高考数学试题分章分类解析

陈耀邨 编著

南开大学出版社

题源分析

思路与方法

一题多解

高考数学试题分章分类解析

陈耀邨 编著

南开大学出版社

【津】新登字011号

高考数学试题分章分类解析

陈耀邮　编著

南开大学出版社出版
（天津八里台南开大学校内）
邮编300071　电话3358542
新华书店天津发行所发行
河北省邮电印刷厂印刷

1994年12月第1版　　1994年12月第1次印刷
开本：850×1168　1/32　　印张：20.5
字数：548千　　印数：1-5 000

ISBN 7-310-00750-6

O·85　定价：19.80元

前言

高考是对普通高中在学科教学方面的一次较为全面的检查，尤其是近些年来在"有利于高校选拔合格的新生，又有利于中学教学"的原则指导下，试题紧扣教材，坚持重基础，考能力，突出数学思想方法的特点，试题新颖、灵活，题型逐渐趋于稳定。不少试题都能在课本中找到其原型或"影子"。为了向高中数学教师提供研究近几年来高考的资料，也为了帮助准备参加高考的同学了解高考数学试题考查的主要知识和解题的基本途径及方法，更好地把握复习的重点、难度和深度，本书汇集了1985年到1994年历届全国普通高校招生统一考试数学试题（包括1985—1994年全国卷，1985—1993年上海卷，1985—1990年广东卷，1991—1992年云南、湖南、海南卷），按代数、立体几何、平面解析几何分成三部分。为了便于高中各年级同学阅读，每部分都按现行课本顺序分成章节，每节均为"选择题"，"填空题（包括简答题）"，"解答题"三类题型，前两类题给出"分析"（基本上是解答过程）及"答案"，后一类题给出"分析"和"解答"（力求详细、规范），对一些较灵活的试题尽量给出多种解法，以期开拓思路，提高解题的灵活性。在解答中有的解法需用到后面章节知识的，一般在"说明"中注出，对于有解题规律可循的也在"说明"中指出其规律。对于源于课本的试题尽量指出其课本中的原型或"影子"。对于易出错的地方，也尽量在"说明"中指出，同时注意阐明所用的数学方法。

本书从准备到出版始终得到南开大学出版社的大力支持，在编

写中也参阅了一些有关资料，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，加以时间仓促，必有不少错误或不妥之处，敬请读者批评指正。

编　者

1994年11月于天津

目　　录

第一部分　代　数

第二部分　立体几何

第三部分　平面解析几何

第一部分　代数

一、幂函数、指数函数与对数函数

(一)集合、映射与函数

Ⅰ.选择题

1．集合{1，2，3}的子集总共有

(A)7个，　(B)8个，　(C)6个，　(D)5个.

（88.全国.理）

〔分析〕 1个元素的子集有{1}、{2}、{3}三个；2个元素的子集有{1，2}、{1，3}、{2，3}三个；3个元素的子集有{1，2，3}一个；因为空集是任何集合的子集，所以集合{1，2，3}的子集总共有8个.

〔答案〕(B).

〔说明〕(1)本题的原型是高中代数(必修本)上册P.9练习题2，是把该题中的字母换成数字并改编成选择题. 解这类题时，如集合中元素个数只有几个，可用上述的分类列举的方法进行分析；如集合中元素的个数较多，一般是用组合数进行计算. 如集合$\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$的子集总数有

$$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$$

个，对于本题来说，子集的总数有$C_3^0+C_3^1+C_3^2+C_3^3=2^3=8$

个.

（2）在解本题时，往往容易忽略"空集是任何集合的子集"这一规定，或者忽略了"任何一个集合是它本身的子集"而错选(A)，或者两者都忽略而错选(C).

2. 设$P=\left\{x \mid x=\sin\frac{m\pi}{6},\ m\in N\right\}$,

$$Q=\left\{x \mid x=\sin\frac{n\pi}{12},\ n\in N\right\}.$$

那么

(A)$P\subset Q$，(B)$P\supset Q$，(C)$P=Q$，(D)$P\cap Q=\phi$.

