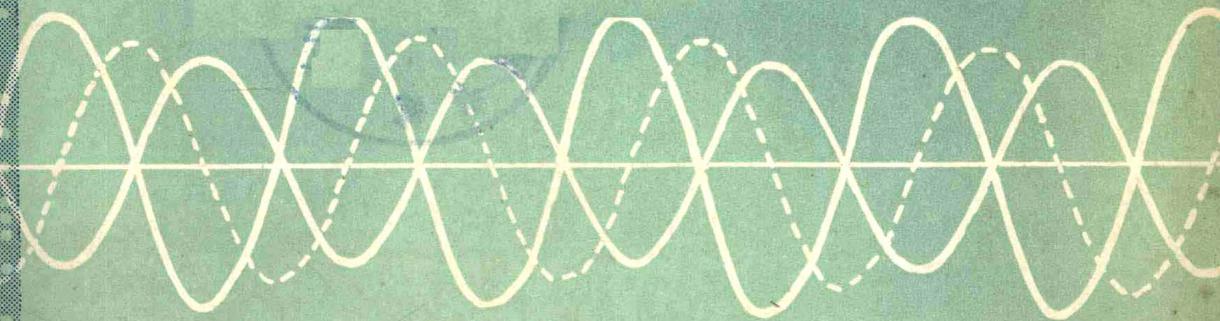


农业机械结构强度

学术会议论文选集



中国农业机械学会

一九八〇年三月

前　　言

农业机械结构强度是农机基础理论的重要组成部分，研究农机结构强度是提高产品质量，解决产品质次、价高、可靠性差、寿命短的关键措施之一。

最近几年，我国农机设计和强度研究人员，以及力学和其他行业的专家对农机结构强度的研究，特别是数值计算、实验应力分析、疲劳与振动等方面做了不少工作，取得了一些成绩，对发展农机产品起了一定作用。

为了检阅成果、交流经验，商讨今后发展的措施，促进农机结构强度科研工作，中国农业机械学会于一九七九年九月在福州市召开了全国农业机械结构强度及测试技术学术会议。根据会议代表的意见，从会议交流的论文资料中，挑选了部分具有一定水平的论文和学术性报告，编辑出版这本《农业机械结构强度学术会议》论文选集，供从事农业机械研究设计和强度工作的科技人员以及有关专业的师生参考。在编辑过程中得到了许多单位和同志的热情支持，在此表示感谢。由于水平和时间有限，缺点和错误在所难免，请读者批评指正。

全国农业机械结构强度及测试技术学术会议秘书处

一九八〇年三月

目 录

农业机械结构强度及测试技术学术会议在福州召开 (1)

结构强度计算

- 薄壁杆系连接部分的有限单元分析 顾伯达 (4)
《SFE 折板结构分析》程序设计中的若干问题 李明瑞 (14)
三维有限元素法的若干问题 李定坤等 (23)
农机接头有限元法的理论和应用 邓达华 杜广铮等 (29)
薄壁杆系动力分析的有限单元法 郑兆昌 吴健基 (43)
东方红-75拖拉机车架在垂直非对称载荷作用下的内力分布和翘
曲变形 伍义生等 (69)
农机杆系结构优化设计方法探讨 杜广铮等 (81)

疲劳与振动

- 疲劳强度设计 徐 澜 (96)
关于随机疲劳在农机强度中应用的两点意见 余新福 (105)
关于随机振动的复现、等价模拟和强化问题 庄表中 (109)
室外载荷的模拟与有限寿命设计 焦宝仁等 (125)
拖拉机—拖车系统的随机振动响应分析和实验研究 申仲翰 郭泰等 (143)
雨流法的第二阶段计数 杨永吉 (154)
东风-50 拖拉机前桥载荷的统计分析 载荷谱组 (164)
45# 钢缺口试件等寿命曲线的测定与研究 黄学增 阎楚良 (176)
“南方-12”型机耕船驱动轴扭矩工作载荷谱 沈先钊 周驷骥 (192)
关于响应的凝聚函数分析法 曲修铭 (210)
随机载荷的数据处理 焦宝仁 阎楚良 (228)

实验应力分析

- 柴油机曲轴结构强度研究初步 王宝琛 (243)
实验应力分析方法的评述 魏松龄 (255)
内燃机连杆的结构强度研究 范荫 杨杰 (260)
薄壁杆件接头的三向光弹性实验 黄燕等 (267)
东方红-60 推土机车架强度分析 曾春华等 (285)
“工农-12”型手扶拖拉机电测驱动试验报告 浙江永康拖拉机厂 (292)
大型联合收割机结构强度分析 邓达华等 (304)
犁体空间测力传感器理论 桑正中 (314)
犁体六分力测量方法 沈超和 (329)

