

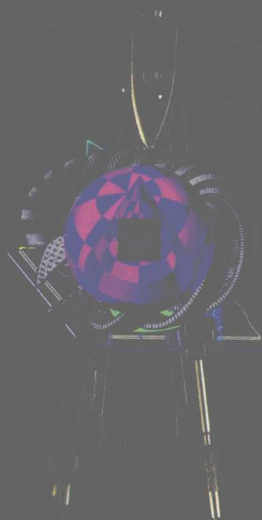
SHIJIE ZHUMING PINGMIAN JIHE
JINGDIAN ZHUZUO GOUCHEN

世界著名平面几何 经典著作钩沉

几何作图专题卷

(上)

刘培杰 主编

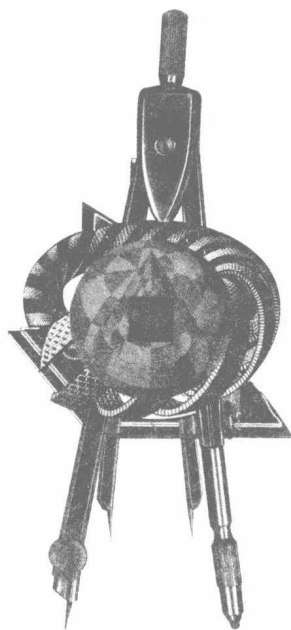


哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

世界著名平面几何经典著作钩沉

几何作图专题卷 (上)

刘培杰 主编



哈尔滨工业大学出版社

内 容 提 要

本书共分五编,分别为第一编近世几何学初编,第二编几何作图题解法及其原理,第三编初等几何学作图不能问题,第四编几何作图题及数域运算,第五编奇妙的正方形.

本书适合大学生、中学生及平面几何爱好者.

图书在版编目(CIP)数据

世界著名平面几何经典著作钩沉.几何作图专题卷.
上/刘培杰主编.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,
2009.4

ISBN 978 - 7 - 5603 - 2816 - 4

I . 世… II . 刘… III . ①平面几何②画法几何
IV . O123.1 O185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 027020 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 唐 蕾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 黑龙江省教育厅印刷厂

开 本 787mm × 960mm 1/16 印张 31.25 字数 54.5 千字

版 次 2009 年 6 月第 1 版 2009 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 2816 - 4

印 数 1 ~ 3 000 册

定 价 48.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前言

尺规作图问题绝不是初等数学爱好者的袖珍玩具,其中蕴含着人类理性思维的大智慧.社会对其重视程度可以从美国数学家 B·波尔德 (Benjamin Bold) 在其著作《Famous Problems of Geometry and How to Solve Them》(有中译本)的序言中窥其一斑.

1963 年 6 月,美国政治与社会科学研究院主办了一次关于数学与社会科学的讨论会,会上提交论文的作者之一——奥斯卡·摩利根斯坦 (Oscar Morgenstern, 1902—?) 曾与约翰·冯·诺伊曼 (John Von Neumann, 1903—1957) 一起撰写了《博弈论与经济行为》(Theory of Games and Economic Behavior) 一书.该书促进了数学在解决经济学问题中的应用,导致了数学“博弈论”的发展.摩利根斯坦博士在此次大会上所发表的论文被称为“数学在经济学中应用的极限”.这篇重要论文的第一段是这样的:虽然人类智慧得出的一些深刻见解以否定的形式得以最好的表述,但是以绝对的方式来讨论应用的极限是极其危险的.这些见解包括不可能存在永动机,光速不能被超过,只用直尺与圆规不能化圆为方,不能三等分角,等等.这些命题中的每一个都是大量脑力劳动的成果,所有命题都是基于几百年的研究工作,或者依据大量的经验证据,或者依据新数学的发展,或者二

者兼而有之,虽然是以否定的形式表述的,但是这些命题和其他的发现都是真正的成就,并且是对人类知识的巨大贡献,所有这些都涉及数学推理,某些知识实际上属于纯粹数学范围,纯粹数学富有大量禁令性的与不可能的命题.

