

837238

3

# 大学物理实验

《大学物理实验》编写组



# DXWL

河南教育出版社

# 大学物理实验

《大学物理实验》编写组

河南教育出版社

## 大学物理试验

〈大学物理试验〉编写组

责任编辑 范敬儒

河南教育出版社出版

河南第二新华印刷厂(联)印刷

河南省新华书店发行

187×1092毫米 16开本14.25印张298千字

1988年7月第1版 1988年7月第1次印刷

印数1—8,190册

ISBN7—5347—0243—7/0·7

定价 3.85元

# 前 言

为了贯彻国家教委物理实验编审小组关于提倡编写具有不同特色, 适用不同类型、不同层次学校的教材的精神, 河南省教委委托省物理学会组织二十多所高等院校编写了《大学物理实验》。本书是按高等工业学校物理实验课程教学的基本要求, 以师专物理专业和理科院校非物理专业的物理实验大纲为基本依据, 针对河南省的教育实际和学生来源及去向而编写的。全书包括41个实验。可以作为工科、师专和理科非物理专业的物理实验教材, 也可作为电视大学和职工大学相应专业的物理实验参考教材。

《大学物理实验》由长期从事实验教学的教师, 吸取了河南省各高等院校物理实验讲义的精华, 博采各兄弟院校的实践经验, 经过半年多的紧张努力编写而成。本书力图: 按照由浅入深、循序渐进的认识规律, 贯彻少而精的原则; 着眼于提高学生的能力, 培养有创造性的人材; 在加强基础训练的同时注意拓宽学生的知识面; 正确处理传统实验和新实验的关系; 注意联系实际应用; 尽量反映当前科学实验及现代化建设中最常遇到的一些基本物理量的测量原理、方法和基本测量仪器的使用。

全书除绪论和附录外共分为五个部分。测量误差和数据处理基本知识是物理实验课的重要内容之一, 虽然书中作为第一部分集中写在前面, 但这部分内容应贯穿在全部物理实验教学之中。考虑到不同类型的教学要求, 在力学及热学、电磁学、光学及原子物理三部分基本实验之后, 编写了5个选作实验。作为综合和提高的内容, 还安排了4个简单设计实验。本书每个实验末尾都有一定量的思考题, 它们将有助于学生对实验的深入理解。其中有些思考题较难, 可供优秀学生参考。

国家教委物理实验编审小组副组长尚世铨教授对本书的编写给予了热情的关心和指导。另外, 还得到了省内外许多同志, 特别是兄弟院校对我们的支持和鼓励。这里我们一并表示衷心感谢。

由于编写时间仓促, 编者水平所限, 书中难免有缺点和错误, 欢迎读者提出宝贵意见。

本书编委(以姓氏笔划为序): 王建恩、王德建、毛海涛、何金田、陈华、苗建勋、贺铭河、郭奎生、靳荣启。

编者 1987.12.

# 目 录

## 序 言 绪 论

§ 1 物理实验课的地位和作用	( 2 )
§ 2 怎样学好物理实验课	( 2 )
§ 3 物理实验课的基本程序	( 3 )

## 误差与数据处理基础知识

§ 1 测量与误差	( 4 )
1. 物理实验与测量	( 4 )
2. 测量误差	( 4 )
3. 误差的性质和产生原因	( 5 )
4. 误差的估算	( 6 )
5. 测量结果的评价与表示	( 10 )
§ 2 有效数字	( 10 )
1. 有效数字的概念	( 10 )
2. 有效数字的运算法则	( 11 )
3. 间接测得量及其误差的有效数字	( 12 )
§ 3 数据处理	( 12 )
1. 直接计算法	( 12 )
2. 列表法	( 13 )
3. 作图法	( 13 )
4. 一元线性回归法	( 16 )
习题	( 17 )

## 力学、热学实验

实验一 长度测量	( 19 )
实验二 重力加速度的测定	( 25 )
A. 单摆法	( 26 )
附录实验报告举例	( 29 )

