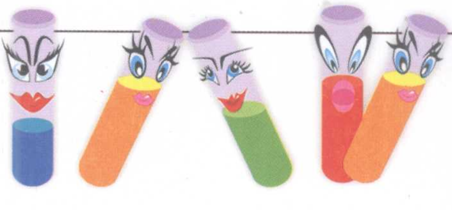
五年 高考试题透视

WUNIANGAOKAO
SHITITOUSHI
SHUXUE

2004~2008



数学

（上海卷）

王继延 张进兴 韩士安 吕志勇 杨家政 阮瑾怡 编

上海科技教育出版社

SHUXUE

五年高考试题透视

数学

（上海卷）

王继延 张进兴 韩士安 吕志勇 杨家政 阮瑾怡 编

上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

五年高考试题透视.数学.上海卷/王继延等编.—上海:上海科技教育出版社,2008.8
ISBN 978－7－5428－4656－3

Ⅰ.五... Ⅱ.王... Ⅲ.数学课－高中－解题－升学参考资料 Ⅳ.G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 105803 号

五年高考试题透视

数　　学

(上海卷)

王继延　张进兴　韩士安
吕志勇　杨家政　阮瑾怡　编

出版发行：上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 技 教 育 出 版 社
(上海市冠生园路 393 号　邮政编码 200235)
网　　址：www.ewen.cc
www.sste.com
经　　销：各地新华书店
印　　刷：常熟市兴达印刷有限公司
开　　本：787 × 1092　1/16
字　　数：265 000
印　　张：11
版　　次：2008 年 8 月第 1 版
印　　次：2008 年 8 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978－7－5428－4656－3/O·574
定　　价：18.00 元

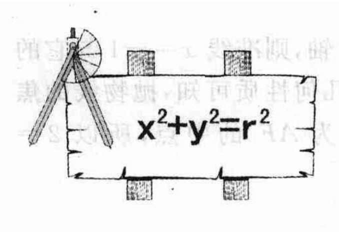
前　言

高考是一次竞争十分激烈的选拔性考试。为了帮助广大师生了解高考对考生在知识和能力上的具体要求及各学科的考查重点，熟悉最新的考题形式，我们编写了这套“五年高考试题透视”丛书。

本丛书将近五年的高考试题依年份次序编排，逐年逐题分析。每一年份中每一题依出题背景、解题思路、考题拓展编排。其中出题背景主要是揭示出题者出这一试题的目的，欲考核考生哪些知识点，及其在分析问题、解决问题方面的哪些能力。解题思路给出了如何分析考题、解决问题的方法。考题拓展提供与该考题相关的同类变形题或拓展提高题，供读者练习，以期提高考生解题的应变能力。

本丛书针对每一考题，分析了出题背景，展示了解题思路，提供了考题拓展练习，并对五年考题作了横向比较和纵向归纳，从中透视出高考考题的奥秘，揭示出每一学科不同知识块中各考点的冷热变化状况，探寻出高考命题的变化轨迹，预测今后高考试题可能的发展方向和考查重点。这样有助于减少教师和学生在复习迎考中的盲目性，加强复习的针对性，减轻考生的负担，提高复习效果。

参加本丛书编写的作者均是多年从事高考辅导、考题研究及多次参加高考阅卷的资深教师，书中融进了他们多年指导学生高考所积累的丰富经验和研究考题的心得。本丛书在指导学生高考复习方面具有鲜明的特色，读者可以从中得益不少。



2004 年高考试题(理科)点评及拓展

考题 1

若 $\mathrm{tg}\alpha=\frac{1}{2}$,则 $\mathrm{tg}\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$________.

出题背景 本题考核三角函数的概念、相关公式以及特殊角的三角函数.

解题思路 本题直接应用两角和的正切公式后再将 $\mathrm{tg}\alpha=\frac{1}{2}$,$\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{4}=1$ 代入即可求得解答:

$$\begin{aligned}\mathrm{tg}\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)&=\frac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{4}}{1-\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{4}}\\&=\frac{\frac{1}{2}+1}{1-\frac{1}{2}\cdot 1}\\&=3.\end{aligned}$$

考题拓展

◆ **1－1** $\mathrm{tg}105^{\circ}=$________.

