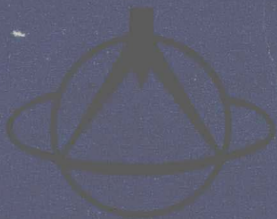
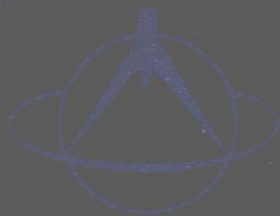


高中数学

标准化试题范例与题选



高中数学 高考标准化丛书
标准化试题范例与题选

虞玉琳 伍 平
齐上进 编著

鹭 江 出 版 社

1989年·厦门

高考标准化丛书
高中数学标准化试题范例与题选
虞玉琳 伍平 齐上进 编著

*

鹭江出版社出版
(厦门市莲花新村观远里19号)

福建省新华书店发行
福建新华印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 9.5印张 208千字

1989年3月第1版第1次印刷

1990年1月第2次印刷

印数: 5,986—13,035

ISBN 7—80533—142—1

G·34 定价: 2.80元

出版说明

当前数学各类考试中，渗透了不少标准化考试的题型，而且题量在逐年增多，标准化考试势在必行。但不少学生由于学习方法不当，又缺乏必要的、针对性强的训练，对数学标准化考试的形式产生不适应感。这本《高中数学标准化试题范例与题选》的出版，能为你排忧解难，会帮你适应数学标准化的考试。

全书分五大部分。第一部分扼要说明了标准化考试的必要性及对数学学习的要求；第二部分简单介绍了作为数学标准化考试基本题型结构、特点和作用；第三部分详尽分析了60道典型范例的解题思路与方法，解题要领与规律，解题中易错之处与注意事项；第四部分精心编选了难易适中、富有代表性的1367道题目，按数学知识体系及标准化题型分类编排，同时还特别增加了供总复习使用的“综合练习”一章；第五部分是标准化试题选编题目的参考答案，供学生自我练习时查对。

本书范例分析和试题选编中所采用的题目，覆盖面广，针对性强，反映了数学教学大纲及当前考试的要求。通过这些习题的剖析与训练，不仅有利于读者开阔思路，增强能力，而且也是对高中数学进行一次全面系统的复习。

本书既适合高中各年级学生阅读，也适合社会青年及在职职工自学，对广大高中数学教师也不失为一本较好的教学参考书。

(89L).....	书林数时补函多	十
(77J).....	野六幾直	一十
(09L).....	幾曲幾圓	二十
(80S).....	幾幾時几野六幾卷	三十
(43S).....	几幾合幾	四十
(57S).....	幾幾幾幾	幾時正幾

目 录

第一部分 绪言.....	(1)
一、推行标准化考试的必要性.....	(1)
二、标准化考试对数学学习的要求.....	(3)
第二部分 数学标准化考试基本题型.....	(13)
一、是非题.....	(13)
二、选择题.....	(14)
三、填空题.....	(19)
第三部分 数学标准化试题范例分析.....	(22)
一、是非题范例分析.....	(22)
二、选择题范例分析.....	(29)
三、填空题范例分析.....	(54)
第四部分 数学标准化试题选.....	(71)
一、集合与函数.....	(71)
二、数列与极限.....	(85)
三、不等式.....	(96)
四、复数.....	(108)
五、排列、组合和二项式定理.....	(119)
六、三角函数的概念、性质及其图象.....	(129)
七、两角和与差的三角函数.....	(140)
八、反三角函数和简单三角方程.....	(149)
九、直线和平面.....	(159)

十、多面体和旋转体	(168)
十一、直线方程	(177)
十二、圆锥曲线	(190)
十三、参数方程与极坐标	(208)
十四、综合练习	(224)
第五部分 参考答案	(277)
(1)	一
(1)	一
(2)	二
(3)	二
(4)	一
(5)	二
(6)	三
(7)	三
(8)	一
(9)	二
(10)	三
(11)	一
(12)	二
(13)	三
(14)	四
(15)	一
(16)	二
(17)	三
(18)	一
(19)	二
(20)	三
(21)	四
(22)	五
(23)	六
(24)	六
(25)	六