B 落体法	(33)
实验三 固体和液体密度的测定	(35)
实验四 牛顿第二定律的验证	(39)
附录 气垫导轨、数字毫秒计	(43)
实验五 动量守恒定律的验证	(46)
实验六 简谐振动的研究	(49)
实验七 用拉伸法测金属丝的杨氏弹性模量	(53)
实验八 刚体转动惯量的测定	(58)
A 用三线扭摆测转动惯量	(58)
B 用转动惯量仪测转动惯量	(61)
实验九 液体粘滞系数的测定	(64)
实验十 金属线胀系数的测定	(66)
实验十一 用拉脱法测液体的表面张力系数	(69)

## 电 磁 学 实 验

电磁学实验预备知识	(72)
实验十二 伏安法测绘二极管的特性曲线	(78)
实验十三 用惠斯登电桥测电阻	(82)
实验十四 模拟法测绘静电场	(86)
实验十五 电表的改装和校准	(90)
实验十六 灵敏电流计特性的研究	(95)
实验十七 用电位差计测电源的电动势和内阻	(100)
实验十八 电子束的聚焦与偏转	(104)
A 电子束的电聚焦和磁聚焦	(104)
B 电子束的电偏转和磁偏转	(111)
实验十九 示波器的使用	(118)
实验二十 用霍尔效应测量磁场	(123)
实验二十一 LRC电路的谐振特性研究	(128)
实验二十二 用冲击电流计测磁感应强度	(132)

## 光 学、原 子 物 理 学 实 验

实验二十三 薄透镜焦距的测定	(140)
实验二十四 分光计的调整和使用	(144)
实验二十五 光的干涉	(148)
A 等厚干涉——牛顿环	(148)

B 用菲涅耳双棱镜测波长 .....	(153)
实验二十六 用透射光栅测波长及光栅角色散率的测定 .....	(158)
实验二十七 光的偏振 .....	(161)
A 偏振现象的观察与分析 .....	(161)
B 测旋光性溶液的旋光率和浓度 .....	(165)
实验二十八 迈克耳逊干涉仪的调整和使用 .....	(167)
实验二十九 照相技术 .....	(172)
实验三十 漫反射全息照片的摄制 .....	(176)
实验三十一 密立根油滴实验 .....	(179)
实验三十二 夫兰克——赫兹实验 .....	(185)

### 选作实验与设计性实验

实验三十三 声速的测定 .....	(189)
实验三十四 用混合法测定良导体的比热容 .....	(192)
实验三十五 测定冰的溶解热 .....	(195)
实验三十六 测定良导体的导热系数 .....	(198)
实验三十七 简易万用电表的设计与安装 .....	(200)
实验三十八 磁铁相互作用势能曲线的研究 .....	(203)
实验三十九 热电偶温度计的制作及定标 .....	(204)
实验四十 示波器测绘铁磁材料的磁滞回线 .....	(206)
实验四十一 $RLC$ 回路阻尼振荡的研究 .....	(208)

### 附 录

表1 基本物理常数 .....	(211)
表2 国际单位制 (SI) .....	(212)
表3 在标准大气压下不同温度的水的密度 .....	(213)
表4 在 $20^{\circ}\text{C}$ 时常用固体和液体的密度 .....	(213)
表5 海平面上不同纬度处的重力加速度 .....	(214)
表6 一些材料的弹性模量 .....	(214)
表7 不同温度时水的粘滞系数 .....	(214)
表8 液体的粘滞系数 .....	(215)
表9 在不同温度下与空气接触的水的表面张力系数 .....	(215)
表10 固体的线胀系数 (在一个大气压下) .....	(216)
表11 部分固体和液体的比热容 .....	(216)
表12 部分电介质的相对介电常数 .....	(217)