◆ **1－2** 设 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$,且 $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$,则 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=$________.

考题 2

设抛物线的顶点坐标为(2,0),准线方程为 $x=-1$,则它的焦点坐标为________.

出题背景 本题考查二次曲线的方程及相关几何对象(如准线方程、焦点坐标等)之间的关系.

解题思路 由已知条件可知，该抛物线的对称轴为 x 轴，则准线 $x=-1$ 与它的对称轴的交点为 $A(-1,0)$. 由抛物线的几何性质可知，抛物线的焦点 $F(x_0,0)$、顶点 $V(2,0)$ 及 $A(-1,0)$ 同在对称轴上且 V 为 AF 的中点，所以 $2=\frac{x_0+(-1)}{2}$，解得 $x_0=5$，即抛物线的焦点坐标为 $(5,0)$.

本题如按常规做法，先由已知条件，求得抛物线的方程为 $y^2=12(x-2)$，再由此方程求得焦点坐标为 $(5,0)$，则不够简捷.

考题拓展

◆ 2－1　设抛物线的准线方程为 $x+3=0$，焦点坐标为 $(1,0)$，则此抛物线的方程为________.

◆ 2－2　某双曲线以直线 $x=-1$，$y=2$ 为对称轴，如果它的一个焦点在 y 轴上，那么它的另一个焦点的坐标是________.

考题 3

设集合 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$，集合 $B=\{a,b\}$. 若 $A\cap B=\{2\}$，则 $A\cup B=$________.

出题背景 考查集合的交与并的概念及对数的运算.

解题思路 由 $A\cap B=\{2\}$ 知 $2\in A$ 且 $2\in B$. 由 $2\in A$ 知 $\log_2(a+3)=2$，解得 $a=1$，进而由 $2\in B$ 得 $b=2$，所以 $A\cup B=\{1,2,5\}$.

考题拓展

◆ 3－1　设集合 $A=\{\log_5(x^2+1),\log_2(3x-2)\}$，集合 $B=\{x,y\}$. 若 $A\cap B=\{1\}$，则 $A\cup B=$________.

◆ 3－2　设集合 $A=\{\log_3(x^2-1),x\}$，集合 $B=\{\log_2 2x,1\}$. 若 $A=B$，则 $A=$________.

考题 4

设等比数列 $\{a_n\}(n\in \mathbf{N})$ 的公比 $q=-\frac{1}{2}$，且 $\lim\limits_{n\to\infty}(a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2n-1})=\frac{8}{3}$，则 $a_1=$________.

出题背景 本题考查等比数列的通项公式、求和公式以及极限的计算.

解题思路　由等比数列通项公式得 $a_{2k-1}=a_1q^{2k-2}$，于是得 $a_1,a_3,a_5,\cdots,a_{2n-1}$ 构成公比为 $q^2=\frac{1}{4}$ 的等比数列，于是

$$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2n-1}=a_1\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n}{1-\frac{1}{4}}.$$

从而

$$\frac{8}{3}=\lim_{n\to\infty}(a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2n-1})$$
$$=\frac{a_1}{1-\frac{1}{4}},$$

由此得 $a_1=2$.

考题拓展

◆ **4-1**　设等比数列 $\{a_n\}(n\in\mathbf{N})$ 的公比 $q=\frac{1}{3}$，且 $\lim\limits_{n\to\infty}(a_2+a_4+\cdots+a_{2n})=\frac{3}{2}$，则 $a_1=$________.

◆ **4-2**　设等比数列 $\{a_n\}(n\in\mathbf{N})$ 的公比 $q=\frac{1}{2}$，且 $\lim\limits_{n\to\infty}(a_1+a_3+\cdots+a_{2n-1})=\frac{8}{3}$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}(a_1+a_2+\cdots+a_n)=$________.