第一部分 绪 言

我国实行考试制度由来已久。据史书记载，早在隋炀帝时就已采用考试形式，到了唐朝，科举制已基本固定。近代和现代，考试业已成为教育的一个重要组成部分。

近几十年来，国际上流行着一种称为标准化的考试。目前我国已先后在几个省、市开展标准化考试的试点工作。可以预计，今后我国各级各类的考试都将实行标准化考试。

一、推行标准化考试的必要性

标准化考试是按照系统的科学程序组织的，具有统一的标准，并对评分误差作了严格控制的考试。它是一项包括从命题标准化、施测标准化、评分计分标准化到分数合成与解释标准化的系统工程。

标准化考试的试题简称为标准化试题。标准化试题主要以选择题形式出现，此外还有填空题、是非题等题型。这些题型的共同特点是试题答案唯一确定、简单明了，评分不受评分者心理因素和文化水平的影响，具有较高的客观性。因此，这类试题又被称为客观题。

为什么要推行标准化考试呢？这是因为我国过去长期实行的传统考试存在着种种弊端，主要的有：

1. 命题的主观性大

传统考试的命题大都由命题人员凭借个人的教学、命题的经验编拟的。他们在命题过程中，虽然也考虑到教学大纲的要求和考试的目的，但对每一道题的确定，乃至整份试卷的形成，大都受到命题人员的心理因素的影响及命题经验的局限。而编制的试题，由于没有经过预测这一程序，往往带有一定的主观盲目性，非难即易，很难全面、准确地反映教学大纲的要求，达不到考试的应有目的。

2. 考试的可靠性差

传统考试的试题题型大、答案文字多、题量少、知识覆盖面窄，容易造成猜题押题的现象。因此，用它进行考试是难以客观地测出考生对基础知识和基本技能的掌握情况，考试的可靠性和有效性都受到一定的影响。

3. 评分不客观、不科学

传统考试的试题题型大多采用问答题、计算题、推理题、综合题等。由于这些试题的解答过程、解题方法及表述形式往往不是唯一确定的，而且答案的文字又多又繁，因此，评分的标准难以统一和掌握。再则，传统考试的评卷过程在很大程度上，还受到评卷人员的知识水平、评卷经验、兴趣爱好、工作态度，甚至心理及情绪等主观因素的影响。鉴于上述种种原因，以致评分的误差大，考试的信度低。

此外，传统考试的各科原始分数是不可比的，也是不可加的。而现在教育部门仍习惯用这种分数的总和作为评估各科成绩的优劣和招生录取的依据，显然是不科学的。

传统考试由于存在着上述种种弊端，再加上这类试题的评分与计分工作量大，要花费大量人力、物力和财力，已到了非改不可的地步，实行标准化考试势在必行。

二、标准化考试对数学学习的要求

标准化考试对学生的数学学习提出了更高的要求。

1. 要重视基本概念的学习

数学概念是数学的基石，它是解题的重要依据。一道是非题、填空题或选择题的正确解答，往往是熟练运用有关概念的结果，反之，解答的失误，往往也出在概念上。

〔例1—1〕两条异面直线就是指（ ）。(本部分提供的备选答案中，有且只有一个是正确的)

- (A) 在空间内不相交的直线；
- (B) 分别位于两个不同平面内的两条直线；
- (C) 一平面内的一条直线和这平面外的一条直线；
- (D) 不在同一平面内的两条直线。

分析：本题主要考查异面直线的概念，几个备选答案迷惑性较强，孰是孰非，颇难判断。但只要正确掌握异面直线的概念，就不难作出正确的判断。

解一：因备选答案(D)满足异面直线的定义，故选(D)。

解二：因满足(A)的两条直线可能平行，满足(B)或(C)的两条直线可能相交或平行，所以满足条件(A)、(B)、(C)的两条直线都不一定是异面直线，应淘汰，故选(D)。

解一是直接利用异面直线的概念作出判断，解二是根据空间两直线的位置关系，对各备选答案进行筛选，然后作出判断。无论哪种解法，靠的都是对数学概念的正确掌握。

〔例1—2〕曲线 $C_1: \rho = \cos\theta$ ， $C_2: \rho = \cos\theta + 1$ ，那么下列

结论正确的是 ()。

- (A) C_2 由 C_1 平移而得到;
- (B) C_2 由 C_1 旋转而得到;
- (C) C_2 由 C_1 平移、旋转而得到;
- (D) C_2 不能由 C_1 平移、旋转而得到。

误解: 选 (A)。

分析: 由于曲线 C_1 和 C_2 的方程形式上类似, 误解由此即联想到直角坐标系的平移公式, 于是作出错误的判断。主要原因在于不理解曲线 C_1 与 C_2 的含义, C_1 表示圆, C_2 表示心脏线, 这是截然不同的两条曲线, 无论是平移还是旋转均不能改变曲线的形状, 因此应选 (D)。

