

搜题 天下

SOUTI
TIANXIA

天下典题 一网打尽
解题奥秘 尽在其中

初中 数学

解题方法 技巧 规律大全

总主编 / 钟 山



中国出版集团 现代教育出版社

根据教育部全日制义务教育课程标准编写
GENJUJIAOYUBUQUANRIZHIYIWUJIAOYUKECHENG BIAOZHUNBIANXIE

SOUTI
TIANXIA

搜题
天下

解题方法技巧规律

大全

初中数学

总 主 编 钟 山

主 编 张明波 王春燕

副 主 编 李 雪 王淑芳



中国出版集团

现代教育出版社



诚邀全国名师加盟

金星国际教育集团专注于少儿、小学、中学和大学教育类图书的研发策划与出版发行工作,现诚邀天下名师加盟“全国名师俱乐部”:每县拟选老师1人,俱乐部会员将成为本公司长期签约作者,享受优惠稿酬,并获长期购书优惠、赠书和及时提供各类教学科研信息等优惠服务。联系地址:山东省潍坊市安顺路4399号金星大厦
邮政信箱:山东省潍坊市019755号信箱 邮编:261021

恳请各位名师对我们研发、出版的图书提出各类修订建议,并提供相应的文字材料。我们将根据建议采用情况及时支付给您丰厚报酬。

诚邀各位名师在教学过程中发现的好题、好方法、好教案、好学案等教学与考试研究成果,一旦采用,即付稿酬。

诚邀各位名师对我们的产品质量及营销建言献策。我们将根据贡献大小,分别给予不同形式的奖励。同时,我们也真诚欢迎广大一线师生来信、来函、来电、上网与我们交流沟通,为确保信息畅通,我们特设以下几个交流平台,供您选用:

图书邮购热线:(010)61743009 61767818

图书邮购地址:北京市天通苑邮局6503号信箱 邮政编码:102218

图书邮购网址:<http://www.firstedubook.com>

质量监督热线:(0536)2223237 王老师

企业网站:<http://www.bjjxxy.com>

金星教学考试网:<http://www.jxjxks.com>

图书在版编目(CIP)数据

初中数学解题方法技巧规律大全 / 钟山主编.

—北京:现代教育出版社,2007.5

(搜题天下)

ISBN 978-7-80196-336-9

I. 初… II. 钟… III. 数学课—初中—解题 IV. G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第056170号

书名:搜题天下·初中数学解题方法技巧规律大全

出版发行:现代教育出版社

地址:北京市朝阳区安华里504号E座

邮政编码:100011

印刷:北京市梦宇印务有限公司

发行热线:010-61743009

开本:890×1240 1/32

印张:10.5

字数:450千字

印次:2009年3月第3版 第1次印刷

书号:ISBN 978-7-80196-336-9

定价:18.80元





读《搜题天下》进“清华北大”

DUSOUTITIANXIA JINQINGHUABEIDA

阅读指导 初中数学

本书经过一线名师集思广益，博采众长，精心打造，整合了初中数学在中考中的考点，按教材的同步授课顺序对每一考点的解题方法进行科学提炼，体现着“以题讲法，以法统题，题法合一”的设计思想和教学理念，是一本融教、学、考为一体的综合性解题方法技巧图书，适合不同版本教材和不同年级的学生使用。

对于本书的使用，请注意以下4点：

1. 系统把握，构建体系

充分利用本书形成的简明、全面、科学的知识架构，系统把握，步步为营，解决我们在学习知识的过程中遇到的迷茫、杂乱、顾此失彼的困惑，使您的学习变得从容自得。

2. 精研典题，感悟中考

认真研究本书呈现出的最新、最全的经典例题，学习最新考试题型，认知最新考试动态，体会中考难度，感受考点、热点、焦点等考试模式，深刻把握考试精髓，使您提前了解中考、感知中考。

