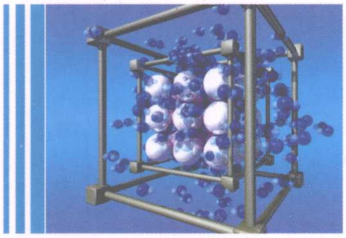
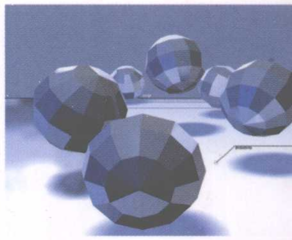
高等教育“十一五”规划教材

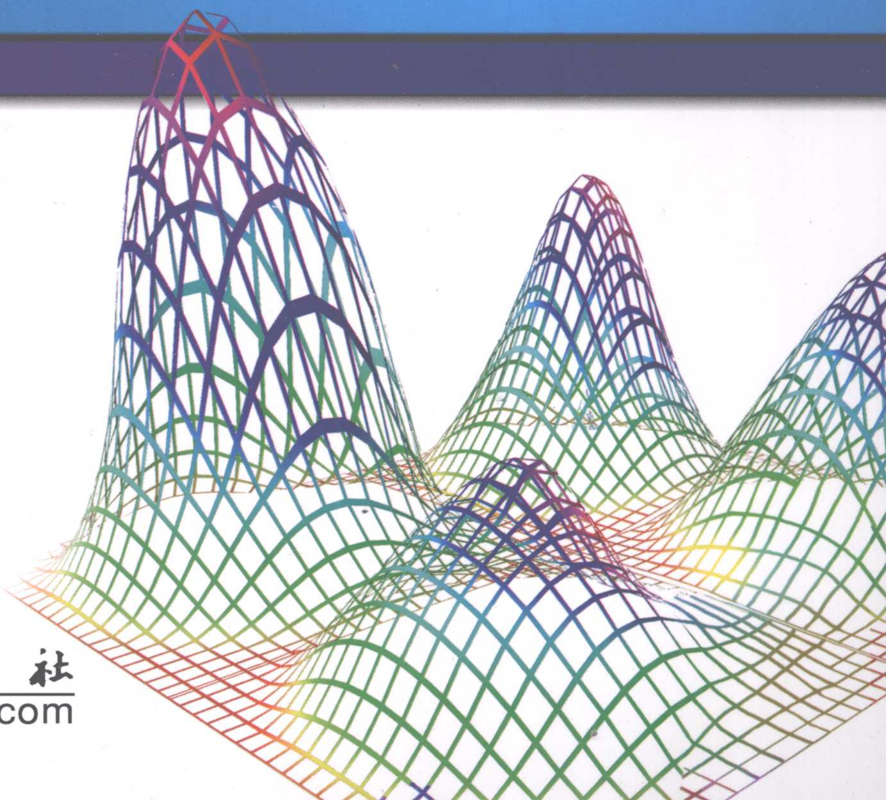




大学物理实验教程

DAXUE WULI SHIYAN JIAOCHENG

陈均钧 陈红雨　编著



科学出版社
www.sciencep.com

高等教育“十一五”规划教材

大学物理实验教程

陈均钧　陈红雨　编　著

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书是按照《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，基于大学物理实验室现有的仪器设备及实验教学发展规划而编写的。全书共分7章，第一章为绪论，第二章为常用仪器的使用知识，第三章为力学、热学实验，第四章为电磁学实验，第五章为光学实验，第六章为综合性设计型教学实验，第七章为研究性教学拓展型实验。全书共编排32个实验，其中部分实验是按设计性要求提出的，具有延伸、拓展操作的意义。

本书可作为高等工业院校物理实验课教材，也可供相关学科的教师、学生及工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验教程/陈均钧，陈红雨编著. —北京：科学出版社，2008
（高等教育“十一五”规划教材）
ISBN 978-7-03-023177-2