CONTENTS

The Academic Symposium on Structural Strength of Agricultural Machinery and Technique for Test and Measurement Was Held in Fuchow.....	(1)
The Finite Element Analysis of the Connective Part of the Thin-Wall Beam System	Gu Bai-da (4)
Some Problems on the Programming of (SFE-the Stress Analysis of the Folded Plate Structures)	Li Ming-rei (14)
Problems of Three Dimensional Finite Element Method.....	Li Ding-kuen (23)
Theory and Application of Finite Element Method for Farm Machinery Joints	Deng Da-hua (29)
Finite Element Method of Dynamic Analysis in Thin-Walled Rod System.....	Zheng Zhao-chang (43)
Inner Force Distribution and Warping Deformation of Dong Fang Hong-75 Tractor Frame	Wu Yi-sheng (69)
A Study of Optimal Design Method for Farm Machinery Rod System Structure	Du Guang-zheng (81)
Design of Fatigue Strength.....	Xu Hao (96)
Opinion on "Stochastic Fatigue" in Application two Structural Design for Farm Machinery.....	Yu Xin-fu(105)
Problems on Reproduction of Stochastic Vibration Equivalent Simulation and Intensification	Zhuan Biao-zhong(109)
Simulation of Outdoor Load and Design of Finite Life	Jiao Bao-ren(125)
The Analysis and Experimental Study on the Responce of Random Vibrations of Tractor-Trailer System	Sun Chung-han(143)
The Second Stage Counting of Rain-Flow Method.....	Yan Yung-ji(154)
Statistical Analysis of Front Axle Load for the Tung fang-50 Tractor	Load Spectrum Group (164)
Study of Constant Life Curves of 45 Steel Notched Specimen	Huang Xue-zheng (176)
Service Torsional Load of Driven shaft for Model South-12 Paddy Boat.....	Shen Xian-jian(192)
On Analytical Methods of Response Coherent Functions	Qu Xiaoming(210)

Data Processing of Random Load.....	Jiao Bao-ren(228)
Preliminary Research of Structural Strength in Diesel Engine Crank Shaft.....	Wang Bao-chen(243)
Comments on Analysis Method of Experimental Stress	Wei Song-ling(255)
Some Investigations on the Constructional Strength in the Connecting Rod of Internal Combustion Engines	Fan Yn(260)
Three-Directional Photoelasticity Test of Thin-Walled Rod Piece Joints	Huang Yan(267)
Analysis of Strength on Dong Fang Hong-60 Bulldozer Frame.....	Zheng Chon-hua(285)
Electrical Measuring Driven Experimental Report for Model Gong Nong-12 Walking Tractor.....	(Yuong Kang Tractor Plant of Chekiang)(292)
Structural Strength Analysis of Big-Sized Combine Harvester.....	Deng Da-hua(304)
Theoretical Analysis of Force Measure Transducer for Plow Bottom Space.....	Chen Cui-ying(314)
Six-Component Forces Measuring Method of Plow Bottom	Shen Chao-he(329)

农业机械结构强度及测试技术 学术会议在福州召开

中国农业机械学会于一九七九年九月二十一日至二十七日在福州市召开了全国农机结构强度及测试技术学术会议。参加会议的有来自全国二十八个省、市、自治区七十七个农机科研机关、大专院校、农机制造厂和其他有关部门的教授、工程师、科技人员和领导干部共120余名。

这次会议遵循“百花齐放、百家争鸣”的方针，总结、交流了近年来在农机强度研究工作方面取得的成果与经验，讨论了今后的发展方向。为进一步繁荣强度科研工作，推动农机产品设计、提高产品质量、加速农业机械化的进程做出了贡献。

会议宣读并交流了有关学术论文、资料共50多篇。这些论文反映了我国农机结构强度近年来在数值计算、疲劳、断裂、振动及实验应力分析等领域中取得的研究成绩。目前我国农机产品在强度计算方面已由传统的力法进入到有限元素法，并且已开始了动力计算、优化设计的探索；在疲劳试验技术方面，已从田间试验发展到进行室内模拟强化试验，在有些产品的零部件应力分析中，已经采用了遥测、全息光弹等先进手段。这些成果，对提高产品质量和可靠性，加快研制周期，节约原材料、降低成本具有一定价值。其中，有的已经在生产中发挥了作用。

如我国的机引犁架，在六十年代结构形式是H形框架，断面为热轧的工字钢、方钢，经过强度计算，从结构形式上改为现生产的三角形框架，断面改成矩形管材，不仅改善了结构强度，而且结构重量减轻了20~30%。又如对六十年代仿造的大型脱粒机TED-1100型，经过电测应力分析，改进了结构，不仅性能指标提高，结构重量每台降低了1.7吨。由于对普遍使用的农用挂车转盘架进行强度分析和疲劳试验，不仅解决了存在的疲劳断裂问题，而且每台重量较原方案节约钢材7—12公斤，相对寿命提高3—5倍。若按每年生产一万台计算，仅这样一个小小的挂车转盘架就可节约98吨钢材。

与会代表一致认为，尽管这些年结合产品研制，在农机结构强度科研工作中取得了一定的进展，但与国外水平相比差距还很大。特别在我国，今后需要发展的农机产品很多，在研制和使用过程中有许多强度问题还未涉及或解决。开展农机强度研究工作无论就技术力量和计算、试验设备，均需大量充实。从讨论、分析我国目前农机产品之所以存在质次、价高、可靠性差、寿命低等问题中，代表们从各个方面列举的大量事实说明：很重要的一个原因就是在发展产品的过程中，没有或不重视强度的计算、试验和研究，“先期设计”的研究工作很少，产品投产前对关键零部件缺少强度设计，大都不进行质量校核和寿命试验，以致等产品出来后，使用中暴露问题了，再修修补补。这种后期的“修补”，也是盲目的“试凑”。如：断面尺寸小了加大一点，薄了加厚一点，材料改好一点，如此去发展产品，显然不能满足产品质量和使用寿命的要求，并且势必会严重阻碍产品的更新换代。世界上不少享有盛誉的农机公司及其产品之所以先进、可靠，无一不是以强有力强