3. 总结规律，以法导学

深刻领悟本书展示的严谨缜密的解题技法，环环相扣的思路分析以及深入透彻的规律总结，通过“读题悟法”，达到触类旁通、举一反三的目的，轻松摆脱“不会做题”的苦恼，使您的学习做到事半功倍，让您从此跳出题海。

4. 查漏补缺，未雨绸缪

高度重视本书指出的解题过程中存在的易错、易混之处，尤其是针对自己的薄弱环节进行重点、有效的突破，可以帮助你高效突破知识难点和解题迷点，做到知其因懂其果，引以为戒，防患于未然，让您在“陷阱”面前不再茫然。



目 录

CONTENTS

第一篇 基础知识篇

专题一 实 数	(1)
一 有理数	(2)
有理数的判别方法(2)/求相反数及多重符号的化简方法(2)/求一个数的绝对值的方法(3)/有理数的相关运算(3)	
二 无理数	(4)
无理数的判别方法(4)/利用数轴比较实数大小的方法(5)/利用非负实数的特点解题的方法(5)/科学记数法(6)/近似数的有效数字和精确度的确定方法(7)/实数运算的方法技巧(7)	
专题二 代数式	(9)
一 整式的概念	(10)
列代数式的方法技巧(10)/求代数式值的方法技巧(11)/单项式、单项式系数、次数的判别方法(11)/多项式的项、多项式的次数的判别方法(12)/数形结合在列代数式中的应用技巧(12)	
二 整式的加减	(14)
同类项的概念(14)/合并同类项的方法(15)/去括号、添括号的方法(15)/整式加减运算的方法技巧(16)	
三 整式的乘除	(17)
幂的运算的方法技巧(17)/整式的乘法(19)/乘法公式(20)/整式的除法(22)/整式运算中的方法技巧(23)	
四 因式分解	(24)
因式分解的判别方法(24)/用提取公因式法因式分解的方法(24)/用公式法因式分解的方法(25)/综合运用各种方法进行因式分解的方法(26)	

五 分式及运算	(28)
分式的概念(28)/分式基本性质的应用技巧(29)/分式约分的方法(30)/分式通分的方法(30)/分式乘除及乘方运算的方法(31)/分式加减运算的方法(31)/分式混合运算中的技巧(32)	
六 二次根式及运算	(33)
二次根式的概念(33)/利用二次根式的非负性解题的方法(33)/利用同类二次根式的概念解题的方法(34)/二次根式运算的方法(35)/二次根式大小比较的方法技巧(37)	
专题三 方程	(40)
一 一元一次方程	(41)
一元一次方程的概念(41)/一元一次方程解的应用及判别方法(41)/一元一次方程的解法(42)/根据一元一次方程的解确定字母取值的方法(43)/列一元一次方程解决实际问题的方法(43)	
二 二元一次方程组	(47)
二元一次方程的概念(47)/二元一次方程组的解法(48)/根据方程组的解确定字母取值的方法(50)/求二元一次方程特殊解的方法(51)/列方程组解实际问题的方法(52)	
三 一元二次方程	(55)
一元二次方程的概念(55)/一元二次方程的解法(56)/一元二次方程根的判别式的应用方法(58)/一元二次方程根与系数关系的应用方法(60)/整体思想应用的方法技巧(62)/列一元二次方程解决实际问题的方法(62)	
四 分式方程	(66)
分式方程的解法(66)/特殊的分式方程的解法技巧(68)/分式方程增根的应用方法(70)/列分式方程解决实际问题的方法(71)	
专题四 不等式与不等式组	(74)
不等式与不等式组	(75)
一元一次不等式的解法(75)/一元一次不等式组的解法(75)/含字母系数的不等式(组)的解法(76)/绝对值不等式的解法(77)/求不等式(组)特殊解的方法(78)/求不等式(组)中字母取值的方法(79)/利用不等式(组)解决实际问题的方法(80)	
专题五 函数	(84)
一 函数基础知识	(85)
确定点的坐标的方法(85)/利用点的坐标确定字母取值的方法(86)/列函数关系式的方法技巧(87)/利用函数图象解决问题的方法(89)	