除古希腊学者外最开始对几何作图感兴趣的是阿拉伯人.如阿拉伯数学家阿布·韦法(Abul-Wefa, 940—998)写过一本《技工学校学生必须掌握的几何作图》,他率先研究了用直尺和一支“张口”固定的圆规作图;他作出了与三个相等正方形的面积和相等的正方形的边.

另一位阿拉伯数学家阿尔·比鲁尼(al-Bīrūnī, 973—约 1050),是第一个向印度学者介绍古希腊数学与天文学著作的人,并把这些著作译成梵文.在《纪念历代先哲》一书中,记述了许多珍贵的数学史料,介绍了三等分任意角,立方倍积及为解三次方程而确定正九边形边长的问题,阿尔·比鲁尼是中亚著名学者,比较知名的著作是《印度记》.

那个时期在世界范围内阿拉伯学者十分活跃,法拉比(al-Fārābī, 870—950)写出了《问题的源泉》(Fontes quaestionum),《论理智与知性》(De intellectu et intellectum)(拉丁译).阿拉伯经院学者莫塔卡里姆(Mutakalimūn)活动在这一时期,当时还出版了一本由 51 篇论文组成的百科全书《纯粹的兄弟》(Ichwan as-safā).

根据现有的资料看,在历史上最先明确提出尺规限制作图的是伊诺皮迪斯(Oenopides, 约前 465),他生于希俄斯,大概属于毕达哥拉斯学派,根据欧德莫斯的记载,伊诺皮迪斯发现了下面的作图法:在已知直线的已知点上,作一角与已知角相等.如不限工具,则轻而易举.

其他一些涉猎几何作图的数学家有:

康赛(Konsai, 1805—1880)日本数学家,他的著述甚丰,有 15 篇较为著名,其中详细地研究了平面几何作图问题,提出了许多有趣的平面作图题.

马尔法蒂(Malfatti, 1731—1807)意大利数学家,毕业于柏伦诺大学,1771 年起在斐拉拉大学数学系工作,1803 年他提出并成功地解决了著名的马尔法蒂问题:在一个已知三角形内画三个圆,使每个圆与其他两圆及三角形两条边相切.

莫尔(Mohr, 1640—1697)丹麦数学家,他于 1672 年发表了《丹麦的欧几里得》一书,书中指出凡能用直尺和圆规作的图,可以只用一只圆规完成.1673 年又发表了著作《奇妙的欧氏纲要》解决了关于欧几里得作图的有关问题.大约时隔 100 年之后,马歇罗尼又重新提出并解决了这类问题,于是与之相关的一些论断现在都称为莫尔—马歇罗尼定理.

平面几何作图三大不能问题有多种解法,因为难处是工具的限制,如不限

工具或不必遵守作图公设,三大问题是可以解决的.事实上,早在古希腊时代已有各种各样的解法,正因为只有冲破尺规的限制才能解决问题,所以常常使人闯入未知的领域里去有所新的发现:门奈赫莫斯为了解倍立方问题而发现圆锥曲线便是最突出的例子,还有蒙蒂克拉(J. E. Montucla, 1725—1799)的割圆曲线(quadratrix),尼科米迪斯(Nicomedes, 约前 250)的蚌线(cochoil),埃拉托塞尼方法,狄俄克利斯(Diocles, 约前 190)的蔓叶线(cissoid)方法可解倍立方问题和三分角问题,德国数学家阿德勒(Adler August, 1863—1923)的《几何作图》中专门论及这些方法.

从现代人的眼光看当时的著作难免会产生轻视的倾向,但要放到历史背景中看则会清楚其价值,著名美国天文学家纽康(Simon Newcomb, 1835—1909)在《一个天文学家的回忆》中告诉我们,弗吉尼亚大学有个研究生,坚持认为几何学家假定直线没有厚度是错误的,根据此观点,这位老兄发表了一部中学几何课本,得到了纽约一个有影响的学校官员的认可.结果,此书被接受(或几乎被接受)为纽约公立中学的课本.