Ⅰ.大… Ⅱ.①陈… ②陈… Ⅲ.物理学-实验-高等学校-教材
Ⅳ.04-33

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第158109号

责任编辑：沈力匀 张 斌/责任校对：文 源
责任印制：吕春珉/封面设计：耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
双 青 印 刷 厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2009年1月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2009年1月第一次印刷 印张：21 3/4
印数：1—4 000 字数：515 000

定价：33.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈路通〉）
销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62135235（HP04）

前　言

大学学习的目标与任务应当是学而广之、学而深之和学而博之的，基于此建立起对工作的自信心、恒心和细心。我们虽可以不求短期内的大作大为，但能意识到自己所学的知识是能作能为的。

1. 大学物理实验的意义

大学物理实验是理工科专业一门独立的、必修的公共基础课，它具有系统的科学实验方法，并可以实现思维想象与创新技能的探索；对非理、工、农、医类专业的学生来说，也是一门进行科学训练的基础课程。

大学物理实验的指导思想是通过实验现象，用科学的方法教学、解释物理学的规律性并追溯到源头，同时有新思想的发掘与成长。

对来自于我们周围的环境现象、自然界的一些规律以及观察到的实验现象，借助于物理实验方法与手段可以增加学生对现代科学知识的了解。通过完成的物理实验，能使学生掌握：

（1）借助实验教材或各类资料准备必要的仪器设备。

（2）利用仪器说明书正确地使用仪器。

（3）利用物理学理论和仪器使用知识主动解决实验新问题。

（4）对定性的、定量的、非接触性的实验现象能进行理解性的观察、测量，并对结果做出准确的判断和分析，尤其是半定量、半定性的问题需要客观的测量方法，提高方法的科学性。

学好物理实验的实际意义是通过实验成功的喜悦和对失败的思考，发现与证实自我学习的存在价值。

笔者对物理的悟解是：论物归综于理，论理求证于物。物理实验为洞察物理学之象，观象知理是实验的结果。正所谓学物理而能知之所观，习实验而能验之所证。如果学习物理而不做实验，怎么能够明辨物理之道？因此，我们仅仅学习物理学的描述是不够的，还应通过分析、思考、设计，实践证实该理论。这样才能懂得物理学语言的内涵，才能达到领会物理学的规律并欣赏它哲学美的境界。

2. 大学物理实验的任务

（1）使学生熟悉常用的物理实验方法，并逐步学会应用。例如，比较法、转换法、放大法、模拟法、补偿法、平衡法、干涉法、衍射法以及在近代科学研究、社会生活及工程技术中广泛应用的其他方法等。

（2）培养学生掌握常用的实验操作技术。例如，零位调整、对给定电路图的正确接线、简单的电路故障排查、消视差调整、水平度与垂直度调整、平面度调整、光路的共轴调整、逐次拟合调整，以及在近代科学研究与工程技术中广泛应用的对仪器的正确调节

方法。

（3）通过对实验知识的领会与探索，帮助学生找到解决现象问题的新办法，拓展学生的知识面和技能的应用性。

（4）引导学生的学习情趣并激发学生个性化的创造潜质，因为创新知识与技能的原动力是源于人类个性化的爱好，而科学家的思想却是一个推动个性化思维运动的集成。

（5）希望学生不要单纯照搬照用或重复老师的或书本的思路，要求学生有提前量——各种方式的有效预习。通过预习与思考，可以使学生摆脱老师模式和书本局限的束缚，独立思考并具有个性的学识主见，这样才会使学生真正体会、认识到整个大学生涯并不是空洞乏味的。

3. 物理实验报告的作用及其注意事项

要能正确地反映实验结果，自然离不开一份完整的实验报告，如何正确地对待实验报告的撰写，是实验的一个重要组成部分。实验报告是实验者向人们展示实验水平和测量的一种间接评定，而不是单调地仅只是在完成一项作业。