（88.广东.文）

〔分析〕 当$n=2m(m\in N)$时，$P=Q$，但n还可取$2m(m\in N)$外的其它自然数，显然集合Q的元素多于集合P的元素，所以$P\subset Q$.

〔答案〕(A).

〔说明〕 本题也可选用列举法把集合P、Q表示出来，

$$P=\left\{-1,\ -\frac{\sqrt{3}}{2},\ -\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ 1\right\};$$

$$Q=\left\{-1,\ -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},\ -\frac{\sqrt{3}}{2},\ -\frac{\sqrt{2}}{2},\ -\frac{1}{2},\ -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4},\ 0,\ \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4},\ \frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},\ 1\right\}.$$

再通过比较P、Q的元素，从而作出正确的选择. 但是这种方法显然不是一种好的方法.

3. 设S、T是两个非空集合，且$S\not\subseteq T$，$T\not\subseteq S$，令$X=S\cap T$，那么$S\cap X$等于

(A) X，　(B) T，　(C) ϕ，　(D) S.

（87.全国.文.理）

〔分析〕 由于$S \not\subseteq T$，$T \not\subseteq S$，且$X=S\cap T$，所以$X\subset S$，因此，$S\cup X=S$.

本题若用右边的图形（Venn 图）进行分析，则可迅速作出判断.

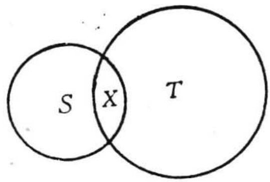


图 1

〔答案〕 (A).

4．设全集为R，$f(x)=\sin x$，$g(x)=\cos x$，$M=\{x\mid f(x)\neq 0\}$，$N=\{x\mid g(x)\neq 0\}$，那么$\{x\mid f(x)g(x)=0\}$等于

(A) $\overline{M}\cap\overline{N}$，　(B) $\overline{M}\cup N$，　(C) $M\cup\overline{N}$，　(D) $\overline{M}\cup\overline{N}$.

（91.全国.理）

〔分析〕 因为 $\{x\mid f(x)\cdot g(x)=0\}=\{x\mid f(x)=0$或$g(x)=0\}$

$$=\{x\mid f(x)=0\}\cup\{x\mid g(x)=0\}$$
$$=\overline{M}\cup\overline{N}.$$

〔答案〕 (D).

5．设全集$I=\{0,1,2,3,4\}$集合$A=\{0,1,2,3\}$，集合$B=\{2,3,4\}$，则$\overline{A}\cup\overline{B}=$

(A) $\{0\}$，　(B) $\{0,1\}$，　(C) $\{0,1,4\}$，　(D) $\{0,1,2,3,4\}$.

（94.全国.文.理）

〔分析〕 途径一．直接求出$\overline{A}$与$\overline{B}$，再求其并集.

途径二．根据$\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$，也可先求出$A\cap B=\{2,3\}$，再求其补集.

〔答案〕 (C).

〔说明〕 本题是由高中代数（必修本）P.14例题15改换各个集合中的数字而得.

6．设全集I为自然数集N，$E=\{2n\mid n\in N\}$，$F=\{4n\mid n\in N\}$．那么集合N可以表示成

(A) $E\cap F$，　(B) $\overline{E}\cup F$，　(C) $E\cup\overline{F}$，　(D) $\overline{E}\cap\overline{F}$.

（91.云南.湖南.海南）

〔分析〕 因为全集 $I=N$，

$$F=\{4n\mid n\in N\},$$

所以　$\overline{F}=\{4n-1\mid n\in N\}\cup\{4n-2\mid n\in N\}\cup\{4n-3\mid n\in N\}$，

又　$E=\{2n\mid n\in N\}=\{4n\mid n\in N\}\cup\{4n-2\mid n\in N\}$，

所以　$\overline{E}=\{4n-1\mid n\in N\}\cup\{4n-3\mid n\in N\}$.

通过对上述四个集合的观察，知 $N=E\cup\overline{F}$.

〔答案〕（C）.

〔说明〕 本题的分析中用了"按某个自然数为模的剩余，把自然数进行分类"的方法.