在近代,著名数学家中研究过平面几何作图问题的人更多,如韦达、笛卡尔、费马、斯吕空(R. F. de sluse, 1622—1685)、维维阿尼(V. Viviani, 1622—1703)、惠更斯、牛顿等都提出过解法.俄罗斯数学家中也有多人研究过平面几何作图问题,如阿列克山德罗夫(Alexandrov, 1856—1919)1878年毕业于彼得堡大学,先后在唐波夫、莫斯科工作,著有《解决几何作图问题的方法》;奥勃列伊莫夫(O-breimov, 1843—1910)毕业于喀山大学,曾流亡瑞士,著有《三大难题》(1884);奥斯特罗格拉德斯基(Ostrogradskij, 1801—1862),俄国彼得堡科学院院士,著有《初等几何教程》,其中有很大篇幅讨论了几何作图问题;切特维鲁欣(Chetveruhin, 1891—1974),1915年毕业于莫斯科大学,并留校深造,1918年成为教授,著有《中学几何教程的教学法和几何作图法》(1946).

受西方科学的影响,在洋务运动,“五·四”运动的推动下,像平面几何作图这类无明显实际用途的知识也逐渐开始在中国普及,如下列几位:

吴在渊(1884—1935)是中国一位自学成才的数学家和数学教育家,吴在渊主张:“中国学术,要求自立”,并身体力行大力倡导讲演、翻译、编纂、著述的“自立之道”,他翻译了大量的外国数学著作,如《几何作图题解法及原理》.

徐建寅(1854—1901),字仲虎,中国清代无锡徐寿之子,他在引进西方科学技术方面做了很多工作,他与英国人傅立雅合译了《运规约指》3卷,此书专讲几何作图问题.

杨作枚,字学山,中国清代无锡人,他是杨定三的孙子,也是梅文鼎学术上

的挚友,他为梅文鼎的《弧三角举要》增补了《解割圆之根》1卷,较系统地论述了有关正多边形的证明和作图方法.

近年中国数学家中关注尺规作图问题较多的是曾昭安,其为留美博士(哥伦比亚大学),曾任武汉大学教授,著有《直尺与圆规作图不能问题》及至后来有许纯舫、梁绍鸿等也研究过这一问题,但都没有专门的著作问世.

本书的出版从教育方面说是数学教育多元化及弱化应试教育呼声日益强烈的结果,也是读者阅读口味多样化及数学科普广泛化的结果.回顾一下三大作图问题产生的背景对目前出版环境的理解是有益处的.雅典兴起之时,奴隶占国家人口的大多数,劳动力并不缺乏,这就在有闲阶级中产生了一种强烈欲望,要求有某种形式的文化,作为社会的或政治的帮助.一批职业教师满足了这个要求,这些教师感到执教是光荣的,并且以此为生,他们对“国民”教育产生了广泛兴趣,顺带便普及了数学,在现代数学普及做得好的是波兰.

1992年 Jean - Pierre kahane 在巴黎的波兰科学院科学中心讲演时说:事实上,波兰数学的成就是其民族自豪感的一个因素.今天,像罗马尼亚或越南这些穷国为他们在国际数学竞赛中所取得的成就自豪.也许在数学上达到最优比在高能物理上容易些,数学可以既是普及的,也是精英的.

可是在波兰,数学是以另一种形式成为普及的,那里有高度通俗化的伟大传统.例如,亚尼谢夫斯基(Janiszewski, 1888—1920)的《对自学者的建议》以及斯坦因豪斯(Steinhaus, 1887—1972)的《数学万花境》.我回想起1983年在国际数学家大会上,有过一次会议讨论大众数学,一般的想法是,不是要大家什么都懂,而是要没有人对数学园地感到陌生.

数学之普及除了唤起人们对数学的热爱,还会告诉人们什么是已经解决的了,什么是不可解的.