二 一次函数.....	(90)
一次函数的判别方法(90)/一次函数的性质(91)/用待定系数法求一次函数解析式(91)/一次函数图象的应用方法(93)/一次函数性质的应用方法(95)	
三 反比例函数.....	(97)
反比例函数的判别方法(97)/反比例函数的性质(98)/与反比例函数有关的图形面积的求法(98)/用待定系数法求反比例函数解析式(99)/反比例函数图象的应用方法(100)/反比例函数性质的应用方法(101)	
四 二次函数.....	(102)
二次函数的判别方法(102)/二次函数的性质(103)/用待定系数法求二次函数解析式(103)/二次函数图象的应用方法(104)/二次函数性质的应用方法(107)	
专题六 图形的初步认识.....	(109)
一 生活中的立体图形.....	(110)
立体图形的识别及分类方法(110)/立体图形的平面展开图的识别及应用(111)/几何体的三视图的识别技巧(113)/由三视图识别立体图形的方法(113)/截面形状的识别方法(114)/立体图形的平面展开图和三视图在实际问题中的应用(115)	
二 直线、射线和线段	(116)
直线的识别方法(116)/直线的交点个数的识别方法(117)/直线分平面所成部分的识别方法(118)/射线、线段条数的识别方法(118)/求线段长度的方法(119)/线段中点的应用技巧(120)/线段的性质在实际问题中的应用技巧(122)	
三 角.....	(124)
角的识别及表示方法(124)/余角、补角的识别方法(125)/余角、补角的求法(127)/互余、互补的性质的应用技巧(127)/利用角的和差关系求角的度数的方法(128)/角平分线的应用技巧(129)/钟面上的角度的求法(130)/度、分、秒互化的方法(131)/角在实际问题中的应用技巧(132)	
四 相交线与平行线.....	(133)
利用垂线的定义求角度的方法(133)/平行线的性质的应用技巧(133)/判断两直线平行的方法(134)/平行线的判定和性质的综合应用技巧(134)	
专题七 三角形.....	(135)
一 三角形的相关概念.....	(136)
三角形的三边关系的应用技巧(136)/三角形的角之间的关系的的应用技巧(137)/三角形中的三种主要线段的应用技巧(138)	

二 三角形全等.....	(140)
全等三角形的判定和性质的综合运用方法(140)/全等三角形在实际问题中的应用技巧(141)/三角形全等的条件的添加技巧(142)	
三 特殊三角形及尺规作图.....	(143)
利用等腰三角形的性质求角的度数的方法(143)/利用等腰三角形的判定说明线段相等的方法(145)/等边三角形的性质的应用技巧(145)/直角三角形性质的应用技巧(145)/用尺规作三角形的方法(146)	
专题八 四边形.....	(148)
一 平行四边形.....	(149)
平行四边形的性质的应用技巧(149)/平行四边形的判定方法(150)/平行四边形的判定和性质的综合应用技巧(151)/矩形性质的应用技巧(151)/矩形的判定方法(152)/菱形性质的应用技巧(154)/菱形的判定方法(154)/矩形和菱形的综合应用技巧(155)/正方形性质的应用技巧(156)/正方形的判定方法(157)	
二 梯形.....	(159)
梯形辅助线的添加技巧(159)/等腰梯形的判定方法(161)/梯形中位线的应用技巧(162)/三角形中位线的应用技巧(162)/关于梯形的综合创新题的解法技巧(163)	
三 多边形.....	(169)
判断瓷砖铺设的技巧(169)/用正多边形进行图案设计的方法(170)/多边形内角和公式的应用技巧(171)/瓷砖的铺设在实际问题中的应用技巧(173)	
专题九 图形与变换.....	(175)
一 对称.....	(176)
轴对称图形的识别方法(176)/轴对称性质的应用方法(178)	
二 平移.....	(179)
平移性质的应用技巧(179)/图形平移后点的坐标的确定方法(180)	
三 旋转.....	(181)
图形旋转后的识别方法(181)/旋转性质的应用技巧(182)/图形旋转后点的坐标的确定方法(183)/中心对称图形的识别方法(184)/中心对称图形的性质的应用技巧(184)	
四 位似变换.....	(185)
位似图形及位似中心的识别方法(185)/位似图形性质的应用方法(186)/位似图形的画法(186)	
专题十 相似形.....	(188)
一 比例线段.....	(189)
比例的性质的应用技巧(189)/利用黄金分割的定义求比值的方法(191)/比例线段在实际问题中的应用技巧(192)/添加平行线证明比例线段或求比值的方法(192)	