考题5

设奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-5,5]$. 若当 $x\in[0,5]$ 时，$f(x)$ 的图象如图 2004-1 所示，则不等式 $f(x)<0$ 的解是________.

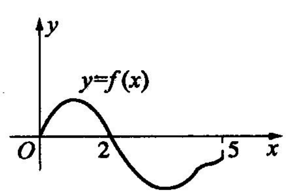


图 2004-1

出题背景　考查奇函数的概念.

解题思路　对于奇函数与偶函数，除了要掌握它们的解析定义外，还必须从函数的图象上把握其特性，即两个对称性：(1)定义域关于原点对称；(2)奇

函数的图象关于原点成中心对称，偶函数的图象关于 y 轴成轴对称. 由于本题是奇函数，由对称性可画出函数 $f(x)$ 的完整图象如图 2004-2 所示：

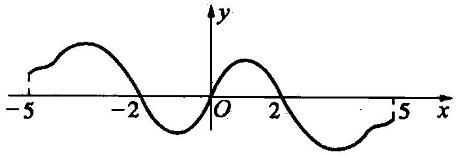


图 2004-2

由此得不等式的解是 $(-2,0)\cup(2,5]$.

考题拓展

◆ **5-1** 设奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-4,4]$. 若当 $x\in[0,4]$ 时，函数

$$f(x)=\begin{cases} x^2, & 0\leqslant x<1, \\ -2x+3, & 1\leqslant x<2, \\ -1, & 2\leqslant x\leqslant 4, \end{cases}$$

则不等式 $f(x)\geqslant 0$ 的解是________.

◆ **5-2** 设偶函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-2,2]$. 若当 $x\in[-2,0]$ 时，函数的图象如图 2004-3 所示，则函数 $f(x)$ 的递增区间是________.

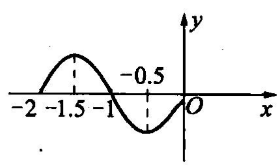


图 2004-3

考题 6

已知点 $A(1,-2)$，若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\vec{a}=\{2,3\}$ 同向，$|\overrightarrow{AB}|=2\sqrt{13}$，则点 B 的坐标为________.

出题背景

考查向量的表示、长度及向量的方向等概念及它们之间的联系.

解题思路

一个向量，既可以由它的起点与终点所唯一确定，又可以由它的长度与方向所唯一确定. 如果平面向量 $\vec{a}$ 的起点与终点分别为 (x_1,y_1)、(x_2,y_2)，则 $\vec{a}=\{x_2-x_1,y_2-y_1\}$. 另一方面，如果已知与 $\vec{a}$ 同向的单位向量 $\vec{\eta}=\{a,b\}$，且 $|\vec{a}|=r$，则 $\vec{a}=r\vec{\eta}=\{ra,rb\}$. 就本题而言，如果设点 B 的坐标为 (x,y)，则 $\overrightarrow{AB}=\{x-1,y+2\}$. 另一方面，与 $\overrightarrow{AB}$ 同向的单位向量为 $\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\left\{\dfrac{2}{\sqrt{13}},\dfrac{3}{\sqrt{13}}\right\}$，而 $|\overrightarrow{AB}|=2\sqrt{13}$，所以 $\overrightarrow{AB}=$

$2\sqrt{13}\cdot\left\{\frac{2}{\sqrt{13}},\frac{3}{\sqrt{13}}\right\}=\{4,6\}$,于是$\{x-1,y+2\}=\{4,6\}$,由此得 $x=5$,$y=4$,即点 B 的坐标为(5,4).

考题拓展

◆ 6-1 已知点 $B(2,1)$.若向量$\overrightarrow{AB}$与 $\vec{a}=\{3,-4\}$反向,且长度为 $\vec{a}$ 的 2 倍,则点 A 的坐标为________.