实验报告是评定实验成绩的一个重要途径，所以，在完成撰写实验报告的过程中需要注重以下几点。

（1）实验成绩的评分不是仅仅以实验结果与期望值的差别大小为准，而是要以实验知识、实验技能、实验作风等方面的综合表现为准。

（2）实验数据不能用铅笔记录，不可以涂、擦、改，并且只准记录在原始数据记录纸上；数据测错或写错可以划掉后在旁边重写，并注明原因，以保证原始数据的客观性、真实性和严肃性。从中也能体现出学生的诚信品德。

（3）如发现伪造或任意修改数据，或未经许可使用他人的结果，或从资料中逆推、篡改、抄袭实验数据的“假实验”行为，经由任课老师确认可给予本次实验成绩 0 分记录。

（4）教学实验不同于科研实验，实验结果的分析必须是自主所得，不论它看上去是如何的不妙，都要如实地、正确地描述观察结果。

（5）实验结果必须有单位，有效数字的位数必须遵循数据处理的法则或约定。

除此以外，学生在实验室还必须遵守有关实验守则（如《学生实验守则》、《实验仪器损坏赔偿守则》和《实验室安全卫生守则》等），了解这些守则对做好实验是很必要的。

本书是按照《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，基于大学物理实验室现有的仪器设备及实验教学的发展规划，由浙江万里学院陈均钧老师与浙江大学物理实验中心陈红雨老师编著而成。书中分 7 章共 32 个实验，由陈均钧撰写的是：第一章“绪论”，第二章“常用仪器的使用知识”；以及实验 1～4、6～8、10、11（1、3）、12、14～18、20、24、25、27（1）、28～32。由陈红雨撰写的是：实验 5、9、11（2）、13、19、21～23、26、27（2）。其中的有些实验是按设计性要求提出的，有些实验具有延伸、拓展操作的意义。主要目的是为了使学生走向社会后，能够将所学到的实验知识和技能带在身边使用。

本书立足于基础性教学实验的新要求，理论的简单引导与实验方法的简明提示相结合。

本书预习时，应参考与实验内容相关的课程书籍、杂志文献、网络资料，以丰富该实验项目的知识。要对实验方法、实验仪器的操作方法、实验数据的处理与分析方法进行有效的理解。此外，为使实验的安排具有灵活性，一些实验步骤的序号标有星号的，可作为选做内容。

作者在本书的修编过程中曾参阅过兄弟院校的教材以及一些网络信息，在此对这些教材及信息的作者表示诚挚的谢意。

由于作者经验不足，书中不妥之处敬请读者指正。

目　　录

第一章　绪　　论

第一节　测量不确定度概论

本节重点概念名词

（绝对）误差	系统误差	偏差（残差）
平均值标准偏差	合成标准不确定度	测量结果表达

实验的载体是测量（measurement），测量可分为直接测量和间接测量。直接测量是直接用与待测物理量同类单位的仪器得到测量值大小的一种测量；间接测量是通过与被测量有函数关系的量进行测量，再经过函数运算得到测量值大小的一种测量。

一切测量都是有误差的，这一论点直接地反映了测量的真实性，因此，测量是一种反映物理量的不确定性含义的手段。在物理实验中，我们往往是在相同条件下，对同一物理量进行多次重复性的等精度（等精密度）测量，然后，对测量列进行数据处理和分析。

实验中的误差[error（of measurement）]是测量结果减去被测量的真值，也称绝对误差，用$\varDelta$表示。绝对误差是有大小和正负的。在数据处理中有时用误差的绝对值，这在数学上被称为误差的模，要区别这一情况。误差的定义式为

误差=测量值-真值

此公式用符号表示为

$$\varDelta = x - x_0 \tag{1.1}$$

由于真值不可知，并具有唯一性，故实验中采用的是约定真值（conventional true value）。

对测量数据列的平均值，由于是等精度测量，所以用算术平均值，有

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i,\ (i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n) \tag{1.2}$$