表13 部分金属、合金的电阻率及温度系数.....	(217)
表14 部分金属、合金与铂(化学纯)构成热电偶的热电动势.....	(217)
表15 在常温下某些物质相对于空气的光的折射率.....	(218)
表16 常用光源的谱线波长表(单位纳米).....	(218)



# 序 言

物理学是一门重要的基础科学，一切物理学的理论和规律的发现都建立在坚实的实验基础上。在物理学的发展中，物理的理论和实验一直起着相辅相成的作用。理论源于实践，但反过来又能指导实践。物理实验的任务是观察物理现象，测量有关物理量，通过实验数据的处理得到接近真实值的物理量。

要想得到良好的实验结果，必须有合理的甚至是巧妙的实验方法。以油滴实验为例，学生做完油滴实验后不应该仅仅学会测定电子电荷的方法，还应该体会到油滴实验装置的设计思想是何等巧妙！一个不太复杂的装置却在物理学的发展中起着重要的作用。在实验教学中安排好实验误差理论和数据处理的内容，使能由浅入深，循序渐进地贯穿于整个实验课中，这也是做好物理实验的基础。

实验教材是学生学习物理实验课的依据。但它不应该给学生形成一个框框，而应该使他们学得更活一些。学生在学好实验所规定内容的基础上，应该有所发展，有所提高。因此，每个实验后面都给出适当的思考题，并且安排了一些选作和设计性的实验，这将促进学生利用他们学到的知识比较独立地解决一些问题。

随着我国国民经济的发展，国家对教育事业极为重视，国家财政用于教育事业的投资逐年增加，高等学校实验室的条件，特别是基础实验课的设备条件也在逐年改善。但是在物理实验的教材建设方面却远不能适应需要。为此，河南省物理学会针对本省的教育和教学要求，组织二十多所高等院校编写了这本《大学物理实验》。从实验的选题到实验仪器的选型都适合于河南省大专院校使用。而且，这本教材是以工科院校、师专和理科的非物理专业的基本教学要求为依据而编写的，因此它也具有较广泛的适用性。

尚世鍊

# 绪 论

## § 1 物理实验课的地位和作用

物理实验是理、工、农、医高等院校各科系的必修基础课。这首先是因为物理学是一门实验科学，物理学的理论要以实验为基础，并受实验事实所检验；实验对物理学的建立和发展起着决定性的作用，学习物理学就必须学物理实验。其次，物理实验又是学生今后学习和工作的重要基础。因为物理学是一切自然科学和技术科学的基础，而实验又是科学与技术的桥梁，无论是物理实验的仪器设备和测试手段，或是物理实验的基本知识和技能，对以后的专业学习和毕业后从事工业、农业、国防、科技各方面的工作和研究，都是不可少的。作为建设现代化社会主义祖国的各类专门人才，没有较高的实验素质是不能胜任的。

本门课程是学生进入大学后系统进行实验训练的开端。内容广泛而丰富；不少实验是在物理学发展史上起重要作用的典型实验，是理论联系实际研究物理学的典范；有些实验是学习基本仪器的使用和基本物理量的测量；有些则是研究物理量之间的关系，以验证课堂上学到的理论；而实验的基本知识和技能，则贯串在所有实验之中。通过实验教学要达到的目的是：

1. 使学生在物理实验的基本知识、基本方法和基本技能方面，受到较系统的训练（包括基本物理量的测量、基本仪器的使用、误差及有效数字的运算、数据的处理和对实验结果的分析判断及正确评价，并能根据要求参考仪器说明书等资料完成简单的设计性实验），从而使学生具有初步的进行科学实验的能力。