从以上两例, 我们领悟到学习数学概念的重要性, 客观题的特点之一是概念性强, 为适应标准化考试, 必须重视数学概念的学习。

2. 要善于学习数学概念

学习数学概念仅仅重视还不够, 还必须善于学习。所谓善于学习, 就是要做到以下几点:

(1) 要弄清、搞清数学定理、法则、公式使用的前提。数学的定理、法则、公式的成立, 都有其前提条件。当前提条件不被满足时, 定理、法则、公式就成了谬误。不少同学解客观题, 往往因不注意这些前提条件而失误。

[例1-3] 对于 $X \in R$, 下列各式中正确的是 ()。

- (A) $\lg x^2 = 2 \lg x$;
- (B) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x$;
- (C) $a^{\log_a x} = x \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$;
- (D) $\sec x = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}$ 。

误解: 选 (A)、或 (C)、或 (D)。

分析：(A)成立的前提条件是 $x > 0$ ；而当 $a > 0, a \neq 1, x > 0$ 时，(C)才成立；(D)只有当角 x 在第一、四象限或终边在 x 轴正方向时，才成立。选(A)、(C)、(D)之一者均为忽略前提条件而致错。

【例1—4】二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ ，对于 $x \in R$ 都成立的条件是()。

(A) $a < 0$ ，且 $b^2 - 4ac < 0$ ；

(B) $a > 0$ ，且 $b^2 - 4ac > 0$ ；

(C) $a > 0, b > 0, c > 0$ ；

(D) $a > 0$ ，且 $\frac{4ac - b^2}{4a} > 0$ 。

误解：选(A)。

分析：以为 $\Delta < 0$ 是二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 恒成立的充分条件，而忘了重要前提条件 $a > 0$ ，故选(A)是错误的。同样(B)、(C)也不满足条件。只有(D)满足条件，故应选(D)。

如果学习定理、法则仅仅记住它的结论，学习公式仅仅记住它的结果，往往会带来后患。学习定理，运用法则和公式应时刻提醒自己，它们成立的前提条件是什么，这些条件记得越牢，理解得越深刻，运用时就越自如，错误就越少犯。

(2) 要准确理解数学语言。数学概念都是用数学语言表达，数学的抽象性与严谨性往往也体现在数学语言上，没有过好数学语言关，往往成了解题失误的原因。

【例1—5】三个数 a, b, c 不全为零的充要条件是()。

(A) a, b, c 都不为零；

(B) a, b, c 中至多有一个为零；

(C) a, b, c 中只有一个为零；

(D) a 、 b 、 c 中至少有一个不为零。

误解：选(A)、或(B)、或(C)。
分析：本题中的“不全”、“都不”、“至多”、“只有”、“至少”这些语言，往往是学生难以理解的，一不小心就掉进“陷阱”。(A)或(C)两个备选答案仅仅是“三个数 a 、 b 、 c 不全为零”的一种情况，备选答案(B)也仅包括题设的两种情况，它们都是题设的充分而非必要条件，而唯有(D)是充要条件。上述解题出错的原因在于不能深刻理解数学语言。

准确地理解数学语言是有效地理解数学概念的关键。学习数学概念，应对概念的定義的基本结构进行分析，弄清楚定义中的数学名词及连词的确切含义，明确概念的內涵和外延，注意关键性的字和词，熟悉表示概念的符号、规定条件及应用范围，做到在理解的基础上记住定义中的词语，能灵活运用概念解答问题。

(3) 要搞清概念之间的区别。数学中有些概念是相近、相似的，稍不注意往往容易混淆。为学好数学概念还必须注意概念之间的区别。

【例1—6】正比例函数 $y=kx$ 的图象过一、三象限，则 k 为
(A) 非负实数；
(B) 正实数；
(C) 非零实数；
(D) 任意实数。

分析：本题主要考查几个有关实数概念的区别。非负实数包括零和正实数，非零实数包括正数和负数，任意实数包括正数、零和负数，由正比例函数定义可知，(A)、(C)、(D)均是错误的，故只有选(B)。

为搞清概念之间的区别，要学会用比较的方法辨别概念

的异同。

3. 要全面系统地掌握数学“双基”