度研究工作，进行充分的产品性能与耐久性试验为支柱。实践是检验真理的唯一标准。国内外的实践对比表明，要改变我国农机产品这种落后面貌，要把产品质量迅速搞上去，没有或不重视强度设计与试验研究，是不行的。今后只有加强强度基础学科的研究工作，才能使我国的农机产品赶上或超过世界先进水平，并且也是尽快解决现存产品质量问题，提出改进办法的关键。

农机强度研究工作不仅要重视结构强度研究还要重视材料强度的研究工作。代表们深感这方面工作以往做得很少。对这次会上提出交流的“45号钢缺口试件等寿命曲线的测定与研究”等论文，大家给予了肯定。材料强度的研究不仅工作量大，而且是直接关系产品质量的重要基础性工作。今后应大力提倡并有组织的安排力量做好这项工作，争取在较短时间内，能对我国农机产品所用的主要材料提供详细的材料强度数据，以供设计制造部门使用。

通过广泛的交流讨论，代表们深切地感到：近代科学技术的发展很快，在工程技术领域中，一种产品的研制过程涉及的学科和专业越来越广，越来越具有综合性。结构强度的研究，就是把数学、力学、计算技术等等学科的基础理论与机械产品的设计联接起来的中间环节，经过强度研究提出优化的结构设计。根据国外的经验，今后我国农机产品的设计、鉴定也要包括结构强度的指标和要求，即应逐步建立强度设计规范及试验准则。结构强度的研究，不仅仅是数值计算，还应与实验应力分析相结合。数值计算虽然是一种经济有效的方法，但必须以实验分析为前提，准确的边界条件必须由实验来得出。同时，实验又是数值计算的检验标准。一方面要看到数值计算的发展不断给实验分析提出了新的任务和课题，促进了实验技术的发展，另一方面也要看到实验技术的发展又促进了数值计算的发展。实测，包括实验应力分析方面的电测、光测、脆漆、声发射技术及疲劳断裂、振动残余应力等等方面的实验测定。国外在这方面发展很快。测试的仪器、设备日新月异。其产品，凡是改变结构、更换零部件、变更材料都要进行一系列测定和耐久性试验，从而保证产品的结构性能与使用寿命，使其具有竞争能力。

今后如何把我国农机强度研究工作搞上去，进而提高产品质量赶超先进水平，与会的专家、工程技术人员积极的提出了建议：

首先要迅速、大力做好普及工作和科研成果的推广。当前，迫切需要向从事产品设计的技术人员普及，使他们能运用有关强度知识与成果去从事新产品设计。也需要向确定产品发展与生产制造等部门的管理干部普及有关知识，使他们懂得现代强度研究与产品设计，提高质量的关系，抓好这项工作的开展。对现有的强度研究队伍要有计划有步骤的提高水平，向新学科领域迈进。

第二，要加强农机强度研究队伍的组织与建设。建议在农机学会设强度专业委员会，以加强该项工作的组织和指导。各省、市农机所，亦应设立相应机构，并逐步充实人员与设备。队伍的建设，要从教育抓起，大专院校应开设有关课程。同时，现阶段应大力抓好对技术人员的培训，补好课。

第三，设立强度研究的科研基地，加强试验手段的建设。根据发展的需要，应成立全国的农机强度计算中心，并有重点地用先进的试验设备武装几个较完整的科研基地。各省（市），拟有分工有侧重地协调开展某一方面的工作。要把引进与研制强度研究所急需的设

备、材料、工具等结合起来。对已取得的成果，尽快鉴定生产。

第四，重视强度研究新学科、新领域的发展。虽然近年来农机强度研究已在数值计算(有限元法等)、疲劳振动、实验应力分析(电测、光测等)几个方面做了一些工作，但不少领域还没有开展，已经做的工作与其它行业先进水平比较，还只是开始，需大力组织、安排并鼓励向新领域进军。这方面有条件的研究院、所及大专院校应先走一步，并应把强度学科的各个分支，紧密结合起来，解决关键产品的强度问题，避免走弯路。今后评定研究成果，不仅要看到产品成果，而且要重视理论方面的研究成果和实验成果。加强报导和学术交流，推动农机强度科研工作的开展，使科研成果尽快地在产品中发挥作用。

薄壁杆系连结部分的有限单元分析

顾 伯 达

(武汉工学院)

[摘要] 本文用有限单元法对薄壁杆系连结部分进行了应力分析，分析中将结点区域离散为三角形平板单元，单元位移模式采用平面元和板弯曲元的组合，平面应力状态采用常应变单元，板弯曲应力状态采用面积坐标表示的三次元，按薄壳有限元法进行计算。用此法分别对犁架接头（一种闭口矩形管接头）和一种槽钢截面杆组成的结点进行了计算和分析。