2. 通过对实验现象的观察、测量和分析，加深对物理学的概念和理论的理解，培养学生观察分析能力及理论联系实际解决物理问题的能力。

3. 培养学生理论联系实际、一丝不苟的工作作风；严肃认真、实事求是的科学态度；主动研究、积极探索的开拓精神；遵守纪律、爱护公物的思想品德。

## § 2 怎样学好物理实验课

实验课和理论课不同，学生的机动性和灵活性大，实验课遇到的问题不象听课、看书

或做习题那样单纯和明确，不少学生又不习惯独立自主的学习方式，所以要学好物理实验课必须做到：

1. 思想重视：要充分理解和认识实验的地位和作用，克服重理论轻实验的思想倾向。
2. 目的明确：本课程有总的教学目的，各实验又有具体目的；在学习过程中一定要明确目的并紧紧掌握它，用它指导和检验自己的学习。
3. 手脑并用：动手是实验课的特点之一，但绝不能为动手而动手，盲目动手和试试看的态度都是要不得的。在实验的各个环节中都要积极思考和研究实验内容及遇到的问题，随时总结经验教训，以提高自己的实验素质。
4. 严肃认真：学生上实验课时不够严肃是学不好实验的主要原因之一，所以必须严格遵守实验室规则，按照实验课的基本程序和要求，认真对待每一个环节。
5. 互相协作：当不是一人一套仪器做实验时，要互相配合，轮流操作，共同完成实验，使每人都能得到锻炼和提高。

### §3 物理实验课的基本程序

物理实验课的内容几乎涉及物理学的各个领域，原理不同，方法各异；就是同一实验也有不同的做法，但作为实验课来说，其基本程序是相同的，有以下三个阶段：

1. 课前预习：这是做好实验的关键。一次实验课时间有限，从熟悉仪器到测出数据，任务是较重的。若课前不明确要做实验的目的要求和原理方法，不知道要测哪些量、用什么仪器和怎样测量，更不了解哪些地方是重点应特别小心和注意，到上课时就不可能做好实验。为此，课前必须认真预习，仔细阅读将要做的实验的全部内容，必要时还需参考其它资料，以求基本掌握实验的整个概况。力争在自己思想上形成一个初步的实验方案，并写出预习报告（可作为实验报告的前几部分。关于实验报告的格式和内容可参阅实验二的附录：实验报告举例），列出记录表格。

2. 课堂实验：这是实验课的中心环节。上课后，首先要认识和清点所用仪器，搞清其使用方法和注意事项，绝不能急于测量而忽视仪器的调整。实验过程中要有目的、有计划地进行操作，仔细观察发生的现象，正确读取和记录数据。所有数据不许用铅笔书写或任意涂改。若发生问题或故障，要立即报告教师，并查明原因加以解决。测量结束时应检查全部实验过程和所记数据，确信无误并经教师同意后，再整理仪器离开实验室。

3. 写实验报告：这是一个实验的系统总结。一般由学生在课下完成。格式和内容可参考《实验报告举例》，要求层次分明，文词简洁通顺；字迹清楚，图表规矩，结果或结论明确，讨论认真。在写报告处理数据时，要树立“原始数据神圣不可侵犯”的观念，绝不能因误差大而采取“修正”数据的自欺欺人的作法；即使发现可疑或错误数据，也不能修改或毁掉，可在其上划一整齐的细线，并说明不要的原因。

# 误差与数据处理基础知识

## §1 测量与误差

### 1. 物理实验与测量

做物理实验离不开对一些物理量进行测量。所谓测量，就是将被测量与规定为单位的同类量作比较，求出它是该单位的多少倍。凡是用仪器仪表直接得出结果的测量，如用米尺测量长度，用秒表测量时间，用电表测量电压或电流等，都是**直接测量**。很多物理量是不能直接由仪表测出的，需要测量出一些与待测量有关的量，再由它们之间的函数关系求出待测量。如用单摆测量重力加速度，用伏安法测电阻等。这些测量方法称为**间接测量**。在一切条件都相同的情况下做多次测量，没有理由说各次测量的精度不同，就称为**等精度测量**；相反，条件不同的测量就称为**非等精度测量**。非等精度测量不能用一般求平均值的办法，需要**加权平均**，让误差小的测量在结果中占比例大些。普通物理实验中的测量，基本上都可以认为是等精度测量。