因为绝对误差在实验中不能测定，所以要用偏差（残差）deviation 表征。

偏差（残差）用υ表示，是测量值减去其参考值（测量列平均值）。偏差的定义式为

偏差=测量值-测量列平均值

此公式用符号表示为

$$\upsilon_i = x_i - \bar{x},\ \ (i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n) \tag{1.3}$$

误差与偏差的数学架构：

$$\upsilon_{i\,随机} = x_i - \bar{x} = x_i - x_0 + (x_0 - \bar{x})$$

$$= \Delta_i + (x_0 - \bar{x})_{系统} \tag{1.4}$$

当 $n \to \infty$ 时，有 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - nx_0) = 0$，即

$$\upsilon_i = \Delta_i$$

上式说明 x_i 是在相同条件下的等精度、无系统误差的、独立的重复性测量，而无穷次测量列的平均值等于真值。

数学模型 $\Delta_{系统} = x_0 - \bar{x}$，说明系统误差（systematic error）是在重复性条件下的无限次测量所得结果的平均值与被测量的真值之差，用符号 Δ 表示。$\Delta \neq 0$，只能有限程度补偿，由于其绝对值和符号有着确定性，所以需要进一步分析寻找系统误差产生的原因和规律，并进行修正以消减系统误差，这是测量的重要目的之一。

例如，有分度值为 0.02mm 的游标卡尺甲和乙，当游标卡尺对 0 时，甲尺游标的 0 位对应在主尺 0 位的右方 0.04mm 处，乙尺的游标 0 线对应于主尺 0 刻线的左方 0.03mm 处。那么用甲尺测量的系统误差为 $\Delta = +0.04$mm，用乙尺测量的系统误差是 $\Delta = -0.03$mm。

又如，要加工一个准确值为 1Ω 的标准电阻，实际测得加工后的阻值为 1.001Ω。那么按标称值 1Ω 使用时（即约定真值），因系统误差=约定真值 – 实测值，则结果的系统误差 $\Delta = -0.001$Ω。如按实测值 1.001Ω 用（视为约定真值），因偏差=测量值 – 约定真值，则偏差 $\upsilon = 0$；而修正值=约定真值-标称值，其修正值为+0.001Ω。

一、系统误差的分类

产生系统误差的原因有多种，例如：仪器计量性能的局限性、样品的取样代表性不够、函数运算中的修约、环境的影响、机械读数的人为偏差、测量方法不理想、定义与数学模型可能不完善以及那些尚未认识到的系统影响等。

在基础物理实验中出现的不可避免的系统误差主要有两种：一种是由实验方法或实验室条件下所依据的理论不完善（需要对该理论公式进行修正）引起的系统误差；另一种是实验环境所用仪器的灵敏度及稳定度引起的系统误差。这些误差的绝对值和方向（±）恒定或随测量条件的变化而以确定的规律变化的，称为可定系统误差。其特征是可以根据它的大小和方向达到消除、减少或者根据实验结果的分析对它进行修正。

对绝对值和符号未确定的系统误差，称未定系统误差。未定系统误差的含义很广，并非仅指仪器误差一种。实际上，随机偏差与系统误差之间并不存在明确的界定。在一定的条件下，它们之间是可以相互转化的。

1. 随机偏差（random error）υ

随机偏差是测量结果与重复性条件下对同一量进行无限次测量所得结果的平均值之差，用符号υ表示，它导致重复观察中的分散性。绝大多数随机偏差近似服从正态分布（由高斯于1795年推导出的，故又称高斯分布）。从数理统计学的“中心极限定理”可知，一个随机变量如果是大量微弱原因的效果累积，那么，这个随机变量就近似地服从正态分布。在物理实验中，近正态分布为t分布。

对于正态分布，高斯分布函数$f(\varDelta)$为

$$f(\varDelta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right] \tag{1.5}$$

式中σ为标准误差（来自物理量的真值所对应的误差分布，测量中我们是用它的有偏估计，即标准偏差s替代；当测量次数n充分多时，使得实验统计方差s^2成为方差σ^2的可靠估计值。方差在统计类学科中是个常用名称，有各种分类方差）。