引 言

在农业机械和其他许多结构中，广泛采用薄壁杆件所组成的杆系，这类杆系的强度一般均按杆系理论进行计算，例如采用开口薄壁杆件的 B. Z. Власов 理论和对于闭口薄壁杆的 A. A. Уланский 理论。但在各个杆件的连结部分，应力分布较为复杂，应用杆系理论的应力计算法，无法对这些部分进行强度计算，而这些部分往往是结构的高应力区，因此这些区域的应力分析对实际结构的强度计算很有意义。

一、薄壳有限元分析简述

农机中常见的薄壁杆系接头，在力学模型的简化上，可以处理为一个空间折板系，运用线性弹性范围内符合 G. Kirchhoff 假设的小挠度薄壳理论，来进行其应力分析。在用有限元法进行数值计算时，由于结构的几何形状和边界条件比较复杂，因此可选用三角形

单元，以适合其复杂的几何形状和边界条件。

图 1 即为任一单元 e ，认为单元 e 是平板形式的薄壳单元，采用有限元位移法进行分析，为方便起见，引用三节点三角形单元，图 1 中的 i, j, m 即为单元 e 的三个节点。

选取单元局部坐标系 $oxyz$ 的 xy 坐标面位于单元 e 的中面，坐标原点 o 位于单元 e 的形心。

图 1 单元和节点位移

结构变形时，单元中面上任一点 (x, y) 将产生位移矢量

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \\ w(x, y) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

(1) 式中 u, v, w 分别为任一点沿局部坐标轴 x, y, z 的线位移分量。

取单元的节点广义位移矢 $\{\delta\}^e$ 为单元的基本未知量，有

$$\{\delta\}^e = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_m \end{bmatrix} \quad (2)$$

(2)式中

$$\{\delta_i\} = \{u_i \ v_i \ w_i \ \theta_{x_i} \ \theta_{y_i} \ \theta_{z_i}\}^T \quad (3)$$

为节点*i*的广义位移，其中*u_i*，*v_i*，*w_i*为*i*节点沿局部坐标轴方向的线位移分量；*θ_{x_i}*，*θ_{y_i}*，*θ_{z_i}*为*i*处沿该坐标的角位移分量，如图1所示。*j*节点和*m*节点与此类似。

在选取单元位移模式时，将位移矢量 $\{f\}$ 分为二部分，一部分为 $\{f_1\}$ ，相当于点的中面位移，即

$$\{f_1\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (4)$$

这一部分相当于弹性理论平面问题中的中面位移。另一部分为 $\{f_2\}$ ，它相当于平板弯曲问题中的板中面挠度，即

$$\{f_2\} = \{w\} \quad (5)$$

与此相对应，单元节点广义位移 $\{\delta\}^e$ 也分为二部分，即

$$\begin{aligned} \{\delta_1\}^e &= \{u_i \ v_i \ u_j \ v_j \ u_m \ v_m\}^T \\ \{\delta_2\}^e &= \{w_i \ \theta_{x_i} \ \theta_{y_i} \ w_j \ \theta_{x_j} \ \theta_{y_j} \ w_m \ \theta_{x_m} \ \theta_{y_m}\}^T \end{aligned} \quad (6)$$

在分析中取任一点的位移 $\{f\}$ 和节点广义位移之间有如下插值关系

$$\begin{aligned} \{f_1\} &= \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N_1] \{\delta_1\}^e \\ \{f_2\} &= \begin{Bmatrix} w \end{Bmatrix} = [N_2] \{\delta_2\}^e \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $[N_1]$ 、 $[N_2]$ 为由坐标函数组成的形函数，表示任意点位移和节点广义位移间的插值关系，并确定单元的位移形态。在这里选取 $[N_1]$ 的元素为坐标的线性函数； $[N_2]$ 的元素为面面积坐标的三次函数。分别表示单元平面应力状态和弯曲应力状态时的位移形态。

对于平面应力状态，单元应变 $\{\epsilon\}$ 和位移 $\{f_1\}$ 之间有关系

$$\{\epsilon\} = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \{f_1\} \quad (8)$$

将(7)式中的第一式代入(8)式可得

$$\{\varepsilon\} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} (\mathbf{N}_1) \{\delta_1\}^e = (\mathbf{B}_1) \{\delta_1\}^e \quad (9)$$

式中 (\mathbf{B}_1) 即为平面应力状态的应变矩阵。

对于平板弯曲应力状态，单元曲率 $\{\chi\}$ 和位移之间有关系

$$\{\chi\} = + \begin{pmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} \left\{ f^2 \right\} \quad (10)$$

将(7)式的第二式代入(10)式可得

$$\{\chi\} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x^2} \\ \frac{\partial}{\partial y^2} \\ \frac{\partial}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} (\mathbf{N}_2) \{\delta_2\}^e = (\mathbf{B}_2) \{\delta_2\}^e \quad (11)$$

式中 (\mathbf{B}_2) 为弯曲应力状态的应变矩阵。

若以 (\mathbf{D}_1) 、 (\mathbf{D}_2) 分别表示二种位移状态的弹性矩阵，则应力和应变之间有关系

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = (\mathbf{D}_1) \{\varepsilon\} \\ \{M\} &= \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = (\mathbf{D}_1) \{\chi\} \end{aligned} \quad (12)$$