测量结果的好坏与所用的仪器密切相关，所以测量时要合理选择仪器。其原则是，(1)根据对测量的精度要求选择仪器的精度；(2)根据被测量的大小选择仪器的量程；(3)在间接测量中，各种仪器的精度要互相配合，使各直接测得量的精度能互相匹配。

在使用仪器进行测量前，要了解其结构原理、使用方法和注意事项，严格按照仪器的使用条件进行安装调整和使用。读数前要弄清刻度的读法和单位，然后视线正对刻度线读数，并注意应得的有效数字位数。在重复测量时要防止先入为主的主观意识。

### 2. 测量误差

测量的目的是要找出客观存在的被测量的真值，但由于测量所依据的原理和方法上的近似性，又受所用仪器的精度、环境的影响以及人的视听能力和操作水平的限制，测量结果与真值之间总有一定的差异，这就是测量误差。

(1) 绝对误差与相对误差：如一物理量的真值为 $x_0$ ，测得值为 $x$ ，则测量误差为

$$\Delta x = x - x_0.$$

它是与测得值有相同单位的量，称为绝对误差。其大小反映了测量结果接近真值的程度。对同一量来说，绝对误差越小测量的精度越高；但对不同的量，特别是不同类的量，就不

能由绝对误差的大小判断测量精度的高低。所以常用绝对误差与测量值的比来评价测量结果的精度，这个比就称为相对误差。它没有单位，一般用 $E$ 表示，且通常化为百分数，即

$$E = \frac{\Delta x}{x} \times 100\%$$

这样又称为百分误差。

(2) 近真值与残差：上面定义的误差是以真值为准的，但一个量的真值是在实验中不能测出的量，所以实际工作中都以近真值为准。所谓近真值就是在一定条件下，能得到的最接近真值的值，也称“最近真值”或“最佳值”等。误差理论证明，多次测量的平均值就是近真值。测量值与近真值的差，称为残差或偏差；它与误差的意义不同，但在要求不严格的情况下，也把残差叫做误差。

### 3. 误差的性质和产生原因

减少误差是每个实验者的愿望。要实现这个愿望就必须研究误差的性质和产生原因，采取适当的措施。根据误差的性质和产生原因可以分为两大类：

(1) 系统误差：是具有恒定偏向（如测得值总是偏大）或按一定规律变化（如逐渐增大或周期性变化）的误差，它的来源有：

- a. 理论和方法：如用单摆测量重力加速度时忽略了摆角及摆线质量的影响；用伏安法测电阻时没有考虑电表的内阻等。
- b. 仪器和设备：如米尺的实际长度小于一米；电表的零点不准；天平不等臂或没调水平；分光计的转轴和刻度盘不同轴等。
- c. 个人的习惯倾向：如某人测时间按秒表总是超前或滞后。
- d. 环境条件的规律变化：如环境温度随时间而升高。

处理系统误差没有普遍适用的规则，要靠实验者的经验（自己的或别人的）、技能和技巧。要发现系统误差，需要从其产生的原因考虑，采用理论分析的方法，对比的方法，分析数据的方法等，进行具体分析和考查。要消除或减少系统误差，除对理论或结果进行修正外，可采用一定的测量方法，如替代法、交换法（如复称法）、对称读数法等；或采用一定的数据处理方法，如作图法、差值法等。这些都是在设计安排实验和做实验的过程中必须注意考虑的问题。

(2) 随机误差又称偶然误差，产生于测量时的一些随机的不可捉摸的因素。如测量时由于人的走动引起的气流扰动或温度起伏，测量者感官灵敏度的限制和情绪的影响。随机误差在每次测量中是必然出现的，只是它是正、是负、是大、是小完全是偶然的。但是在一定条件下对一个量进行相当多次的测量，就会发现它服从下面的统计规律：