如以 2 为模的剩余进行分类，可分为两类：

$2n$　与　$2n-1$（n为正整数）.

如以 3 为模的剩余进行分类，可分为三类：

$3n$，$3n-1$，$3n-2$（n为正整数）.

如以 4 为模的剩余进行分类，可分为四类：

$4n$，$4n-1$，$4n-2$，$4n-3$（n为正整数）.

以此类推.

7．设全集 $I=\{(x,y)\mid x,y\in R\}$，集合 $M=\{(x,y)\mid \dfrac{y-3}{x-2}=1\}$，$N=\{(x,y)\mid y\neq x+1\}$. 那么 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 等于

(A) ϕ，　(B) $\{(2,3)\}$，　(C) $(2,3)$，　(D) $\{(x,y)\mid y=x+1\}$

（90.全国.文）

〔分析〕 因为全集 I＝{坐标平面上的点}，M＝{直线 $y=x+1$ 上，除 $(2,3)$ 外的点}，

N＝{直线 $y=x+1$ 外的点}，

因此　$\overline{M}=\{(2,3)\}$，$\overline{N}$＝{直线 $y=x+1$ 上的点}，

所以　　$\overline{M}\cap\overline{N}=\{(2,\ 3)\}$.

〔答案〕 (B).

〔说明〕 在本题的解答中，如果没注意到$\overline{M}\cap\overline{N}$仍然是一个集合，就会错选($C$)；如果没注意到集合$M$中，必须除去点(2，3)，就会错选($D$).

8．若$A=\{x\mid |x-1|<2\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,\dfrac{x-2}{x}>0\right\}$，则$A\cap B$等于

(A)$\{x\mid -1<x<3\}$，(B)$\{x\mid x<0$ 或$x>2\}$，

(C)$\{x\mid -1<x<0\}$，(D)$\{x\mid -1<x<0$ 或$2<x<3\}$，

(E)$\{x\mid 0<x<2\}$.

(86.广东.文)

〔分析〕 因为$A=\{x\mid |x-1|<2\}=\{x\mid -1<x<3\}$，

$$B=\left\{x\,\middle|\,\frac{x-2}{x}>0\right\}=\{x\mid x<0\text{ 或 }x>2\},$$

所以，$A\cap B=\{x\mid -1<x<0$ 或 $2<x<3\}$.

〔答案〕 (D).

9．设A是直角坐标平面上所有的点所组成的集合，如果由A到A的一一对应，映射f使象集合的元素$(y-1,\ x+2)$和原象集合的元素(x,y)对应，象点$(3,\ -4)$的原象是点

(A)$(-5,\ 5)$，　(B)$(4,\ -6)$，　(C)$(2,\ -2)$，(D)$(-6,\ 4)$.

(89.广东.理)

〔分析〕 根据映射关系可得方程组

$$\begin{cases} y-1=3, \\ x+2=-4 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=-6, \\ y=4. \end{cases}$$

也可以把所提供的四个选择支，分别代入$(y-1,\ x+2)$中进行检验，考察哪个选择支的象是$(3,\ -4)$，从而作出正确的选

择.

〔答案〕 (D).

〔说明〕 把选择支代入已知条件进行验证，排除与已知条件矛盾的选择支，从而确定出正确的选择支的方法叫做“验证法”，是解数学选择题的一种常用的方法.

10. 与函数 $y=x$ 有相同图象的一个函数是

(A) $y=\sqrt{x^2}$，　(B) $y=\dfrac{x^2}{x}$，

(C) $y=a\log_a x$，其中 $a>0$，$a\neq1$.

(D) $y=\log_a a^x$，其中 $a>0$，$a\neq1$.

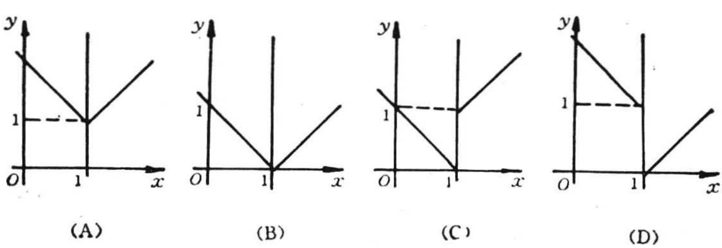
（89.全国.文.理）

〔分析〕 可以看作同一函数的两个函数的图象相同，因此根据定义域、值域与对应法则可排除(A)、(B)、(C).