高斯分布函数的曲线描述如图1.1所示。并具有下列特性：

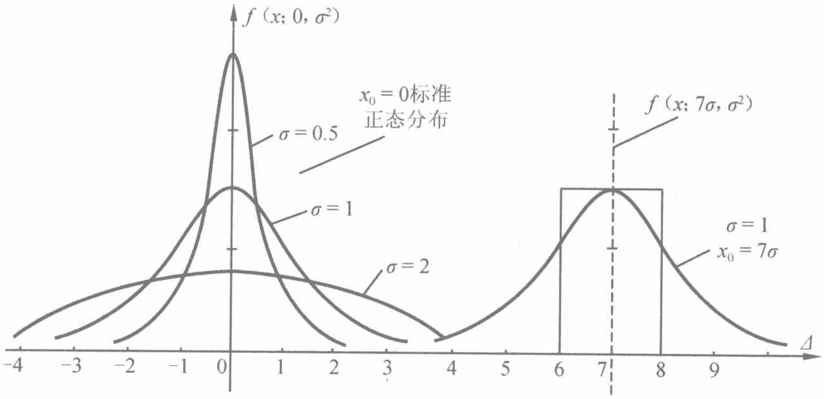


图 1.1　高斯分布曲线

1）对称性

绝对值相等的误差具有等概率，即$\sum_{i=1}^{n}P(x_i)=\sum_{i=1}^{n}P(-x_i)$。

2）单峰性

当$x=x_0$时，$f(0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\propto\frac{1}{\sigma}$；由此说明，如果$\sigma$很小，则$f(0)$很大，分布曲线在$x_0$处较陡窄，两边下降很快。表示测量数据愈集中，其重复性也愈好；即随机变量分布的离散性小，测量的精密度高。反之，σ很大，则$f(0)$很小，误差的分布范围就较宽，说明该测量的离散性大，精密度低。而过了拐点($x_0\pm\sigma$)后，分布曲线的两边就下降较慢。

3）有界性

在一定的测量条件下，偏差的绝对值不超过一定的限度[3 σ]。

对于正态分布曲线的有界性，用 $\varDelta_{\max}=3\sigma$ 去限定，则

$$f(\varDelta_i)=\begin{cases}\dfrac{k}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\varepsilon_i^2}{2\sigma^2}} & |\varDelta_i|\leqslant 3\sigma\\ 0 & |\varDelta_i|>3\sigma\end{cases}$$

式中 k 为

$$k^{-1}=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-3\sigma}^{3\sigma}\mathrm{e}^{-\varDelta_i^2/2\sigma^2}\mathrm{d}\varDelta$$

可求得误差 $|\varDelta|$ 在（$-\sigma$，σ）区间的概率为

$$P(|\varDelta|\leqslant\sigma)=\int_{-\sigma}^{\sigma}f(\varDelta_i)\,\mathrm{d}\varDelta$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\sigma}^{\sigma}\mathrm{e}^{-\varDelta^2/2\sigma^2}\mathrm{d}\left(\frac{\varDelta}{\sigma}\right)$$

$\left(令 t=\dfrac{\varDelta}{\sqrt{2}\sigma}\right)$

$$=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-1/\sqrt{2}}^{1/\sqrt{2}}\mathrm{e}^{-t^2}\cdot\mathrm{d}t$$

$\left(取 \mathrm{e}^{-t^2}=1-t^2+\dfrac{1}{2!}t^4-\dfrac{1}{3!}t^6+\cdots\right)$

$$=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(t-\frac{1}{3}t^3+\frac{1}{10}t^5-\cdots\right)\Bigg|_{-1/\sqrt{2}}^{1/\sqrt{2}}=0.683$$

同理

$$P(|\varDelta|\leqslant 2\sigma)=\int_{-2\sigma}^{2\sigma}f(\varDelta_i)\,\mathrm{d}\varDelta_i$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(t-\frac{1}{3}t^3+\frac{1}{10}t^5-\cdots\right)\Bigg|_{-2/\sqrt{2}}^{2/\sqrt{2}}=0.955;$$

$$P(|\varDelta|\leqslant 3\sigma)=\int_{-3\sigma}^{3\sigma}f(\varDelta_i)\,\mathrm{d}\varDelta=0.997$$