〔例1—7〕已知函数 $y = \cos(\sin x)$ ，下列结论正确的是()。

(A) 它的定义域是 $[-1, 1]$ ；(B) 它是奇函数；

(C) 它的值域是 $[\cos 1, 1]$ ；(D) 它不是周期函数。

分析： \because 函数 $y = \cos(\sin x)$ 的定义域为 $x \in R$ ，故(A)是错误的；又 $f(-x) = \cos[\sin(-x)] = \cos[-\sin x] = \cos(\sin x) = f(x)$ ， \therefore 所给函数为偶函数，故(B)也是错误的； $\because 0 \leq |\sin x| \leq 1$ ，且 $y = \cos(\sin x)$ 为偶函数， $\therefore \cos 1 \leq y \leq 1$ 。即(C)是正确的，故选(C)。

本题考查的内容，涉及到复合函数 $y = \cos(\sin x)$ 的定义域、值域、奇偶性、周期性等基础知识，覆盖面广。显然，牢固地掌握这些知识及有关的运算是解题的关键。

全面系统地掌握“双基”是标准化考试对数学学习的要求，“双基”掌握得越全面、越系统、越牢固，解题的速度就越快，效益就越高。

4. 要培养各种能力

解数学题固然需要基础知识，但更需要各种能力。当然，没有知识便没有能力，但光有知识，而缺乏能力或能力低下的人，一定会出现“知识记不住，计算常出错，定理、公式、法则用不上，思维迟钝，思路闭塞，方法少而笨”等综合病症，那样所学知识便成了一堆僵死的东西。

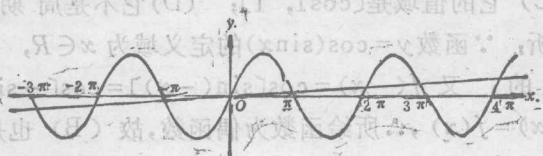
因此，学习数学，必须重视各种能力（诸如记忆能力、观察能力、计算能力、空间想象能力、思维能力、自学能力等）的培养，只有这样才能使知识记得牢、用得活，才能自如地对付能力要求较高的客观题。

【例1—8】方程 $\frac{x}{100} = \sin x$ 的实数解的个数有()。

(A)61个; (B)62个; (C)63个; (D)64个。

误解: 不选或乱猜。

分析: 本题可借助下面图象及分析法求解。



设 $y = \frac{x}{100}$, $y = \sin x$, 则它们图象交点的个数, 即为方程

实数解的个数。由于 $|\sin x| \leq 1$, 故当 $-100 \leq x \leq 100$ 时, 两图象才有交点, 且 $y = \sin x$ 在此范围内可分为32个周期, 即

$[2k\pi, 2(k+1)\pi]$ ($k=0, \pm 1, \dots, \pm 15, -16$)。

每个周期内的图象与直线都有两个交点, 但其中有两个交点都包含原点。因此实际交点为63个, 即有63个实数解, 故选 (B)。

这道对能力要求较高的题目, 可能有不少同学感到难以下手。这是因为他们平时学习忽视了能力的培养, 比如解题时有的不善于通过观察题目的结构特点去捕捉解题信息; 有的不善于联系曾经解过的类似题目所采用的方法; 有的对复杂的数学问题缺乏分析与解决的能力……总而言之“能力差”。这是解客观题的最大障碍, 应该引起注意。

由于思维能力是智力的核心, 因此能力的培养首先要加强思维能力的培养。

(1) 要学会全面考虑问题, 这是思维完整性的表现。

学习数学切忌片面性。解题时，应时常提醒自己，答案是否完整，还有哪些遗漏，该剔除的剔除了没有，该讨论的是否已分类进行了讨论……。这些问题若不加考虑，或考虑不周，将导致解题的失误。

〔例1—9〕过 $A(-1, 2)$ 作直线 l ，使它在 x 轴、 y 轴上的截距绝对值相等，则满足这个条件的直线()。

- (A) 有一条； (B) 有二条；
(C) 有三条； (D) 不存在。

误解：设所求直线方程为 $\frac{x}{a} + \frac{y}{|a|} = 1$ ，其中 $a, |a|$ 分别为直线在 x 轴和 y 轴上的截距。将 $A(-1, 2)$ 代入所设方程，求得 $a=1$ 或 -3 ，于是得两个直线方程，故选(B)。