一个没上过学的人费尽心力去三等分任意角,化圆为方,将立方体加倍,证明平行公设,发明永动机或抗引力屏,一点儿也不奇怪.一个当选的政治家想做这些事情,也不奇怪.可是我们一定会奇怪,一所著名大学的校长竟然也做过那些事情.

1931年,匹兹堡迪肯(Duquesne)大学校长卡拉汉神父(Reveraend Jeremiah J. Callahan)发表了三等分角的一个尺规作图法,毫无疑问,它是错误的.

数学史家梁宗巨教授指出:时至今日,三大问题可以说已彻底解决,可是仍然不断有人试图用尺规法解,他们不了解问题的实质和它的历史,白白浪费了许多时间和精力,这是很可惜的.当然很多人不知尺规的限制,用其他办法解决,但那已经不是我们所提到的问题了.直线和圆有自我重合的特性——就是

说,直线的每条线段都和其他同样长度的直线段全等,每段圆弧都和其他同样长度的圆弧全等.还有一种曲线也具有这样的性质,即圆螺旋线.德·摩根说过,假如欧几里得允许用这三种曲线来构造几何图形,我们也就不会听说不可能的三等分角,倍立方和化圆为方问题了.

本书是一部世界几何名著的汇集,用美国数学家 Terence Tao 在《(New Series) of the AMS》(Vol.44(2007),No.4.623~634 页)上发表的一篇题为《什么是好数学?》中的观点说:好的数学诠释性文章包括关于一个适时数学专题的详细并富于信息的概述或者是一个清晰并极具启发性的论述,文章是如此评价标准,书也亦然,不过这样的书译起来更难,远远超过纯专业书,但此事有意义,值得一干.

据吴大任先生回忆:“文化大革命”中,曾有红卫兵问我:“你将来准备干什么?”我说:“翻译数学书.”他们说要求太低了,我说:“不低.我有一定的数学基础,汉语基础和外语基础,所以有条件做这件事;另外,这是一项有意义的,必要的,也是为人民服务的一种形式.”(南开人文库《吴大任教育与科学文选》崔国良选编,南开大学出版社,389 页)

阅读本书容易,但解其中的题目是要花一点时间的,但这极易成为人们抛弃本书的理由.著名数学家孔涅(Alan Connes,1947—)在接受 Catherine Goldstein! George Skandalis 访谈时回忆说:在那时我们一直在做平面几何的练习,我们习惯于花掉整个晚上去为这些题目冥思苦想,可是现在,如果你在考试卷上出了同样的题目,你将被你的学生称为杀手.

爵士乐手通常有两个基本目标:一是创造不落窠臼的音乐,令人无从得知下一步的走向;二是以全新的方式来传承古老的真理,赋予人阐幽探微的乐趣,本书的出版也有两个基本目标:一是给图书市场提供一点新鲜的“旧货”,给满足热点的书架增加一个冰点;二是以怀旧的方式勾起当年的年轻读者,忆往昔峥嵘岁月稠.