- a. 绝对值相等而符号相反的误差出现的几率相等。
- b. 绝对值小的误差比绝对值大的出现的几率大。
- c. 超过一定限度的误差出现的几率为零。

可以看出随着测量次数的增多，误差的代数和将逐渐减小，当测量次数无限增加时，其代数和趋近于零，测量的平均值就是真值；而有限次测量的平均值就是近真值；所以实验中常采用多次测量以减少偶然误差。

#### 4. 误差的估算

实验后为了正确评价和表示实验结果，必须对误差进行估算。同时在实验前根据所用仪器和方法对结果误差进行估算，就可以预计实验结果的精度，还可以指导我们在实验中抓住主要矛盾，对影响结果精度较大的量多下功夫，而减少不必要的操作；相反也可以根据对实验精度的要求，通过误差估算选择正确而恰当的实验方法和仪器。由于系统误差可以在实验过程中消除或减小，所以估算的主要是偶然误差。

(1) 单次直接测量误差的估算：为了减小误差，一般的测量都要进行多次。但有些量由于精度要求不高，或在间接测量中对结果误差影响很小，而不必要进行多次测量；还有变化过程中的量又只能测量一次；对于这类单次测量，既不知道真值又无近真值，只能以所用仪器的允许误差作为它的误差。各种仪器的允许误差是国家计量局统一规定的，它包括了仪器的系统误差和测量的偶然误差，并考虑到测量时最坏的可能性，所以称为最大误差。对于不知允许误差的仪器，可用其最小分度的一半作为测量的最大误差。但对数字仪表及游标尺等就以其精度作为测量误差；而在误差主要取决于测量方法时，也不能用仪器误差，如手按秒表测量时间的误差总是取0.2秒，不管秒表的最小分度是0.1秒或0.01秒。

(2) 多次测量结果误差的估算：常用的估算方法有：

a. 算术平均误差：是各次测量误差绝对值的平均值，一般用 $\eta$ 表示，如 $n$ 次测量误差分别为： $\Delta x_1$ 、 $\Delta x_2$ 、 $\Delta x_3$ 、…… $\Delta x_n$ ，则

$$\eta = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + \dots + |\Delta x_n|}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta x_i|}{n} \quad (0.1)$$

如果 $\Delta x_1$ 、 $\Delta x_2$ 、 $\Delta x_3$ …… $\Delta x_n$ 是由近真值求出的残差，则算术平均误差为

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta x_i|}{n-1} \quad (0.2)$$

b. 均方根误差(又称标准误差)：是各次测量误差平方的平均值再开方，通常用 $\sigma$ 表示

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \dots + \Delta x_n^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n}} \quad (0.3)$$

同样用残差求均方根误差公式为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n-1}} \quad (0.4)$$

由于均方根误差在反映特殊误差方面比算术平均误差更敏感，能更好的表示一组测量的情况，所以现在世界科技界都用均方根误差，这是它又称标准误差的原因。

不同的估算方法，得到的误差值不同，应如何理解呢？因真值是未知数，误差也无法具体求出，各种估算只是给出误差在一定范围内出现的几率。算术平均误差表示误差在 $\pm\eta$ 间的几率为57.5%；标准误差表示在 $\pm\sigma$ 间的几率为68.3%；而误差在 $\pm 3\sigma$ 间的几率则达到99.7%，即一千次测量中，误差值大于 $3\sigma$ 的一般不会超过三次。所以在测量次数不多的情况下，如果出现误差值大于 $3\sigma$ 的测量，可以认为是错误的，处理数据时应舍弃；这是判断可疑数据舍弃与否的一个准则，称莱依达准则；而 $3\sigma$ 就定为测量的极限误差。