分析：误解没考虑到所设直线方程的前提条件为 $a \neq 0$ 。以为一直线的截距一定是非零实数，于是把截距为零，即直线 l 过原点的情况遗漏了。这固然是对截距概念理解不清的表现，但主要是由于对问题考虑不周所致，根子在思维缺乏完整性。

〔例1—10〕已知一圆锥的母线长为 l ，圆锥顶角(轴截面的两条母线所成的角)为 α ，那么过圆锥顶点的截面面积的最大值为()。

- (A) $l^2 \sin \alpha$ ； (B) $\frac{1}{2} l^2 \sin \alpha$ ； (C) $\frac{1}{2} l^2$ ；

(D) 以上答案都不对，因为与 α 大小有关。

误解：选(B)、或(C)。
分析：考虑问题不全面，误认为圆锥轴截面的面积最大。设所求截面两母线的夹角为 θ ，截面面积为 S ，易得

$S = \frac{1}{2}l^2 \sin \theta$ 。由于 $0 \leq \theta \leq \alpha$ ，故 S 的最大值要依 α 的大小加以讨论。

(1) 当 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 时， $S_{\text{最大}} = \frac{1}{2}l^2 \sin \alpha$;

(2) 当 $\frac{\pi}{2} \leq \alpha < \pi$ 时， $S_{\text{最大}} = \frac{1}{2}l^2$ 。

于是(B)、(C)均不正确，由此可推出(A)也是不正确的，应选(D)。

由以上两例可见全面考虑问题的重要性。为适应标准化考试，一定要养成全面考虑问题的习惯。

(2) 要善于挖掘题目中的隐含条件，这是思维深刻性的表现。一道数学题的条件，有的是明显的，在已知中即可直接找到；有的是隐含的，这就需要我们挖掘题目中字里行间背后的含义。隐含条件往往难于发现，但它却是解题的关键。

[例1—11] 若相异非零实数 $x(y-z)$ 、 $y(z-x)$ 、 $z(x-y)$ 构成公比为 r 的等比数列，那么 r 应满足 ()。

(A) $r^2 + r + 1 = 0$;

(B) $r^2 - r + 1 = 0$;

(C) $(r+1)^2 + 1 = 0$;

(D) 以上结论都不对。

误解： $\because r = \frac{y(z-x)}{x(y-z)} = \frac{z(x-y)}{y(z-x)}$ ，

$\therefore r^2 + r = \frac{z(x-y)}{x(y-z)} + \frac{y(z-x)}{x(y-z)} = \dots = -1$ 。

即 $r^2 + r + 1 = 0$ ，故选(A)。

分析：误解仅由所给条件求出 r ，没有考虑题中“ r 为实数”这个隐含条件。用这个条件检验(A)、(B)、(C)， r 均无实根，故都不成立，所以选(D)。

〔例1—12〕函数 $y = |x+2| + |1-x| + |x|$ 为增函数，那么 x 所属的集合 M 是（ ）。

- (A) $(-\infty, -2)$ ； (B) $[-2, 0]$ ；
(C) $[0, 1]$ ； (D) $[0, +\infty)$ 。

误解：选(C)。

分析：由于没注意到“必须”二字而致错。当 $x \in [0, 1]$ 时， y 固然是增函数，但当 $x \notin [0, 1]$ ，而 $x \in [1, +\infty)$ 时， y 仍为增函数，因而(C)不满足“必须”的特定要求，应选(D)。

(3) 要加强解题速度的训练。提高解题速度是思维敏捷性的表现，也是适应标准化考试的要求。标准化考试的题量多，如美国的标准化考试全部采用选择题，每份试卷的题目不少于100道，每道题解题时间平均2分钟，这要求考生要有很快的解题速度。我国标准化考试虽然还处在试验阶段，但客观题分量逐年在增加，显然平时若不加强解题速度的训练，是无法适应标准化考试的。

5. 要掌握解客观题的方法

要适应标准化考试，就是要学会解答客观题。从总体上看，解客观题和解其它题型的数学题，所采用的方法和技巧是一致的，但客观题尤其选择题，毕竟有其特性，这就决定了它的解法除了常规、通用的方法之外，还有其独特的方法。一些同学解客观题出现的速度慢、失误多、甚至无从下手的弊病，与他们不了解、不熟悉这些方法有关。

〔例1—13〕设棱台的两底面积分别是 S_1 和 S_2 ，则它的中截面面积是（ ）。

- (A) S_1 与 S_2 的算术平均值；
(B) S_1 、 S_2 的等差中项和等比中项的算术平均值；