〔答案〕 (D).

〔说明〕 解本题时是采取将错误的选择支逐一否定，逐一排除，从而肯定留下的唯一的选择支的正确方法，称为筛选法或排除法，这也是解数学选择题的一种常用方法，对于一些不易直接判断的命题，可考虑用这种方法.

11. 函数 $y=|x-1|$ 的图象是



（89.广东.文）

图 2

〔分析〕 根据实数绝对值的定义，所给函数可转化为分段函数：

$$y=|x-1|=\begin{cases}x-1 & (x>1),\\ 0 & (x=1),\\ -x+1 & (x<1).\end{cases}$$

其图象显然是(B).

如果从函数图象的变换来看，函数 $y=|x-1|$ 的图象是由函数 $y=|x|$ 的图象沿 x 轴向右平移 1 个单位而得，因此，函数 $y=|x-1|$ 的图象应是(B).

〔答案〕 (B).

〔说明〕 观察四个选择支，发现它们主要的区别在于 $x=1$ 时，函数值 y 的差异. 因此把特殊值 $x=1$ 代入函数式，得唯一确定值 $y=0$. 从而排除(A)、(C)、(D)，根据正确选择支的唯一性，因而肯定(B).

象这种把特殊值代入或者考虑特殊位置、特别情况等，从而作出正确选择的方法称为特例法，它也是解数学选择题的一种常用方法.

12. 已知函数 $y=f(x)$ 的图象如右：那么 $f(x)=$

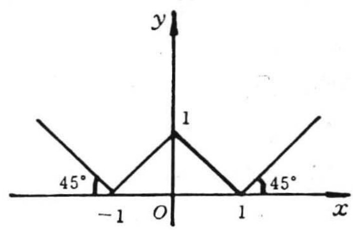


图 3

(A)$\sqrt{x^2-2x+1}$,

(B)$\sqrt{x^2-2|x|+1}$,

(C)$|x^2-1|$,　　　(D)$x^2-2|x|+1$.

(88.广东.文.理)

〔分析〕 观察四个选择支，由于(C)、(D)的图象是由一些曲线段组成，与题设图象不符，因此排除(C)、(D).

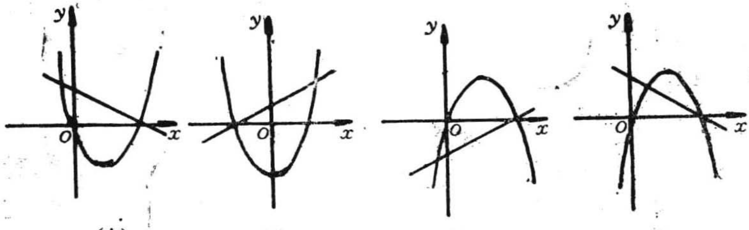
由于 $\sqrt{x^2-2x+1}=|x-1|$，$\sqrt{x^2-2|x|+1}=||x|-1|$，由函数图象的平移变换法则及实数绝对值的概念可排除(A)，肯定(B).

也可根据函数的奇偶性及正确选择支的唯一性来排除(A)，肯

定(B).

〔答案〕（B).

13. 在下列各图象中，$y=ax^2+bx$与$y=ax+b(ab\neq 0)$的图象只可能是



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

图 4

（86.全国.文.理）

〔分析〕 用筛选法，由a的正负考察直线的倾斜方向和抛物线的开口方向,可排除(A)、(C),又因为抛物线$y=ax^2+bx$过原点,故排除(B)，由于正确选择支的唯一存在性可得(D).

〔答案〕（D).

14. 函数$y=\sqrt{2x-x^2}$的定义域是

(A)$(-\infty,\ 0)$，　　　　(B)$(0,\ 2]$，

(C)$[0,\ 2]$，　　　　(D)$[-2,\ 0]$.