由此可知，当偏差落在界限 3 σ 外的粗大偏差的概率仅占 0.3%。

4）抵偿性

随机偏差的算术平均值随测量次数的增加而趋于零，即

$$\bar{\upsilon}_{随机}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\upsilon_{x_i}|=0$$

5）随机变量的数学特征

从曲线图 1.1 知

（1）归一化条件 $\int_{-\infty}^{\infty}f(\varDelta)\mathrm{d}x=1$。

（2）$x=x_0\pm\sigma$ 处为分布曲线的拐点，由 $\dfrac{\partial^2 f(\varDelta)}{\partial x^2}=0$ 取得。

（3）实验中近似地服从正态分布的连续型随机变量 x 的数学期望 $\mu(x)$

$$
\begin{aligned}
\mu(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x;\ x_0,\ \sigma^2)\mathrm{d}x \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right]\mathrm{d}x = x_0
\end{aligned}
\tag{1.6}
$$

6）广延性分析

（1）由于 $\sigma \to \infty$ 的测量系统不存在，所以 $f(0) \neq 0$；反映了测量的永不绝对准确性。

（2）对于 $\sigma = 0$ 的测量系统存在两种可能的情况：一种是单次测量；另一种是仪器的精度低而导致测量值无随机偏差。因此可以将 $f(0)$ 视作 $\delta(0)$ 函数，表明了此时的测量精密度最高，离散性最小。

（3）图 1.1 中矩形面积 $2\sigma \times f(0) = 1$；它与曲线下的面积 $\int f(\varDelta)\mathrm{d}x = 1$ 等量。说明可将 2σ 视作标准误差的宽度，将 $f(0)$ 视作标准误差的强度。

2. 置信概率（confidence probability）P

与置信区间或统计包含区间有关的概率值，称为在该区间的置信概率，用符号 P 表示。P 大，则相应的分布区间也大。由图 1.1 知

$$
\left.
\begin{aligned}
P(x_0-\sigma < x \leqslant x_0+\sigma) &= \int_{x_0-\sigma}^{x_0+\sigma} f(\varDelta)\,\mathrm{d}x = 68.3\% \\
P(x_0-2\sigma < x \leqslant x_0+2\sigma) &= \int_{x_0-2\sigma}^{x_0+2\sigma} f(\varDelta)\,\mathrm{d}x = 95.5\% \\
P(x_0-3\sigma < x \leqslant x_0+3\sigma) &= \int_{x_0-3\sigma}^{x_0+3\sigma} f(\varDelta)\,\mathrm{d}x = 99.7\%
\end{aligned}
\right\}
\tag{1.7}
$$

对误差大于 3σ 的，其概率仅占 0.3%，我们称为粗差，应予剔除。因此，常用 3σ 来表示极限误差，如在技术性报告中常用的误差限。

【提示】

对于寻找物理规律的实验，有关粗差的实验数据在处理过程中不可将其剔除，否则得到的物理规律将是不普适的。而对于验证物理规律的实验项目，则在处理有关粗差的实验数据时是可以将此数据剔除的。

3. 标准偏差（Standard deviation）s

在统计意义上，（实验）标准偏差是对同一被测量作 n 次测量，是表征测量结果分散性的量，也是精密度的定量表示，用符号 s 表示。s 小，则测量值分布的离散性小，即精密度高；反之亦然。s 是方差 s^2 的正根。

事实上，对于 n 为有限次的测量，统计分布是 t 分布的函数 $f(v)$，为

$$
f(v) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2s^2}\right]
\tag{1.8}
$$

作为测量的离散性分析，s 为 σ 的估计（s 不能作为测量平均值的结果表达，因为测量结果表达是对测量值平均值而言的），运用贝塞尔法可得到

$$\sigma = \lim_{n\to\infty} s = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \tag{1.9}$$