(12)式中 (σ) 为单元平面应力状态的应力矩阵； (M) 为单元弯曲应力状态的内力矩阵。

利用能量变分原理，可推导出二种状态的单元刚度矩阵为

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}_1)^e &= \iint_e (\mathbf{B}_1)^T (\mathbf{D}_1) (\mathbf{B}_1) dxdy \\ (\mathbf{K}_2)^e &= \iint_e (\mathbf{B}_2)^T (\mathbf{D}_2) (\mathbf{B}_2) dxdy \end{aligned} \quad (13)$$

(13)式中的积分是遍于单元中面面积的。(13)式积分后的显式可参见资料⁽¹⁾。

在(13)式中 $(\mathbf{K}_1)^e$ 是个 (6×6) 的对称方阵； $(\mathbf{K}_2)^e$ 是 (9×9) 的对称方阵。对于空间板单元而言，它的单元刚度矩阵是上述二部分的叠加，若写成分块形式则有

$$[K]^e = \begin{pmatrix} K_{ii} & K_{ij} & K_{im} \\ K_{ji} & K_{jj} & K_{jm} \\ K_{mi} & K_{mj} & K_{mm} \end{pmatrix} \quad (14)$$

它是一个 (18×18) 的对称方阵，其中任一子矩阵 $[K_{s,t}]$ $(s, t = i, j, m)$ 可以写成如上形式

$$[K_{s,t}]^e = \begin{pmatrix} [K_1]_{s,t} & 0 & 0 \\ 0 & [K_2]_{s,t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

其中 $[K_1]_{s,t}$ 、 $[K_2]_{s,t}$ 分别为 $[K_1]^e$ 、 $[K_2]^e$ 的具有相同下标 s,t 的子矩阵，它们的阶数分别为 (2×2) 、 (3×3) 。 $[K_{s,t}]$ 的第六行第六列的0对角元素，相当于对面内转角 θ_z 的刚度为零，这是由于弹性理论平面问题不计面内转动刚度而引起的。

求得局部坐标中的单元刚度矩阵 $[K]^e$ 以后，通过坐标变换，转换为结构总体坐标中的单元刚度矩阵，再利用直接刚度法，组集为结构刚度矩阵 $[K_e]$ 。然后再将作用于结构的外载荷处理为等效节点载荷列阵 $\{F\}$ ，即得到关于结构节点位移列阵 $\{U\}$ 的线性方程组

$$[K_e]\{U\} = \{F\} \quad (16)$$

按给定的边界条件，处理方程组(16)后，即可求解位移 $\{U\}$ ，从而算出各单元和节点的应力和内力。

依照上述方法，编制了用波前法解方程的计算程序，并对一些典型结构进行了计算，结果可参见资料⁽²⁾。

二、一种犁架结点的应力分析

国内系列设计犁的犁架，一般均由矩形钢管焊合而成，各杆连接部分形状复杂，很难用其它方法分析其应力。现用图2表示典型犁架结点区为例，用上述薄壳有限单元法分析其应力⁽³⁾。

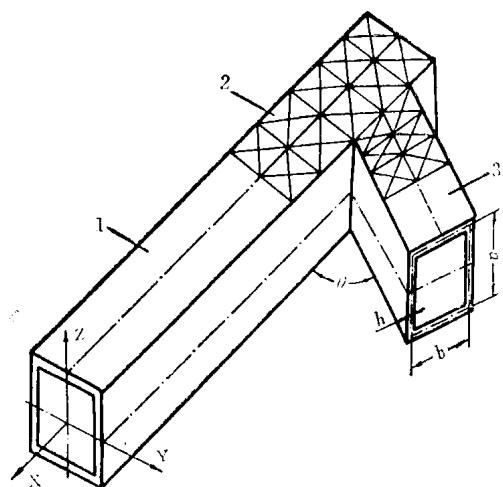


图 2 犁架结点

1. 主梁 2. 部分单元划分 3. 斜梁

图2所示犁架结点，由两根截面均为 $a \times b \times h = 10 \times 8 \times 0.6$ (cm)的矩形钢管焊成，二管之间夹角为 $\theta = 63^\circ 26'$ ，将二管分别称为斜梁和主梁。

假设斜梁端部固定，在主梁端部加上不同载荷，分析其应力。在计算时利用结构几何对称条件，沿xy面切开，取结构的一半划分为208个单元，122个节点，在切开面上按外载情况加上对称或反对称约束条件，这样可以节省机器存贮量和计算时间。

以下分析主梁端部分别受弯矩 $M_y = 100 \text{ kg}\cdot\text{m}$ 和扭矩 $M_x = -100 \text{ kg}\cdot\text{m}$ 时的计算结果。

(一) 横截面上轴向应力 σ_x 的分析

目前系列梁的塑性强度计算中，常采用梁的一般弯曲理论如[6]，认为横截面上的弯曲正应力符合平截面假定而按线性分布。但是从有限单元法的计算结果看，正应力在结点区及其附近杆截面上，明显的不符合线性分布。

图3是扭转情况下，主梁一个横截面的正应力 σ_x 的分布情况，按杆的简单理论，此时横截面上无弯矩，故轴向应力 $\sigma_x = 0$ ，因此，图示正应力 σ_x 应为由横截面翘曲引起的所谓翘曲正应力。而且由图可见，截面上的正应力分布形状，符合由 Уманский 理论所得的矩形管翘曲正应力分布规律，图3中横截面展开成一直线，以坐标 s 表示，以后同。