C. 多次测量算术平均值的误差估算：多次测量的平均值就是近真值。实际工作中常以它为准则由公式(0.2)或(0.4)估算出多次测量的测量列误差。它给出这一组测量或其中任一次测量误差在一定范围内出现的几率，说明这一组测量值接近真值的程度。那么平均值接近真值的程度如何？它的误差是多少？显然平均值的误差与测量列的误差有关，但要小于测量列的误差；理论证明它是测量列误差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ ，用 $\eta_m$ 及 $\sigma_m$ 表示平均值的算术平均误差及标准误差，则

$$\eta_m = \frac{\eta}{\sqrt{n}} = \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta x_i|}{(n-1)\sqrt{n}} \quad (0.5)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n(n-1)}} \quad (0.6)$$

在普物实验中，一般把测量列的误差写到结果中，这样当然也反映了测量结果的精度，只是意义不够确切，对结果的评价有些保守。

d. 如果对一个量进行多次测量，数值完全相同，这不能说没有误差，只是仪器精度不够，反映不出较微小的偶然误差；这就不必进行多次测量，按单次测量对待。

(3) 间接测量结果的误差估算（误差的传递或合成）：直接测量值都是有误差的，由它们求出的间接测量结果当然也有误差，就是说直接测量误差必然要传递给间接测量值。显然，直接测量用什么误差估算，间接测量用什么误差估算。

a. 最大误差及算术平均误差的传递规律可归纳为：

(a) 当间接测量是直接测量的和或差时，间接测量的绝对误差的值等于各直接测量的绝对误差值的和。

(b) 当间接测量是直接测量的积或商时，间接测量的相对误差的值等于各直接测量

的相对误差值的和。

都取误差值的和，是取实验中可能出现的最坏情况，即各直接测量的误差不会互相抵消。由此可知，求和与差的误差时先求绝对误差，求积与商的误差时先求相对误差，是比较简便的。例如： $N$ 是间接测量值， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 都是直接测量值，它们的绝对误差值分别是： $\Delta N$ 、 $\Delta A$ 、 $\Delta B$ 、 $\Delta C$ 、 $\Delta D$ 。现

$$N = \frac{A \cdot B}{2C} - D^3, \text{ 求 } \Delta N$$

解：因 $N$ 是两项的差，故 $\Delta N$ 是两项绝对误差值的和；而第一项是 $A$ 、 $B$ 的积与 $2C$ （等于两个 $C$ 相加）的商，第二项是三个 $D$ 的积，可先求出各项的相对误差，再乘以各项本身就得到各项的绝对误差，所以

$$\begin{aligned} \Delta N &= \left| \Delta \left( \frac{A \cdot B}{2C} \right) \right| + \left| \Delta D^3 \right| \\ &= \left( \left| \frac{\Delta A}{A} \right| + \left| \frac{\Delta B}{B} \right| + \left| \frac{\Delta C}{C} \right| \right) \times \frac{A \cdot B}{2C} + 3 \left| \frac{\Delta D}{D} \right| \times D^3 \\ &= \left| \frac{B}{2C} \right| \Delta A + \left| \frac{A}{2C} \right| \Delta B + \left| \frac{AB}{2C^2} \right| \Delta C + 3D^2 \Delta D \end{aligned}$$

可以看出， $\Delta N$ 是分别与各直接测量误差有关的各项的和。各项称为部分误差，是各直接测量单独存在误差时引起的间接测量误差。部分误差中直接测量误差前的系数称为误差传递系数。这样前边的规律，在一般情况下就是：间接测量的绝对误差值等于与各直接测量有关的绝对部分误差值的和；其相对误差等于与各直接测量有关的相对部分误差（绝对部分误差除以间接测量值）值的和。

b. 用微分法求误差传递公式：误差是测量的微小偏差，它的传递特性与函数增量和自变量增量的关系相似，只是又考虑到最不利的情况。求绝对误差时对函数（间接测量与直接测量的关系式）微分；求相对误差时先取对数再微分，然后合并同类项，把微分符号“ $d$ ”换成误差符号“ $\Delta$ ”；各项的绝对值相加即得误差传递公式。