4\. 平均值标准偏差（Standard deviation of average）$s_{\bar{x}}$

因为标准偏差不能代表整个测量过程，它只是某个测量值所反映的；所以我们得用测量列平均值所反映的标准偏差作为测量结果的一种表达。实验中的算术平均值也是一种随机变量，随着测量次数的不同，其算术平均值存在一些差异。

平均值标准偏差是以测量列的平均值标准偏差作为随机分布的测量不确定度，用 $s_{\bar{x}}$ 表示。它是个反映测量平均值的精密程度的量，它与标准偏差的物理意义不同。二者之间的关系是当系统误差足够小于随机偏差时为

$$s = \sqrt{\sum\frac{(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \tag{1.10}$$

将式（1.7）代入此式，得

$$s_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}}s = \sqrt{\sum\frac{\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{n(n-1)}} \tag{1.11}$$

对 $\left(\bar{x}-x_0\right)^2$ 求平均值。

$$\overline{\left(\bar{x}-x_0\right)^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{x}-x_0\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}x_j}{n}-x_0\right)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{(\sum\limits_{j=1}^{n}x_j-nx_0)^2}{n^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\varDelta_1+\varDelta_2+\cdots+\varDelta_n\right)^2}{n^2}$$

$$= \frac{1}{n^3}\sum_{i=1}^{n}\left(\varDelta_1^2+\varDelta_2^2+\cdots+\varDelta_n^2+\sum_{j(i\neq j)}\varDelta_i\varDelta_j\right)$$

$$\left(\text{因}\sum_{i\cdot j}\varDelta_i\varDelta_j \xrightarrow[n\to\infty]{\text{对称分布}} 0\right) \quad = \frac{1}{n^3}\left(\sigma^2+\sigma^2+\cdots+\sigma^2+0\right) = \frac{1}{n^2}\sigma^2$$

有

$$\frac{1}{n}\sigma^2 = n\cdot\frac{1}{n}\sum\left(\bar{x}-x_0\right)^2 = \sigma_{\bar{x}}^2$$

则平均值的标准误差$\sigma_{\bar{x}}$（取正方根）的定义式为

$$\sigma_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

其物理意义表示，用多次测量取平均的方法来减小实验结果的随机偏差。

对$\left(x_i-\bar{x}\right)^2$求平均，有

$$\begin{aligned}\overline{\left(x_i-\bar{x}\right)^2}&=\frac{1}{n}\sum_i\left(x_i-\bar{x}\right)^2=\frac{1}{n}\sum_i\left[\left(x_i-x_0\right)-\left(\bar{x}-x_0\right)\right]^2\\&=\frac{1}{n}\left[\sum_i\left(x_i-x_0\right)^2+n\left(\bar{x}-x_0\right)^2-2\sum_i\left(\bar{x}-x_0\right)\left(x_i-x_0\right)\right]\\&=\frac{1}{n}\left[\sum_i\left(x_i-x_0\right)^2-n\left(\bar{x}-x_0\right)^2\right]\\&=\frac{1}{n}\left[ns^2-n\left(\frac{s^2}{n}\right)\right]=\frac{n-1}{n}s^2\end{aligned}$$

得贝塞尔公式

$$s^2=\frac{1}{n-1}\sum_i\left(x_i-\bar{x}\right)^2$$

则标准偏差s（正根）的定义式为

$$s=\sqrt{\frac{\sum_i\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{n-1}}$$

物理意义是，s只与测量的精密度有关。

因为测量次数增加时$\bar{x}$的变化比x小，所以，在统计意义上$\bar{x}$的标准偏差$s_{\bar{x}}$比s小。$s_{\bar{x}}$与测量次数n的关系如图 1.2 所示，从图 1.2 中可看出当$n\to10$时，$s_{\bar{x}}$已很小，因此物理实验的测量次数多数取到$n=10$已满足实验要求，即测量次数较多的多次测量的平均值已趋向于测量值所满足的高斯分布。