图4是同一受载情况下斜梁一个截面的正应力分布，由于斜梁横截面上存在弯矩和扭矩两种内力，由图可见正应力为梁的弯曲正应力和翘曲正应力的合成。

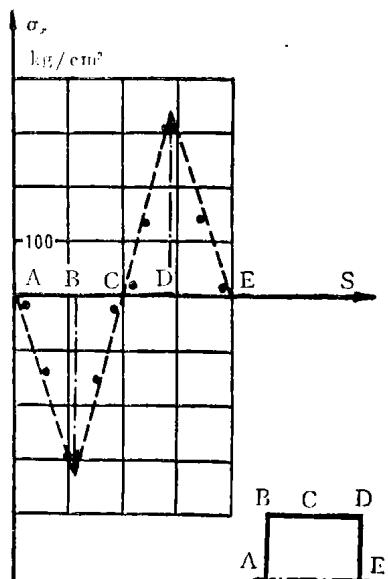


图 3 扭转时主梁横截面上的轴向应力 σ_x

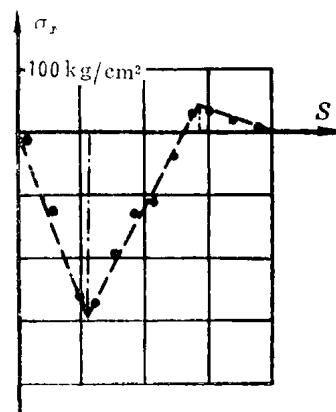


图 4 扭转时斜梁横截面上的轴向应力 σ_x

对于弯曲载荷情况，主梁和斜梁一个横截面上的轴向应力 σ_x 的分布示于图5和图6

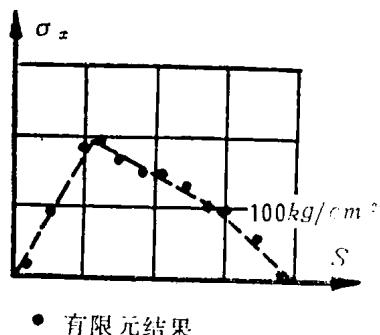


图 5 弯曲时主梁横截面上的轴向应力 σ_x

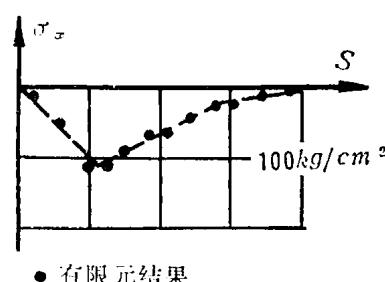


图 6 弯曲时斜梁横截面上的轴向应力 σ_x

中，由图可见，正应力 σ_x 也是弯曲和翘曲二种应力之和。

由上述分析可知，对于闭口薄壁杆件，由于截面翘曲引起的翘曲正应力也是相当大的，有时甚至成为主要的应力分量。按照薄壁杆件理论，翘曲正应力 σ_ω 和双力矩 B_ω 之间有关系⁽⁷⁾

$$\sigma_\omega = \frac{B_\omega \bar{\omega}}{I_\omega} \quad (17)$$

式中 I_ω 为截面主扇性惯矩， $\bar{\omega}$ 为主扇性面积。根据这个关系，由应力计算结果可以推算出沿杆长方向的双力矩分布规律，这种推算的结果示于图7和图8，由图可见，二种载荷下双力矩 B_ω 在二梁的连结区趋于最大，亦即越靠近连结区翘曲应力越大。

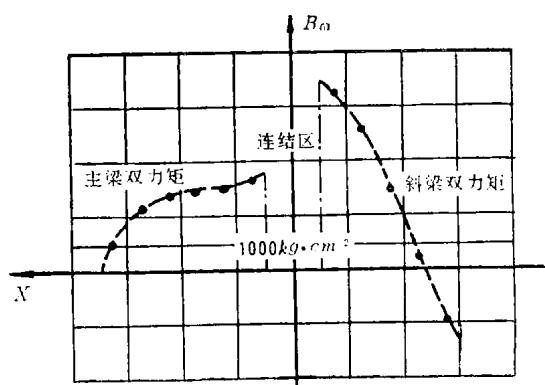


图 7 扭转时的双力矩分布

— 有限元法计算应力值推算的双力矩值

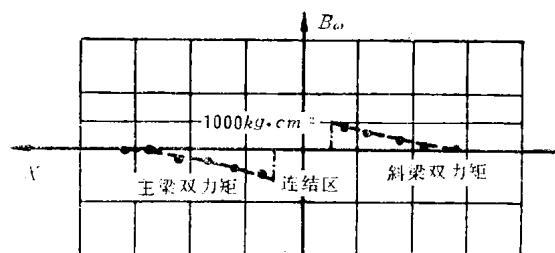


图 8 弯曲时的双力矩分布

— 有限元法计算应力值推算的双力矩值

(二) 梁的横向应力 σ_y 的分析

按杆系理论，梁内不存在横向应力 σ_y ，从有限元计算结果看，在大部分区域，横向应力 σ_y 很小，但在连结区附近 σ_y 却增加到很大的数值，有时甚至超过同样位置的轴向应力 σ_x 而成为主要应力分量。在(5)的实验分析中，也指出在有些加载情况下，例如主梁扭转时，连结区附近 σ_y 超过 σ_x ，如主梁内侧近连结区上表面处 σ_y 和 σ_x 之比为82:34。有限元计算中此处应力关系与此类似，这说明有限元计算结果和实验比较符合。