二 相似三角形	(195)
识别相似三角形对应元素的方法(195)/相似三角形的相似条件的添加技巧(195)/相似三角形的判定方法(196)/相似三角形的判定和性质的综合应用技巧(196)/相似三角形的相似比的应用技巧(198)/相似三角形在实际问题中的应用技巧(200)/相似三角形与函数的综合应用技巧(202)/以相似三角形为载体的探究性题目的解法技巧(203)	
专题十一 解直角三角形	(205)
一 勾股定理	(206)
利用勾股定理求线段长的方法(206)/勾股定理在实际问题中的应用技巧(208)/利用勾股定理求立体图形上的线段长的方法(211)/利用勾股定理求图形折叠问题的方法(212)/利用勾股定理求面积的方法(212)/利用勾股定理的逆定理判断直角三角形的方法(213)	
二 解直角三角形	(216)
利用锐角三角函数的定义求三角函数值的方法(216)/关于特殊角的三角函数值的代数式的计算方法(218)/解直角三角形的方法(220)/非直角三角形的解法(221)/与仰角、俯角有关的实际问题的解法(221)/与坡度、坡角有关的实际问题的解法(223)/与方向角有关的实际问题的解法(225)	
专题十二 圆	(228)
一 圆的有关概念和性质	(229)
垂径定理的应用技巧(229)/等对等定理的应用技巧(232)/圆周角定理的应用技巧(233)	
二 与圆有关的位置关系	(235)
点与圆的位置关系的识别方法(235)/由点确定圆的方法(236)/直线与圆的位置关系的识别方法(237)/切线的性质的应用技巧(238)/切线的判定方法(238)/切线长定理的应用技巧(239)/圆与圆的位置关系的识别方法(243)/相交两圆的性质的应用技巧(243)/相切两圆的性质的应用技巧(245)	
三 圆中的计算问题	(246)
弧长的计算方法(246)/扇形面积的求法(247)/弓形面积的求法(248)/求阴影面积的技巧(249)/圆锥的侧面展开图的计算方法(251)	
专题十三 统计与概率	(254)
一 统计	(255)
收集数据的方法(255)/统计图、统计表的应用方法(256)/平均数、众数、中位数的计算方法(259)/利用平均数、众数、中位数解决实际问题的方法(261)/极差、方差、标准差的计算方法(263)/利用极差、方差、标准差解决实际问题的方法(264)/随机抽样的判别方法(267)/用样本估计总体的方法(267)	

- 二 概 率..... (270)
 用分析、列举法求事件发生概率的方法(270)/利用几何图形的面积求事件发生概率的方法(271)/利用频率估计事件发生概率的方法(272)/利用频率、概率解决实际问题的方法技巧(273)