◆ 6-2 已知向量$\overrightarrow{AB}$的中点 $M\left(-\frac{1}{2},1\right)$.若向量$\overrightarrow{AB}$与$\vec{a}=\{3,2\}$同向,且$|\overrightarrow{AB}|=3|\vec{a}|$,则点 A、B 的坐标分别为________.

考题7

在极坐标系中,点 $M\left(4,\frac{\pi}{3}\right)$到直线 $l:\rho(2\cos\theta+\sin\theta)=4$ 的距离 $d=$________.

出题背景 本题考查极坐标的概念以及极坐标系与直角坐标系的相互转化.

解题思路 由关系式 $x=\rho\cos\theta$,$y=\rho\sin\theta$ 得点 M 的直角坐标为$(2,2\sqrt{3})$,直线 l 在直角坐标系下的方程为 $l:2x+y=4$.从而

$$d=\frac{|2\cdot 2+2\sqrt{3}-4|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{2}{5}\sqrt{15}.$$

考题拓展

◆ 7-1 在极坐标系中,点 $M\left(4,\frac{\pi}{4}\right)$,直线 $l:\rho(2\cos\theta+\sin\theta)=4$,则过点 M 且与 l 垂直的直线方程是________.

◆ 7-2 设直线 l 过点 $M\left(\sqrt{5},-\mathrm{arctg}\,\frac{1}{2}\right)$,且极点到 l 的距离为 2,则直线 l 的极坐标方程为________.

考题8

圆心在直线 $2x-y-7=0$ 上的圆 C 与 y 轴交于两点 $A(0,-4)$、$B(0,-2)$,则圆 C 的方程为________.

出题背景 考查圆的方程及根据已知条件求圆的方程.

解题思路 求圆的方程，关键是要求出圆的圆心坐标及圆的半径. 在本题中，由于已知圆上两点，所以只要求出圆心的坐标，半径也可随之求出了. 设圆心坐标为(a,b)，由于圆心必在弦 AB 的垂直平分线 $y=-3$ 上，所以 $b=-3$. 又由于圆心在直线 $2x-y-7=0$ 上，所以将 $y=-3$ 代入直线方程，得 $x=2$，即 $a=2$. 从而圆心坐标为$(2,-3)$，进一步求得半径为 $\sqrt{5}$. 所以圆 C 的方程为

$$(x-2)^2+(y+3)^2=5.$$

本题也可按常规方法求解如下：

设圆心坐标为(a,b)，半径为 r，则由已知条件得

$$\begin{cases}2a-b=7,\\a^2+(b+4)^2=r^2,\\a^2+(b+2)^2=r^2,\end{cases}$$

解此方程组得 $a=2,b=-3,r=\sqrt{5}$. 于是得圆 C 的方程为

$$(x-2)^2+(y+3)^2=5.$$

考题拓展

◆ **8－1** 经过两点 $A(1,3)$、$B(-2,4)$且圆心在直线 $y=x+3$ 上的圆的方程是________.

◆ **8－2** 与 y 轴相切于点 $A(0,-2)$且被直线 $x-y-1=0$ 截得的弦长为 2 的圆的方程是________.

考题 9

若在二项式$(x+1)^{10}$的展开式中任取一项，则该项的系数为奇数的概率是__________.（结果用分数表示）

出题背景 考查二项式$(a+b)^n$ 的展开式及二项式系数的计算和古典概率的计算.

解题思路 本题所求概率＝[$(x+1)^{10}$的展开式中系数为奇数的项数]÷[$(x+1)^{10}$的展开式的项数]. 易知，$(x+1)^{10}$的展开式有 11 项. 具体计算（或应用杨辉三角形）可知其中有 4 项的系数为奇数. 故所求概率为$\frac{4}{11}$.

当 n 较大时，通过$(x+1)^n$ 的展开式或杨辉三角形来确定展开式中系数为奇数的项的项数比较麻烦，下面介绍一个稍微简单一点的方法.