将二种受载情况下主梁上表面靠斜梁一侧棱边处的横向应力 σ_y 沿轴向x的变化规律，画成图9和图

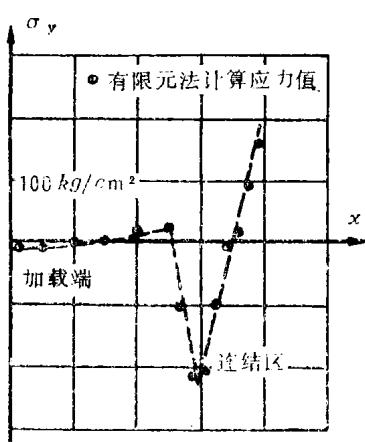


图 9 扭转时主梁的横向应力 σ_y

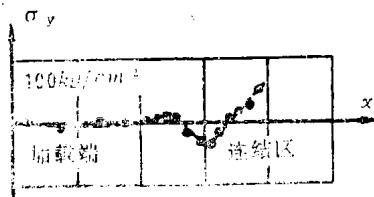


图 10 弯曲时主梁的横向应力
— 有限元法计算值

合，说明在连结区的复杂应力状态下，按杆系理论进行强度计算误差较大，应考虑横向应力 σ_y 对强度的作用。

10所示的曲线，由图可见，在连结区主梁上表面，横向应力矩 σ_y 可以近似合成一个力偶，而在下表面，则形成一个反向力偶，此二力偶对斜梁起了一个双力矩的作用

在杆系理论中，是不考虑横向应力 σ_y 的，但有限元法计算结果和实验分析都指出连结区附近有较大的横向应力出现，且二者的数值和位置亦较符

合，说明在连结区的复杂应力状态下，按杆系理论进行强度计算误差较大，应考虑横向应力 σ_y 对强度的作用。

三、一种槽形截面薄壁杆接头的应力分析

分析图11所示的接头部分，它由二段槽钢连结而成，该二槽钢互相垂直，一端固定，一端分别承受扭矩 M_a 和弯矩 M_b 的作用。

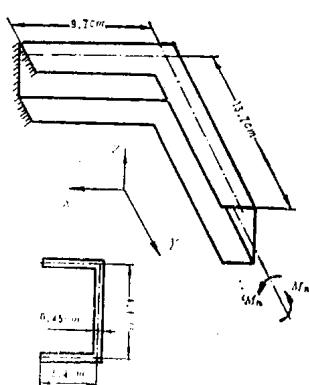


图 11 槽钢接头

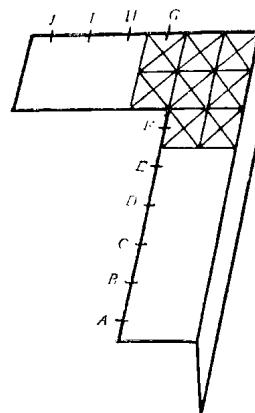


图 12 单元分割和有关截面位置

计算时沿对称面截取一半接头，划分为 208 个单元，121 个节点，如图 12 所示。计算的详细结果见[4]，下面分析其应力情况。

按有限元法计算的结果，发现其横截面上的轴向应力 σ_x 的分布规律，基本符合按 B. 3. Власов 理论所得的应力分布，按 Власов 理论，薄壁杆件横截面上的正应力 σ_x 应为

$$\sigma_x = \frac{M_w}{I_z} \cdot Z + \frac{B\omega}{I_\omega} \cdot \omega \quad (18)$$

式中 $\frac{M_w}{I_z} \cdot Z$ 为弯曲正应力， $\frac{B\omega}{I_\omega} \cdot \omega$ 为翘曲正应力。由杆的几何尺寸，外载和材料性质，

可算出二杆的双力矩在扭转时 ($M_a = 100 \text{ kg} \cdot \text{cm}$) 为 (4)

$$\left. \begin{array}{l} B_1 = 561 Sh \lambda_y \\ B_2 = 735 Ch \lambda_x - 456 Sh \lambda_x \end{array} \right\} \quad (19)$$

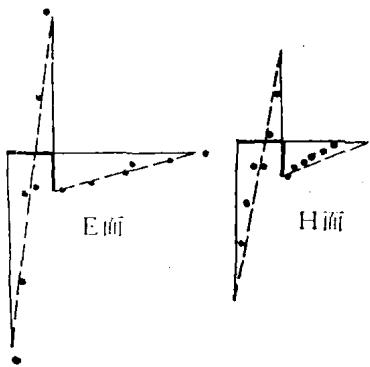


图 13 扭转时横截面上的轴向应力分布

——杆系理论；
·—有限元法计算值。

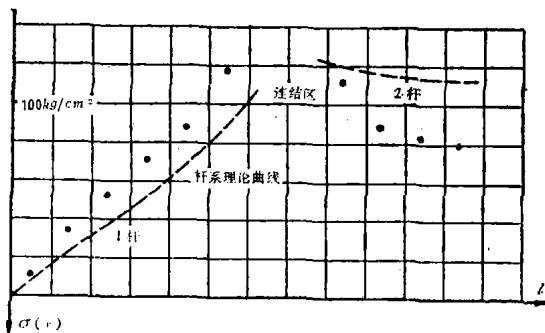


图 14 扭转时沿杆轴方向的正应力分布
于接头的存在，使其结果和有限元结果和实验值有一定的偏差。这是因为利用杆系理论计算时，接头处的翘曲连续条件取为 $\theta_1 = \theta_2$ ，即二杆的扭转角对杆长的变化率相等，而接头处的

