (\text{和} - x) = \text{小数},$$

$$\text{因得 } x - (\text{和} - x) = \text{差}, \text{ 整理得 } x = (\text{和} + \text{差}) \div 2 = \text{大数}.$$

这样对比讲解的效果,是使学生既复习了算术解法,唤起学生对已学的知识、技能的回忆与检查;又激发了他们学习代数解法的积极性,并从而阐明了代数解法的优越性,为今后的学习打好基础。这就是自觉积极性原则的具体运用。如果照本宣科,一略而过,是不会有这样效果的。

二、理论联系实际原则

这是由数学学科的抽象性决定的。贯彻这一原则的步骤有三：一是在讲述每一定理、概念及法则之前，先举一些为学生所熟悉的事例，引出即将学习的理论。例如，用摄影、测量、绘图等引出相似形概念；实测两相似三角形的角和边，引出其相等及成比例的性质。再如，从数轴上对应实数的点的分布，或从正方形边与对角线量的不可通约，指明无理数的客观存在等等。二是在讲述理论过程之中，根据教学需要，多对照实例，以加深对理论的理解。例如讲勾股定理时，可回顾“勾三股四弦五”这一中国古数学的发现，并伴随着讲讲相关的故事，以提高学习兴趣。再如，讲三垂线定理时，可演示一些竹签纸板教具，要求学生准确作图，形象而具体地了解定理的要求。三是在理论确立之后，再让学生补充实例，思考例题，适当练习，以应用于实际。经历一个实践、认识、再实践的学习过程，逐步树立一切理论都来自实践并为实践所检验的辩证观点，相对缩短具体到抽象的距离，以提高学生抽象思维能力。一般来说，从理论到理论的讲述，或以题解为中心的教学，是脱离实际，背离原则，教学效果也不好的。

三、循序渐进原则

这是由数学学科的系统性决定的。所谓“序”，首先是指教材编写之序即体系。包括内容、章节、次第、衔接、呼应以至例题、习题的安排；其次是指基础知识之序。如解方程虽散处于教材之中，但其间仍保有一个从整式方程、分式方程到无理方程之序，并均莫基于整式方程的解法。每解一类方程之前，均要做一系列的准备工作。如解分式方程，须先教学分式的性质、运算、因式分解、约分、通分等等。在教会解法之后，

还须讨论其有无增根的情况,方能进入解应用问题。因此,又围绕解分式方程,形成一个相应单元的知识之序。又次是指认识之序。由具体到抽象,由个别到一般,由浅入深,由简到繁等等均是。所谓“循”,就是依此三“序”进行教学,步步为营,在前进中求巩固,巩固了再前进。这就要求教师通晓教材,明确体系,搞好计划,妥善安排。如按实际情况,确需作些调整,也必须以“循序”为准则,不能随意增删教材,搞乱体系。不能跳跃突击,强赶进度。不能搞少数人“拔尖”,置多数人于不顾。题海战术和不必要的统考等有害的做法,必须废止。

四、因材施教原则

数学,作为工具学科,应使学生在中学打好基础,有一个按大纲的统一要求。但由于学生的实际情况不同,又要在教学中区别对待。一般说,每班学生总是中等水平占多数,好与差两头是少数。好的教法就应在充分了解学生的基础上,在使多数人获得教益的同时,及时地提出有一定难度的内容、问题和作业供较高水平学生去学习思考;又针对某些学习有困难的学生,从提问、讲解、练习等方面加以指点帮助,扬长补短,使在原有基础上有所前进。如仍感不足,还可放在课后(不是补课)或课外活动中去进行。

例如,讲余弦定理(见部编十年制教材初中代数第四册64页)可在教师叙述该定理之后,设下列三类问题分别让高、中、低学生去考虑。

(1)不要看书,自己思考余弦定理的证法。

(2)看了书上方法之后,说出其为什么那样证法的道理。

(3)统看证明过程,但化简部分,须自行运算。并回答为什么还要另两个图形。

又如,讲相切的两圆的连心线必经过切点(见部编十年制教材初中几何第二册46页)可设问:

(1)书上用的是反证法。试设想另一直接证法。

(2)讲出用反证法证明的思考途径。

(3)本定理得证的关键在那里?如还不懂,可先复习什么是反证法的有关章节。

由此二例可以看出,贯彻这一原则是颇为艰巨的。它要求教师:一要充分了解学生情况;二要因教材因人而异,提出不同要求;三要在驾驭教材的基础上,灵活运用,无一定之规。而满堂灌,一刀切,频繁地为“差生”补课,或只顾少数拔尖等做法,是与这一原则毫无共同之处的。

§3 数学教学的依据和过程

一、教学的依据

我们的教学,要以大纲为指导,教材为依据,一切从学生实际出发。大纲、教材、学生,就是教学的依据。

大纲是国家依据一定时期的形势与任务而制定的指导性文件。它提出了数学教学目的、任务与要求,揭示了数学的特点及其相应的规律,规定了数学各分科的具体任务与内容。我们要经常学习、对照它的总论部分,作为我们指导思想,改进教学的依据。离开大纲,就会走偏方向,贻误教学。

教材是国家依据大纲而组织编写的,是实施大纲的最具体、最重要的内容。所以,教学中决不能脱离教材或随意增删,大量补充习题,加重学生负担。应把精力放在钻研教材,提高教学上。

热爱学生、相信学生、依靠学生，一切从学生的实际出发，也是教学的重要依据。

教育学生，培养人才，是党和国家交给教育工作者的光荣任务。我们应该热爱学生，面向全体，不要有所偏颇。学生是教学对象，一般都能各按基础，有所前进。对他们既要有严格的统一要求，又要因材施教，分别对待，不应有所偏爱或任何歧视。所谓“尖子”、“差生”的提法，从教育角度来看，是值得研究的。如果学生水平不齐，差距较大，教起来有困难，也不要层层抱怨，责怪学生，而应面对现实，考虑措施，改进方法，把他们教好。我们应当在发挥教师主导作用前提之下，依靠学生的勤奋自学，并且学之得法。无论是备课、上课以至课后辅导，都要把学生作为教学的主体考虑进去，使他们学得主动、生动活泼；不能不放心，“抱着走”，满堂灌。检验教学质量的标准，只能是全面发展与学习效果，而不是简单的分数统计。

二、教学过程及其实现的条件

毛泽东同志说：“事物总是作为过程而向前发展的，而任何一个过程都是由矛盾着的两个侧面互相联系又互相斗争而得到发展的。”教学正是这样一个过程，它是由备课、上课、课后辅导三个紧密衔接的环节组成的。

备课时的主要矛盾是教师与教材之间的矛盾，即教师要讲授教材的内容，而又还没有熟悉和掌握，这就要钻研教材。还要把学生放进去，考虑如何启发诱导，才能创设教得好又学得好的条件，使上课有一个较好的基础。

上课是另一个极为生动而复杂的环节，此时的主要矛盾是教师与学生之间的矛盾。教师想教好，学生也想学好，这是“统一的”一面。但教师往往不能顺利地实现其备课计划，学

生也常常不是一下子就能全部接受教师的讲授,这又是“对立的”一面。转化的决定性条件是用启发式教学,使学生从不知或知之不多向知或知之较多的方面转化,使教师的备课计划从实施的可能性向现实性方面转化。

课后辅导,这时的主要矛盾是学生与教材之间的矛盾。转化的条件是学生在教师的指点之下,刻苦自学,又有正确的学习方法,使之掌握知识。

第二章 备 课

教学犹如作战。作战,不打无准备之仗;教学,不上无准备之课。

备好课,是上好课的的必要条件和坚实基础,对课堂教学起着决定性的作用。所以,每个教师一定要十分重视备好课的三个方面——备教材、备学生、备方法。

§1 备 教 材

要搞好“三备”,首先是备教材,这又分为:

一、通备

就是统观和通晓全部中学数学教材,初中一年级的教师还要大体了解小学数学教材,借以搞好教学上的衔接和呼应。这是一项较为繁重而又必须做好的工作。因为只有经过通备,才能使教师胸有成竹,能在明确教材体系的基础上,根据教学大纲所规定的全部内容,加以系统化、组织化,以利于统领全局,指导教学;以利于完成传授知识,进行教育,发展智力,培养能力的教学任务。

经过通备,我们将体会到,代数是本学科的重要内容,是小学算术的继续和发展;它贯串着并作用于几何等各个分科,在中学数学教学计划中所占比重最大,学习年限也最长,具有丰富的内容和周密的体系。