由于在一个式子中，添上或删去一些系数为偶数的项并不改变这个式子中系数为奇数的项的项数，所以

$(x+1)^{10}$中系数为奇数的项数

$=(x+1)^8\cdot(x+1)^2$ 中系数为奇数的项数

$=(x^8+1)(x^2+1)$中系数为奇数的项数

$=x^{10}+x^8+x^2+1$ 中系数为奇数的项数

$=4.$

考题拓展

◆ **9－1**　若在二项式$(x+1)^{12}$的展开式中任取一项,则该项的系数为 3 的倍数的概率是________.

◆ **9－2**　若在二项式$(x+1)^n$ 的展开式中任取一项，则该项的系数为奇数的概率是________.

考题 10

若函数 $f(x)=a|x-b|+2$ 在$[0,+\infty)$上为增函数,则实数 a、b 的取值范围是________.

出题背景　考查绝对值的概念及函数的单调性.

解题思路　先从简单的情况入手.我们先来研究一下函数 $g(x)=|x-b|$ 的图象.如图 2004-4 所示,当 $x\geqslant b$ 时,函数 $g(x)=|x-b|$ 为增函数.从而由条件知,$a>0$,且$b\leqslant 0$.

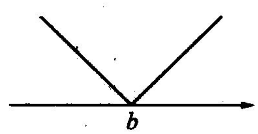


图 2004-4

考题拓展

◆ **10－1**　若函数 $f(x)=a|x^2-bx+1|+2$ 在$[0,+\infty)$上为减函数,则实数 a、b 的取值范围是________.

◆ **10－2**　若函数 $f(x)=ax-\sqrt{x^2+1}$在$[0,+\infty)$上为增函数,则实数 a 的取值范围是________.

考题 11

教材中“坐标平面上的直线”与“圆锥曲线”两章内容体现出解析几何的本质是________.

出题背景 长期以来，中学数学教育往往强调了对数学知识的传授，注重于对具体的解题技巧与技能的培养，而忽略了对学生进行数学素养的教育．本题反其道而行之，它所要求的不是某种具体的知识和技巧，所要回答的是学生对数学的理解与感悟．这就启示我们，在中学数学教育中，不但要教会学生如何做，还要教会学生理解数学，把握数学．

解题思路 要理解解析几何的本质，就要看解析几何主要研究的是什么（几何问题），采用的是什么方法（代数方法），如何把这两者联系起来的（坐标）．由此得出，这两章内容所体现的解析几何的本质是：用代数的方法研究图形的几何性质．

考题拓展

◆ **11－1** 应用数学归纳法证明命题所依据的自然数的性质是____________．

考题 12

若干个能唯一确定一个数列的量称为该数列的“基本量”．设$\{a_n\}$是公比为q的无穷等比数列，下列$\{a_n\}$的四组量中，一定能成为该数列“基本量”的是第______组（写出所有符合要求的组号）．

①S_1与S_2；②a_2与S_3；③a_1与a_n；④q与a_n，

其中n为大于1的整数，S_n为$\{a_n\}$的前n项和．

出题背景 从知识角度考查等比数列的概念与等比数列的通项公式及等比数列的求和．本题同上题一样，它不是要求考生具体的运算技能，而是要求考生通过对等比数列的学习与理解，掌握等比数列的本质属性．特别是考查对“基本量”这一重要概念的理解．在一般的教材或课堂上，总是预先给了一些条件，要求学生根据这些条件，推出所要的结论．对于学生来说，完全是被动的．而本题却不同了，它是先给了结论，要求学生根据结论，去探求结论成立的条件．因此，这是一道研究型的考题．

解题思路 题中给出了4个选项．由于一个数列可由它的首项和公比所唯一确定，所以只要检验一下，由题中每一组所给出的两个量，能否导出a_1与q．我们分别来看：

① S_1与S_2：因$S_1=a_1$，由S_2与a_1可得a_2，进而可得q．所以S_1与S_2为该数列的基本量．

② a_2与S_3：不是．如分别取$a_1=\omega^2, q=\omega$或$a_1'=\omega, q'=\omega^2$ $\left(\text{其中 } \omega=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right)$则都有$a_2=1, S_3=0$．故由$a_2$与$S_3$不能唯一确定等比数列．

③ a_1 与 a_n：不是. 因为 $a_n=q^{n-1}a_1$，∴ $q^{n-1}=\frac{a_n}{a_1}$. 对任一对 a_1、a_n 都有 $n-1$ 个不同的 q. 从而就有 $n-1$ 个不同的等比数列，它们的 a_1 与 a_n 相同.