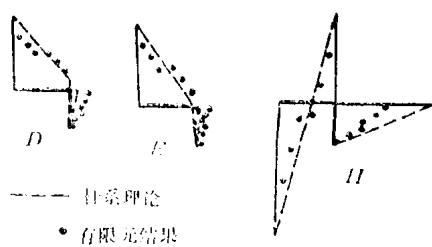


图 15 弯曲时杆横截面上的轴向应力分布

按(18)(19)式，算出横截面的正应力，并和有限元法计算结果一起画在图13中，由图可见，二者的大致分布是一致的。这说明薄壁杆理论所得的应力分布规律是合理的。但在应力的数值上，两杆均有偏差。为清楚起见，将两种应力，沿翼缘外边缘部分的轴向分布规律，画在图14中，由图可以看到，在1杆上，有限元法的计算应力均高于杆理论的应力值，而在2杆上，有限元法的应力值均低于杆理论的应力值。这种现象在我们所作的一些接头电测试验中，同样存在，而实验值和有限元法的结果是比较接近的。

对于杆1受弯矩 M_B 的情况，相应的画成图15和图16，所得结论和扭转情况类似。由图可见，在这种受力情况下，有限元法计算结果均较杆系理论的结果为小。

从以上对比分析可见，开口薄壁杆件的 Власов 实用理论用于杆系计算时，由于接头的存在，使其结果和有限元结果和实验值有一定的偏差。这是因为利用杆系理论计算时，接头处的翘曲连续条件取为 $\theta_1 = \theta_2$ ，即二杆的扭转角对杆长的变化率相等，而接头处的

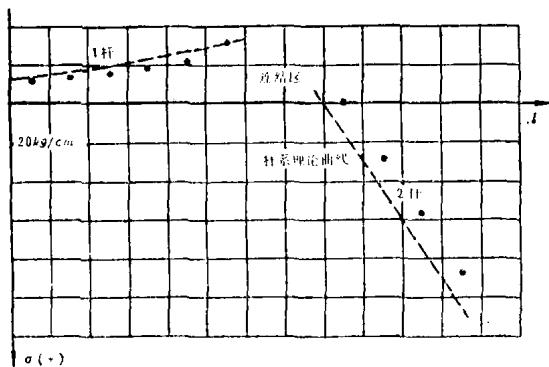


图 16 弯曲时沿杆轴方向正应力分布

·—有限元法计算值

截面抗翘曲刚度在计算中使用和直杆部分同样的值 $EI\theta$ 。实际上由于接头部分形状复杂，几个方向交叉加强，因此真实抗翘曲能力将比直杆为大。试分析扭转状态，若然 1～2 杆连结部分抗翘曲刚度增大，则 1 杆在受扭时的双力矩将普遍增大，相应的应力矩 σ_x 也将增大，这和有限元法的结果将靠近。另外，当连结区的抗翘曲能力增大时，它的翘曲变形和相应的 θ 的值将减小，对于 2 杆来说，由于此处 θ 减小，将使杆件的双力矩减小，同样应力 σ_x 亦将减小，结果靠近有限元法的计算值。在极限情况，当连结区为刚性，抗翘曲刚度无限大时，这里的 $\theta = 0$ ，于是 2 杆的双力矩将为零。对于弯曲受载情况可作类似分析，见资料〔4〕。

至于横向应力 σ_y ，在局部地区也有较大的值，在作强度计算时也有必要予以考虑。关于剪应力的情况此处不再赘述，可参见〔4〕。

四、小 结

以上介绍了用薄壳有限元法计算薄壁杆接头的方法和结果，从计算结果可知：

1. 用有限元法对接头进行应力分析是可行的有效方法，所得结果比较合理。
2. 从典型犁架应力分析结果看，在闭口薄壁杆件的接头部分，也有较大的翘曲应力存在，因此目前犁架强度计算中不计翘曲应力的方法似应修正。
3. 开口薄壁杆件理论用于杆系计算时，所得结果有较大偏差，主要是接头部分抗翘曲刚度和实际不符所致，有必要予以改进。
4. 在局部地区横向应力较大，在强度计算中不可忽略。

参 考 文 献

- 〔1〕华东水利学院：弹性力学问题的有限单元法。
- 〔2〕湖北农机学院：组合板壳结构的有限元计算 1978。
- 〔3〕湖北农机学院：犁架结点区的有限元应力分析 1978。
- 〔4〕湖北农机学院：一种开口薄壁杆接头的有限元应力分析 1978。
- 〔5〕中国农机研究院等：犁架连结点应力集中规律电测实验报告。
- 〔6〕南方系列犁设计组：南方系列犁设计资料。
- 〔7〕Г.Ю.詹涅里杰等：弹性薄壁杆件的静力学 1955 中译本。

*本文有关实验由王詠梅、马道贵同志协助进行，表示感谢。