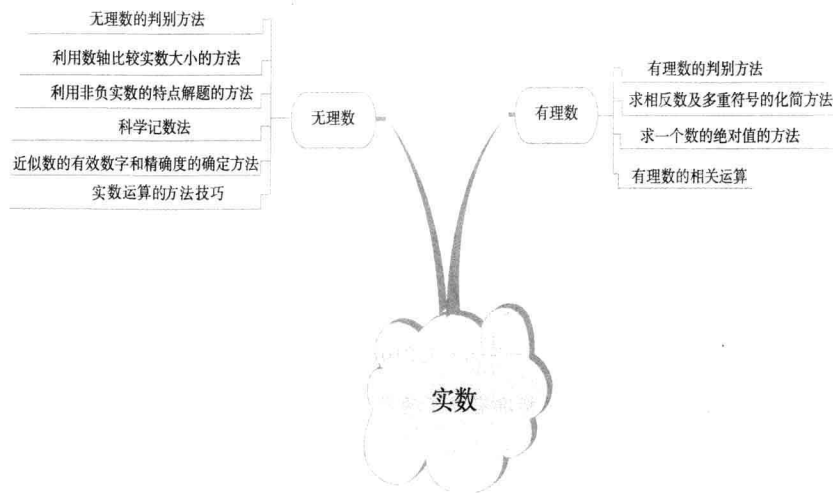
第二篇 数学思想篇

- 一 分类讨论思想..... (276)
 对问题条件中的变量或字母的取值进行分类讨论(276)/对问题的条件和结论进行分类讨论(277)/关于动点问题的分类讨论技巧(281)/根据图形的位置、类型进行分类讨论(284)
- 二 数形结合思想..... (288)
 数轴在数形结合中的应用(288)/利用图形探究数学规律(289)/利用数形结合列方程实际问题(290)/利用数形结合解决三角形问题(291)/利用数形结合解决函数问题(293)/利用图表解决统计、概率问题(296)
- 三 函数与方程思想..... (300)
 利用函数与方程思想解决几何图形问题(300)/利用函数与方程思想解决实际问题(301)
- 四 转化与化归思想..... (303)
 数与数的转化与化归(303)/式与式的转化与化归(304)/形与形的转化与化归(304)/数与形的转化与化归(308)/实际问题与数学问题的转化与化归(310)
- 五 建模思想..... (313)
 建立方程模型解决实际问题(313)/建立不等式模型解决实际问题(317)/建立函数模型解决实际问题(322)/建立几何模型解决实际问题(327)

第一篇 基础知识篇

专题一 实数

百度搜索



学海导航

本专题的主要内容是实数及其运算,包括有理数、无理数、实数、绝对值、相反数等概念以及实数的有关运算.它是小学学过的数的运算的拓展和延伸,是初中代数的基础,也是中考的考查内容之一.但单独考查的知识点较少,多数情况下,是与其他知识综合在一起进行考查的,题型主要有填空题,选择题和简单的解答题.

数学题的功能:巩固知识,深化理论,训练方法,积累经验,积淀素养,优化品质,培养能力,发展思维。



天下典例

►► 1. 有理数的判别方法

典例1 将下列各数分别填在相应的集合内.

$$-\frac{1}{2}, +5, -6.3, 0.6, 0, -\frac{11}{13}, -7.210, 4.3, -15\%, 2\frac{4}{5}, 0.273, -4.$$

正数集合: { ... };

负数集合: { ... };

负分数集合: { ... }.

技巧点拨

有限小数和无限循环小数都是分数.

典例分析 本题主要考查有理数的分类, 可以结合所给集合的特点、有理数的分类标准对号入座即可.

解: 正数集合: $\{+5, 0.6, 4.3, 2\frac{4}{5}, 0.273, \dots\}$;

负数集合: $\{-\frac{1}{2}, -6.3, -\frac{11}{13}, -7.210, -15\%, -4, \dots\}$;

负分数集合: $\{-\frac{1}{2}, -6.3, -\frac{11}{13}, -7.210, -15\%, \dots\}$.

以题说法 有理数的分类标准有以下两种:

$$\begin{array}{l} (1) \text{ 有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{整数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正整数} \\ \text{零} \\ \text{负整数} \end{array} \right. \\ \text{分数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正分数} \\ \text{负分数} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ (2) \text{ 有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正整数} \\ \text{正分数} \end{array} \right. \\ \text{零} \\ \text{负有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{负整数} \\ \text{负分数} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array}$$

在解题过程中, 我们只要按照题目要求的标准进行分类即可.