④ q 与 a_n：得 $a_1=\frac{a_n}{q^{n-1}}$. 因此 q 与 a_n 为该数列的基本量.

考题拓展

◆ **12－1** 设$\{a_n\}$是公差为 d 的无穷等差数列. 下列$\{a_n\}$的四组量中，一定能成为该数列"基本量"的是第________组.(写出所有符合要求的组合)

① S_1 与 S_2；② a_2+a_3，S_4；③ S_m，$S_n(m\neq n)$；④ a_4，S_7.

◆ **12－2** 设$\{a_n\}$是公比为 q 的无穷等比数列，下面是有关这个数列的一些量：

a_1，a_3，a_2a_3，S_2，S_3.

请由这些量组成四个不同的"基本量"(要求每个"基本量"中不包含多余的量)____________________.

◆ **12－3** 若干个能唯一确定一个三角形的量称为该三角形的"基本量". 设 a、b、c 是$\triangle ABC$ 中$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边，那么在 a、b、c、$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 中，能组成$\triangle ABC$"基本量"的组合有多少种？请将它们分别写出来，要求每组"基本量"中不包含多余的量.

考题 13

在下列关于直线 l、m 与平面 α、β 的命题中，真命题是(　　).

(A) 若 $l\subset\beta$ 且 $\alpha\perp\beta$，则 $l\perp\alpha$

(B) 若 $l\perp\beta$ 且 $\alpha/\!/\beta$，则 $l\perp\alpha$

(C) 若 $l\perp\beta$ 且 $\alpha\perp\beta$，则 $l/\!/\alpha$

(D) 若 $\alpha\cap\beta=m$ 且 $l/\!/m$，则 $l/\!/\alpha$

出题背景 本题考查空间中直线与直线、直线与平面以及平面与平面之间的垂直和平行的判别及它们之间的相互依赖关系.

解题思路 因为是立体几何的问题,故可借助于图形直观帮助解题.

(1) 对选项 A,我们可以画出两个互相垂直的平面 α、β,再在平面 β 上找出一条与 α 平行的直线 l(如图 2004-5),故 A 可排除.

(2) 对选项 C,我们可以画出两个互相垂直的平面 α、β,再在平面 α 上找出一条与 β 垂直的直线 l(如图 2004-7),故 C 可排除.

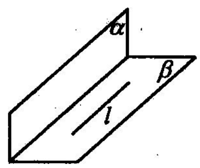


图 2004-5

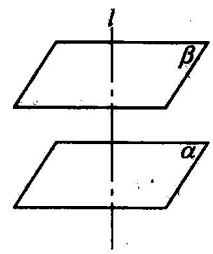


图 2004-6

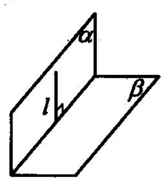


图 2004-7

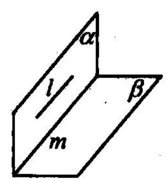


图 2004-8

(3) 对选项 D,我们可以画出两个相交的平面,它们的交线为 m,再在 α 上找出一条与 m 平行的直线 l(如图 2004-8),故 D 也可排除.

(4) 最后剩下选项 B 是正确的(如图 2004-6).

考题拓展

◆ **13－1**　在下列关于直线 l、m 与平面 α、β 的命题中,真命题是(　　).