（87.广东.文）

〔分析〕 应用特例法,观察四个选择支,可发现它们的主要区别在于定义域中是否含0，2，-2,以0代入函数式检验可排除(A),(B)，以2代入函数式检验知(C)正确.

对于本题一般是直接由不等式$2x-x^2\geqslant 0$解得$0\leqslant x\leqslant 2$.

〔答案〕（C).

15. 函数$f(x)=2+2x-x^2(x\in R)$的值域是

(A)$(-\infty,3]$，$B(-\infty,1]$，(C)$(-\infty,\ 3)$，(D)$(-\infty,1)$.

（88.广东.文）

〔分析〕 因为$f(x)=-(x-1)^2+3\leqslant 3$.

〔答案〕 (A).

〔说明〕 本题是由高中代数(必修本)上册 P.26 习题二：6(4)改换系数，并改编而成.

对于有关二次函数的一些问题，如求值域，最大值或最小值，求单调区间，和涉及单调性的问题，通常是把所给函数配方，作出函数图象（草图），通过对图象的观察、研究即可得出结论或解题思路.

16. 已知函数$y=\dfrac{6x+5}{x-1}$（$x\in R$且$x\neq 1$），那么它的反函数为

(A) $y=\dfrac{6x+5}{x-1}$($x\in R$且$x\neq 1$),

(B) $y=\dfrac{x+5}{x-6}$($x\in R$且$x\neq 6$),

(C) $y=\dfrac{x-1}{6x+5}\left(x\in R\text{且}x\neq -\dfrac{5}{6}\right)$,

(D) $y=\dfrac{x-6}{x+5}$($x\in R$且$x\neq -5$).

（91.全国.文）

〔分析〕 通过解方程的方法，易得函数$y=\dfrac{6x+5}{x-1}$($x\neq 1$)的反函数为$y=\dfrac{x+5}{x-6}$($x\neq 6$).

〔答案〕 (B).

〔说明〕 本题的原型是高中代数(必修本)上册 P.44 例(4)，是把该题中分式中的系数略作变化并改编成选择题而得. 对于这种求$y=\dfrac{cx+d}{ax+b}$型的分式函数的反函数的选择题，也可通过原函数与

反函数的定义域和值域的关系来确定正确的选择支．就本题来说．由于$y=6+\frac{11}{x-1}\neq 6$，所以其反函数的定义域为$x\neq 6$.显然只有(B)符合这一条件．

17．设$f(x)=\frac{2x+1}{4x+3}$（$x\in R$且$x\neq-\frac{3}{4}$）则$f^{-1}(2)=$

$(A)-\frac{5}{6}$，　$(B)\frac{5}{11}$，　$(C)\frac{2}{5}$，　$(D)-\frac{2}{5}$.

（87.广东.文.理）

〔分析〕 解本题有两种途径：

途径一．求出函数$f(x)$的反函数$f^{-1}(x)=\frac{1-3x}{4x-2}$，所以

$f^{-1}(2)=\frac{1-3\cdot 2}{4\cdot 2-2}=-\frac{5}{6}$.

途径二．根据$f(x)$也是$f^{-1}(x)$的反函数这一关系，有$f(x)=2$．于是由

$$\frac{2x+1}{4x+3}=2\text{ 解得 }x=-\frac{5}{6}.$$

所以 $$f^{-1}(2)=-\frac{5}{6}.$$

〔答案〕 (A).

18．函数$y=\sqrt{x-2}+1$ $(x\geqslant 2)$的反函数是

(A) $2-(x-1)^2(x\geqslant 2)$，　(B) $2+(x-1)^2(x\geqslant 2)$，

(B) $2-(x-1)^2(x\geqslant 1)$，　(D) $2+(x-1)^2(x\geqslant 1)$.

（88.广东.文）

〔分析〕 已知函数的定义域为$x\geqslant 2$，值域为$y\geqslant 1$，因此，其反函数的定义域应为$x\geqslant 1$，值域应为$y\geqslant 2$．由此观察4个选择支，仅有$2+(x-1)^2\geqslant 2(x\geqslant 1)$.