►► 2. 求相反数及多重符号的化简方法

典例2 (四川绵阳中考) $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 ()

A. 3

B. -3

C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

典例分析 由相反数的意义可知: $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 $-(-\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$, 故选 C. 答案: C

典例 3 若 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 则 $(a+b-cd) + (a+b)^{2008} + (-cd)^{2009} =$ _____.

典例分析 $\because a, b$ 互为相反数, $\therefore a+b=0$.

$\because c, d$ 互为倒数, $\therefore cd=1$.

$$\begin{aligned} \therefore (a+b-cd) + (a+b)^{2008} + (-cd)^{2009} \\ = (0-1) + 0^{2008} + (-1)^{2009} \\ = -1 + 0 - 1 = -2. \quad \text{答案: } -2 \end{aligned}$$

技巧点拨

本题也可利用去括号的法则进行计算.

以题说法 求一个数的相反数, 只需在这个数的前面加上“-”号即可. 判断两数是否为互为相反数, 除依据定义外, 还可以看两数的和是否为 0, 若和为 0, 则两数互为相反数; 反之, 若两数互为相反数, 则这两数的和一定为 0.

► 3. 求一个数的绝对值的方法

典例 4 已知 $|a|=8, |b|=2, |a-b|=b-a$, 求 $|a+b|$ 的值.

典例分析 由题意知, 不能确定 a, b 的符号. 因而, 应分 $a>0, a<0$ 和 $b>0, b<0$ 两种情况讨论 a, b 的值. 由 $|a-b|=b-a$ 可知 $b \geq a$. 由此, 可确定出相应的 a, b 的值, 分类讨论是解决此类问题的常用方法.

解: $\because |a|=8, \therefore a=\pm 8. \because |b|=2, \therefore b=\pm 2$.

$\because |a-b| \geq 0, \therefore |a-b|=b-a \geq 0, \therefore b \geq a$.

在 $b \geq a$ 的限制下, 当 $b=2$ 时, a 只能取 -8 ; 当 $b=-2$ 时, a 只能取 -8 .

$\therefore$ 结果只有这两种情况:

① 当 $a=-8, b=2$ 时, $a+b=-6, \therefore |a+b|=6$;

② 当 $a=-8, b=-2$ 时, $a+b=-10, \therefore |a+b|=10$.

$\therefore |a+b|$ 的值为 6 或 10.

以题说法 求一个数的绝对值, 就是根据绝对值的意义, 去掉绝对值的符号, 步骤是先判断符号, 后去掉绝对值符号.

► 4. 有理数的有关运算

典例 5 已知 a 与 b 互为相反数, c 与 d 互为倒数, $x=3(a-1)-(a-2b)$, $y=c^2cd+1-(cd+c-1)$. 求 $6\left(\frac{2x+y}{3}-\frac{3x-2y}{6}\right)$ 的值.

典例分析 由于 a, b 互为相反数, $\therefore a+b=0. \because c, d$ 互为倒数, $\therefore cd=1$. 由此可确定出 x, y 的值.

解: $\because a+b=0, cd=1$,

$\therefore x=2(a+b)-3=-3, y=c \cdot cd+1-(cd+c-1)=c+1-c=1$.

$\therefore 6\left(\frac{2x+y}{3}-\frac{3x-2y}{6}\right)=2(2x+y)-(3x-2y)=x+4y=-3+4 \times 1=1$.

以题说法 根据相反数、倒数的定义,确定出字母的取值,依据有理数的四则运算法则进行计算.

★ 规律总结

有理数常见的运算主要是有关绝对值、倒数、相反数及四则混合运算.解题过程中,要按照各自的定义和法则进行计算,而绝对值的意义充分体现了分类讨论的思想.在解决有关绝对值问题时,常用的方法就是分类讨论,以此确定字母的取值,做到不重不漏.