刘培杰

2009 年 4 月 1 日



哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室

已出版(即将出版)图书目录



书 名	出版 时间	定 价
新编中学数学解题方法全书(高中版)上卷	2007-09	38.00
新编中学数学解题方法全书(高中版)中卷	2007-09	48.00
新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(一)	2007-09	42.00
新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(二)	2007-09	38.00
新编中学数学解题方法全书(初中版)上卷	2008-01	28.00
新编平面解析几何解题方法全书	即将出版	28.00
数学眼光透视	2008-01	38.00
数学思想领悟	2008-01	38.00
数学应用展观	2008-01	38.00
数学建模导引	2008-01	28.00
数学方法溯源	2008-01	38.00
数学史话览胜	2008-01	28.00
从毕达哥拉斯到怀尔斯	2007-10	48.00
从迪利克雷到维斯卡尔迪	2008-01	48.00
从哥德巴赫到陈景润	2008-05	98.00
从庞加莱到佩雷尔曼	即将出版	88.00
天庭的秩序——三体问题的历史	即将出版	88.00
空间想象力的发展	即将出版	48.00
走向国际数学奥林匹克的平面几何试题诠释(上、下)	2006-12	68.00
平面几何证明方法全书	2007-08	35.00
平面几何证明方法全书习题解答	2006-12	18.00
最新世界各国数学奥林匹克中的平面几何试题	2007-09	38.00
初等数学复习及研究(平面几何)	2008-09	58.00
初等数学复习及研究(平面几何)习题解答	2009-01	48.00
世界著名平面几何经典著作钩沉——几何作图专题卷(上)	2009-06	48.00
世界著名平面几何经典著作钩沉——几何作图专题卷(下)	2009-08	48.00
几何变换与几何证题	即将出版	68.00
500个世界著名几何名题及1000个著名几何定理	即将出版	78.00
三角形的五心	即将出版	28.00
历届 IMO 试题集(1959—2005)	2006-05	58.00
历届 CMO 试题集	2008-09	28.00
全国大学生数学夏令营数学竞赛试题及解答	2007-03	28.00



哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室

已出版(即将出版)图书目录



书 名	出版 时间	定 价
历届美国大学生数学竞赛试题集	2009-03	88.00
历届俄罗斯大学生数学竞赛试题及解答	即将出版	68.00
数学奥林匹克与数学文化(第一辑)	2006-05	48.00
数学奥林匹克与数学文化(第二辑)(竞赛卷)	2008-01	48.00
数学奥林匹克与数学文化(第二辑)(文化卷)	2008-07	58.00
数学奥林匹克与数学文化(第三辑)(竞赛卷)	即将出版	58.00
500个最新世界著名数学智力趣题	2008-05	48.00
400个最新世界著名数学最值问题	2008-09	48.00
500个最新世界著名数学征解题	即将出版	68.00
400个最佳数学征解老问题	即将出版	48.00
初等数论难题集(第一卷)	2009-05	68.00
初等数论难题集(第二卷)	即将出版	98.00
组合数学难题集	即将出版	38.00
数学 我爱你	2008-01	28.00
博弈论精粹	2008-03	58.00
精神的圣徒 别样的人生——60位中国数学家成长的历程	2008-09	48.00
数学史概论	即将出版	78.00
多项式和无理数	2008-01	68.00
模糊数据统计学	2008-03	48.00
解析不等式新论	即将出版	68.00
数学奥林匹克不等式研究	即将出版	68.00
初等数学研究(Ⅰ)	2008-09	68.00
初等数学研究(Ⅱ)(上、下)	2009-05	118.00
中国初等数学研究	2009-05	20.00
数学奥林匹克超级题库(初中卷)	即将出版	88.00
中等数学英语阅读文选	2006-12	38.00
统计学专业英语	2007-03	28.00
中考数学专题总复习	2007-04	28.00

联系地址:哈尔滨市南岗区复华四道街10号哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室

邮 编:150006

联系电话:0451-86281378 13904613167

E-mail:lpj1378@yahoo.com.cn

◎
目
录

第一编 近世几何学初编

第一章 角、三角形、平行线、平行四边形之理论 // 3

第二章 矩形之理论 // 19

第三章 圆之理论 // 26

第四章 内接形与外接形 // 43

第五章 // 53

第一节 比及比例 // 53

第二节 相似心 // 63

第三节 调和束线之理论 // 66

第四节 反演之理论 // 71

第五节 同轴圆 // 83

第六节	非调和比之理论	//	94
第七节	极、极线及倒形之理论	//	104
第八节	杂题	//	108

第六章 // 124

第一节	等角共轭点、等距共轭点、逆平行、类似中线之理论	//	124
第二节	两顺相似形	//	129
第三节	Lemoine, Tucker 及 Taylor 圆	//	133
第四节	三相似形系之普通理论	//	140
第五节	圆形理论之应用顺相似	//	144
第六节	调和多边形之理论	//	150
第七节	联合图形之理论	//	162
第八节	杂题	//	166