例：求  $\rho = \frac{m_1}{m_1 - m_2} \rho_0$  的误差传递公式（其中  $\rho_0$  为定值， $m_1 > m_2$ ）。

解：求绝对误差传递公式：

$$\begin{aligned} \text{微分 } d\rho &= \frac{\partial \rho}{\partial m_1} dm_1 + \frac{\partial \rho}{\partial m_2} dm_2 \\ &= \rho_0 \frac{(m_1 - m_2) - m_1}{(m_1 - m_2)^2} dm_1 + \rho_0 \frac{m_1}{(m_1 - m_2)^2} dm_2 \end{aligned}$$

$$\text{则： } \Delta \rho = \rho_0 \left| \frac{-m_2 \Delta m_1}{(m_1 - m_2)^2} \right| + \rho_0 \left| \frac{m_1 \Delta m_2}{(m_1 - m_2)^2} \right|$$



$$= \rho_0 \frac{m_2 \Delta m_1 + m_1 \Delta m_2}{(m_1 - m_2)^2}$$

求相对误差:

原式取对数再微分得

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{\rho} &= \frac{dm_1}{m_1} - \frac{d(m_1 - m_2)}{m_1 - m_2} \\ &= \frac{dm_1}{m_1} - \frac{dm_1}{m_1 - m_2} + \frac{dm_2}{m_1 - m_2} \\ &= \left( \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_1 - m_2} \right) dm_1 + \frac{1}{m_1 - m_2} dm_2 \end{aligned}$$

则相对误差为 (注意各项取绝对值)

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \left( \frac{1}{m_1 - m_2} - \frac{1}{m_1} \right) \Delta m_1 + \frac{1}{m_1 - m_2} \Delta m_2$$

利用微分法不仅可以求出一般函数的误差传递公式, 而且还可以求出三角函数、对数函数等复杂函数的误差传递公式。

c. 标准误差的传递公式: 由于标准误差是由各次测量误差平方求出的, 所以传递公式也是平方关系。其规律为:

间接测量的绝对标准误差的平方等于与各直接测量有关的部分绝对标准误差的平方和, 其相对标准误差的平方等于各直接测量的相对部分标准误差的平方和。即

$$\sigma_N^2 = \left( \frac{\partial N}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left( \frac{\partial N}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left( \frac{\partial N}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_{x_n}^2$$

$$\text{或 } \sigma_N = \sqrt{\left( \frac{\partial N}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left( \frac{\partial N}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left( \frac{\partial N}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_{x_n}^2}$$

$$\text{及 } \frac{\sigma_N^2}{N^2} = \left( \frac{2N}{2x_1} \right)^2 \frac{x_1^2}{N^2} + \left( \frac{2N}{2x_2} \right)^2 \frac{x_2^2}{N^2} + \dots + \left( \frac{2N}{2x_n} \right)^2 \frac{\sigma_{x_n}^2}{N^2}$$

$$\text{或 } \frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left( \frac{\partial N}{\partial x_1} \right)^2 \frac{\sigma_{x_1}^2}{N^2} + \left( \frac{\partial N}{\partial x_2} \right)^2 \frac{\sigma_{x_2}^2}{N^2} + \dots + \left( \frac{\partial N}{\partial x_n} \right)^2 \frac{\sigma_{x_n}^2}{N^2}}$$

后式也可写为:

$$E_N = \sqrt{\left( \frac{\partial N}{\partial x_1} \frac{x_1}{N} \right)^2 E_{x_1}^2 + \left( \frac{\partial N}{\partial x_2} \frac{x_2}{N} \right)^2 E_{x_2}^2 + \dots + \left( \frac{\partial N}{\partial x_n} \frac{x_n}{N} \right)^2 E_{x_n}^2}$$