二 无理数

天下典例

►► 1. 无理数的判别方法

典例 1 在实数 $3.14, \frac{1}{4}, \sqrt{7}, 0.3, 0.101\ 001\ 000\ 1\cdots, 3\pi, \pi-1, -\sqrt{3}, \sqrt{9}$ 中,有理数有_____,无理数有_____.

典例分析 无限不循环的小数有 $\sqrt{7}, 3\pi, \pi-1, -\sqrt{3}, 0.101\ 001\ 000\ 1\cdots$, 因此上面这些数是无理数,除此之外的数是有理数.

技巧点拨

π 是一个常数,是无限不循环小数,不是字母.

答案: $3.14, \frac{1}{4}, 0.3, \sqrt{9}$

$\sqrt{7}, 0.101\ 001\ 000\ 1\cdots, 3\pi, \pi-1, -\sqrt{3}$

典例 2 如图 1-1-1 所示,以数轴的单位长线段为边作一正方形,以数轴的原点为圆心,正方形对角线长为半径画弧,交数轴正半轴于点 A,则点 A 表示的数是()

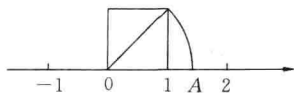


图 1-1-1

A. $1\frac{1}{2}$

B. 1.4

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{2}$



典例分析 由勾股定理可知,正方形对角线长 $=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$, $\therefore$ A点表示的数是 $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$ 是一个无理数,因而选D. **答案:**D

以题说法 π 是一个无理数,有理数与无理数的和、差、积、商仍是无理数,开方开不尽的数是无理数.

有理数与无理数的根本区别在于小数的循环与不循环.有限小数、无限循环小数是有理数,无限不循环小数是无理数,也就是说无理数应满足两个条件,一是无限小数,二是不循环的,二者缺一不可.

► 2. 利用数轴比较实数大小的方法

典例 3 (1)(连云港中考)实数 a 、 b 在数轴上的位置如图 1-1-2 所示,则必有()

- A. $a+b>0$ B. $a-b<0$ C. $ab>0$ D. $\frac{a}{b}<0$

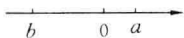


图 1-1-2

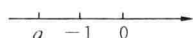


图 1-1-3

(2)(盐城中考) a 在数轴上的位置如图 1-1-3 所示,则 a 、 $-a$ 、 1 的大小关系是()

- A. $-a<a<1$ B. $a<-a<1$ C. $1<-a<a$ D. $a<1<-a$

典例分析 (1)由数轴可知: $a>0$, $b<0$, $|a|<|b|$, $\therefore a+b<0$, $a-b>0$, $ab<0$, $\frac{a}{b}<0$,故选D;(2)由数轴可知: $a<-1$, $\therefore -a>1$, $\therefore -a>a$, $\therefore -a$ 最大, a 最小,因而选D. **答案:**(1)D (2)D

以题说法 利用数轴判别两数大小的方法是:原点左边的数小于0,原点右边的数大于0,左边的数小于右边的数.离原点较远的数的绝对值较大.本题是运用数形结合思想的典例.

► 3. 利用非负实数的特点解题的方法

典例 4 若 $(3a-5)^2$ 与 $\sqrt{b+3}$ 互为相反数,求 $(ab)^2$ 的值.

典例分析 $(3a-5)^2$ 与 $\sqrt{b+3}$ 互为相反数,即 $(3a-5)^2+\sqrt{b+3}=0$,由于 $(3a-5)^2\geq 0$, $\sqrt{b+3}\geq 0$, $\therefore 3a-5=0$, $b+3=0$.于是,可列出关于 a 、 b 的方程,求出 a 、 b 的值.

解:由题意得 $(3a-5)^2 + \sqrt{b+3} = 0$.

$\therefore (3a-5)^2 \geq 0, \sqrt{b+3} \geq 0, \therefore 3a-5=0, b+3=0$.

$\therefore a = \frac{5}{3}, b = -3, \therefore (ab)^2 = \left[\frac{5}{3} \times (-3)\right]^2 =$

$(-5)^2 = 25$.