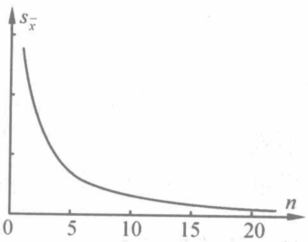


图 1.2　$s_{\bar{x}}$随n变化的曲线

当同一个物理量遇到不同测量次数的测量时，其结果的平均值标准偏差不同，它属于不等精密度测量，其平均值应用加权平均法求得。

标准偏差与平均偏差的关系：

在有限次测量中，有

$$\begin{aligned}\bar{\upsilon}&=\frac{1}{n}\int_{-\infty}^{\infty}n\upsilon f(\upsilon)\mathrm{d}\upsilon\\&=\frac{1}{n}\int_{-\infty}^{\infty}n\upsilon\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\upsilon}\exp\left(-\frac{\upsilon^2}{2s^2}\right)\mathrm{d}\upsilon=\sqrt{\frac{2}{\pi}}s\end{aligned}\tag{1.12}$$

由此可得，$\bar{\upsilon}$ 处在 $\pm\sqrt{\frac{2}{\pi}}s$ 区间的概率是 57.5%。

5. 标准不确定度（Standard uncertainty）u

以标准偏差表示的测量不确定度称为标准不确定度，用 u 表示，它反映平均值偏离真值的大小，是测量准确度的定量表达。标准不确定度 u 是估计方差 u^2 的正平方根。采用不确定度来表示测量结果的可信性是一种标准规范，不确定度也是一种标准偏差，它包含了测量结果的全部误差来源，它只是一个参数。计算标准偏差的目的在于对测量结果的不确定度从程度上加以估计（不确定度是能够较正确地解释半定性和半定量的问题），故不确定度不能用于修正测量结果。

由于有限次测量的 t 分布函数的峰值要比正态分布的略小，而要将统计分布的随机偏差与非统计性分布的系统误差进行统一表达，需要在处理测量结果的表达中进行不确定度的合成，并且合成不确定度 u_c 还应乘以一个不小于 1 的包含因子 k_P，使之扩大以与正态分布相合，它与测量次数 n 和概率 P 有关。k_P 与 $n-1$ 和 P 的关系可见表 1.1。

表 1.1　k_P 值与 $n-1$ 和 P 的关系

k_P \ $n-1$ / P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	∞
0.683	1.84	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05	1.03	1.00
0.955	12.71	4.30	3.16	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23	2.09	1.96
0.997	636.62	31.60	12.92	8.61	6.86	5.96	5.40	5.04	4.78	4.59	3.85	3.29

测量结果表达（当概率 $P=95\%$时 $k=2$，对 $P\geqslant0.95$ 时，可不注明 P）

$$x=\bar{x}\pm k_P u_c \text{（单位）或}\quad x=\bar{x}\left(1\pm k_P\frac{u_c}{x}\times100\%\right)\text{（单位）}\tag{1.13}$$

对于任何测量过程，我们是用测量不确定度这个参数定量地评价测量的质量。测量不确定度越小，测量质量越高。在物理实验中，要求同学们用不确定度理论来评价测量质量，而不再使用误差表达的理论。

二、不确定度的估计

不确定度与误差是完全不同的两个概念，不应混淆或误用，在重复性条件下，相同测量结果的误差相同，而不同测量结果也可有相同的不确定度。

测量过程中的随机效应与系统效应均会产生测量不确定度，数据修约也会导致不确定度。基于概率分布的估计方法，常用数理统计法和物理数学法将 u 划分为 A 类不确定度评定和 B 类不确定度评定，作为定量表示。A 类不确定度是对测量结果进行统计分析方法的估计，可用平均值标准偏差 $s_{\bar{x}}$ 表述，代号 u_A，$u_A=s_{\bar{x}}$。B 类不确定度是对其他