第二编 几何作图题解法及其原理

第一章 轨迹 // 181

第一节	点的轨迹	//	181
第二节	直线的轨迹	//	204

第二章 图形的变易 // 208

第一节	平移	//	208
第二节	转置	//	214

第三章 旋转的理论 // 220

附 录 // 233

第一节	论圆弧的相交	//	233
第二节	圆组	//	234
第三节	关于用直尺和圆规作图的可能性	//	238

第三編 初等几何学作图不能问题

第一章 绪论 // 245

第二章 几何学之作用与代数学之运算 // 246

第三章 既约及未约代数的有理整函数 // 253

第四章 既约三次方程式及其几何的意味 // 263

第五章 关于代数方程式(得以有限回有理运算及开平方而解之之方程式)佩特森之研究及其几何学的应用 // 278

第六章 圆周之等分问题及圆积问题 // 285

附录一 作图不能问题例题增补 // 296

附录二 正十七角形之作图法 // 308

附录三 圆周及角之近似的等分法 // 314

附录四 用直线及圆以外之曲线以解所谓三大问题之方法 // 318

附录五 求等于圆周之直线之近似的解法 // 334

附录六 π 之值 // 336

第四編 几何作图题及数域运算

第一章 引言 // 343

第二章 基本几何作图题 // 345

第一节 数域 (Fields) 之构造与开平方 // 345

第二节 正多边形 // 347

第三节 Apollonius 问题 // 348

第三章 可作数与数域 // 351

第一节 一般理论 // 351

第二节 一切可作数皆为代数数 // 356

第四章 希腊三大问题之不可作 // 358

第一节 倍立方 // 358

第二节 三次方程式之一定理 // 359

第三节 三分角 // 360

第四节 正七边形 // 361

第五节 方圆问题概略 // 362

第五章 几何变换 反演 // 364

第一节 一般讨论 // 364

第二节 反演之性质 // 365

第三节 反点之作图 // 366

第四节 如何单用圆规平分线段与求出圆心 // 367

第六章 用他种工具作图法 Mascheroni 单用圆规作图法 // 369

第一节 倍立方之古典作图法 // 369

第二节 单用圆规之作图法 // 370

第三节 用器械作图,器械作出之曲线,摆线 // 372

第四节 联节器 Peaucellier 与 Hart 反演器 // 374

第七章 再论反演及其应用 // 377

第一节 角之不变性,圆族 // 377

第二节 对 Apollonius 问题之应用 // 379

第三节 反复反射 // 380

附录 我国之三分角家及方圆家 // 381

第一节 三分角问题略史 // 381

第二节 汪联松 // 381

第三节 吴佑之 // 382

第四节 杨师禹 // 385

第五节 杨嘉如 // 386

第六节 论准确度 // 388

第七节 袁成林 // 389

第八节 宋叙伦 // 390

第九节 刘明 // 392

第十节 尾声 // 393

第五编 奇妙的正方形

第一章 引言 // 397

第二章 改变正方形 // 399

第三章 改变正方形的几何学 // 416

第一节 正方形的分割问题 // 416

第二节 阿布·韦法用三个相等的正方形拼成一个正方形 // 417

第三节 改变正方形成三个相等的正方形的两种方法 // 418

第四节 改变正方形成等边三角形 // 423

第五节 改变等边三角形成正方形 // 426

第六节 切开平行四边形使切成各块拼成一个正方形 // 427

第七节 改变正方形的可能性 // 430

第八节 改变正方形成 $2, 3, \dots, n$ 个等边三角形 // 436

第四章 正方形的一些奇妙性质 // 455

第一节 正方形比其他的四边形“优越” // 455

第二节 折叠正方形的折纸作图法 // 458

第三节 正方形中的正方形 // 461

第四节 正方形和金刚石 // 464

第五节 围绕正方形的正方形 // 465

第六节 完全正方化 // 468

第七节 电流和正方形 // 469

后 记 // 481

第一编

近世几何学初编

原著 Casey

编译 李 俨