技巧点拨

几个非负数相加和为0,则各非负数的值分别为0.

以题说法 此类题目的基本解法是利用“两个非负数的和为0,则每个非负数都分别等于0”列出方程或方程组进行求解.

典例5 已知 $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} + 2$, 求 x^y 的值.

典例分析 由算术平方根的意义可知, x 满足 $x-1 \geq 0, 1-x \geq 0$. 于是可确定出 x 的值, 进而求出 y 的值.

解: $\because y = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} + 2, \therefore x$ 满足 $\begin{cases} x-1 \geq 0, \\ 1-x \geq 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq 1, \end{cases} \therefore x = 1$.

$\therefore y = 0 + 0 + 2 = 2, \therefore x^y = 1^2 = 1$.

以题说法 解决此类题目的基本方法是根据算术平方根的意义, 得各被开方数都是非负数, 由此得方程或不等式(组), 通过方程或不等式(组)确定出一个字母的取值, 再根据题意, 确定另一字母的取值.

► 4. 科学记数法

典例6 用科学记数法表示下列各数.

(1) 61 840 000; (2) 0.000 002 15; (3) -0.003 6.

典例分析 (1) $a = 6.184$; (2) $a = 2.15$;

(3) $a = -3.6$.

解: (1) $61\,840\,000 = 6.184 \times 10^7$.

(2) $0.000\,002\,15 = 2.15 \times 10^{-6}$.

(3) $-0.003\,6 = -3.6 \times 10^{-3}$.

技巧点拨

先确定 a 的值, 然后根据整数位数或0的个数确定 a 的值.

以题说法 用科学记数法表示一个数, 就是将这个数表示为 $a \times 10^n$ 的形式. 其中, $1 \leq |a| < 10$, a 的符号和原数的符号相同, n 是整数, 当这个数的绝对值小于1时, n 是一个负整数, n 的绝对值等于第一个不为0的数字前面0的个数(包括整数位上的0); 当这个数的绝对值大于1时, n 是一个正整数, n 等于这个数的整数位数减1.



►► 5. 近似数的有效数字和精确度的确定方法

典例 7 指出下列数的有效数字和精确度.

(1) 4.20×10^6 ; (2) 6.1×10^{-3} .

典例分析 (1) 4.20 有三个有效数字, 精确到 0.01 , $0.01 \times 10^6 = 10\ 000$;

(2) 6.1 有两个有效数字, 精确到 0.1 , $0.1 \times 10^{-3} = 0.000\ 1$.

解: (1) 4.20×10^6 有三个有效数字, 分别为 $4, 2, 0$;
精确到万位.

(2) 6.1×10^{-3} 有两个有效数字, 分别为 $6, 1$; 精确到 $0.000\ 1$.

技巧点拨

$a \times 10^n$ 中的精确度
不能只看 a 的精确度.

以题说法 用科学记数法表示的数 $a \times 10^n$, 其有效数字只与 a 有关, 就是 a 的有效数字, 精确度和 $a, 10^n$ 有关, 是 a 的精确度乘 10^n 所得的结果.

►► 6. 实数运算的方法技巧

典例 8 计算下列各式的值.

$$(1) \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100};$$

$$(2) 18 \frac{11}{19} - 21 \frac{4}{19} \times \frac{1}{4} - 0.625 \times 21 \frac{4}{19} - 21 \frac{4}{19} \div 8.$$

典例分析 (1) 将每个分数拆成两项, 即 $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\cdots$,
 $\frac{1}{99 \times 100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$, 再利用互为相反数的和为零, 可使运算简便;

(2) 此题显然不宜直接按照“先乘除, 后加减”的顺序进行计算, 仔细观察后发现, 将最后的除法算式转化为乘法后, 后三个乘积中都含有 $21 \frac{4}{19}$ 这个因数, 于是考虑运用乘法分配律, 使运算简化.

$$\begin{aligned} \text{解: (1)} & \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}. \end{aligned}$$

技巧点拨

对正整数 n 有:

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$