(A) 若 $l // \alpha$,$m // \beta$,且 $l // m$,则 $\alpha // \beta$

(B) 若 $l // \alpha$,$m // \beta$,且 $l \perp m$,则 $\alpha \perp \beta$

(C) 若 $l \perp \alpha$,$m \perp \beta$,且 $l // m$,则 $\alpha // \beta$

(D) 若 $l \perp \alpha$,$m \perp \beta$,且 $l \perp m$,则 $\alpha // \beta$

◆ **13－2**　在下列关于直线 l、m 与平面 α、β 的命题中,假命题是(　　).

(A) 若 $l // m$,$l \perp \alpha$,$\beta \perp m$,则 $\alpha \perp \beta$

(B) 若 $l \perp m$,$l // \alpha$,$m // \beta$,则 $\alpha // \beta$

(C) 若 $l \perp m$,$m \perp \alpha$,$l \perp \beta$,则 $\alpha \perp \beta$

(D) 若 $l // m$,$l \perp \alpha$,$m \perp \beta$,则 $\alpha // \beta$

考题14

已知 $y=f(x)$ 是周期为 2π 的函数，当 $x\in[0,2\pi)$ 时，$f(x)=\sin\frac{x}{2}$，则 $f(x)=\frac{1}{2}$ 的解集为(　　).

(A) $\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$

(B) $\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{5\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$

(C) $\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$

(D) $\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+(-1)^k\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$

出题背景

本题考查周期函数的概念与三角方程的解.

解题思路

本题可分为两步：(1)求方程 $f(x)=\frac{1}{2}$ 在 $[0,2\pi)$ 上的解；(2)由 $f(x)=\frac{1}{2}$ 在 $[0,2\pi)$ 上的解导出 $f(x)=\frac{1}{2}$ 的所有解.解答如下：

(1) ∵ 当 $x\in[0,2\pi)$ 时，$\frac{x}{2}\in[0,\pi)$，从而由 $\sin\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$，$x\in[0,2\pi)$，得 $\frac{x}{2}=\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{x}{2}=\frac{5\pi}{6}$，由此得方程在 $[0,2\pi)$ 内的解为 $x_1=\frac{\pi}{3}$ 及 $x_2=\frac{5\pi}{6}$.

(2) 由于函数 $y=f(x)$ 的周期为 2π，故方程 $f(x)=\frac{1}{2}$ 的解集为

$$\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}\cup\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{5\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$$
$$=\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}\cup\left\{x\,\middle|\,x=2(k+1)\pi-\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$$
$$=\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}.$$

故选 C.

考题拓展

◆ **14－1**　已知 $y=f(x)$ 是周期为 2π 的偶函数，且当 $x\in[0,\pi]$ 时，$f(x)=\sin\frac{x}{2}$，则 $f(x)=\frac{1}{2}$ 的解集为(　　).

(A) $\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$

(B) $\left\{x\middle|x=2k\pi-\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$

(C) $\left\{x\middle|x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$

(D) $\left\{x\middle|x=2k\pi+(-1)^k\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$

◆ **14－2**　已知 $y=f(x)$是周期为 2π 的奇函数，且当 $x\in[-\pi,0]$时，

$$f(x)=\begin{cases}\cos\frac{x}{3}, & x\in(-\pi,0),\\ 0, & x=-\pi\text{ 或 }0,\end{cases}$$

则 $f(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$的解集为(　　).

(A) $\left\{x\middle|x=2k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$　　(B) $\left\{x\middle|x=2k\pi-\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$

(C) $\left\{x\middle|x=2k\pi\pm\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$　　(D) $\varnothing$

考题 15

若函数 $f(x)$的图象可由函数 $y=\lg(x+1)$的图象绕坐标原点 O 逆时针旋转$\frac{\pi}{2}$得到，则 $f(x)=$(　　).

(A) $10^{-x}-1$　　(B) $10^{x}-1$

(C) $1-10^{-x}$　　(D) $1-10^{x}$

出题背景　本题考查对数函数的图象以及图形变换对函数的解析式的影响.

解题思路　将函数 $g(x)$的图象绕坐标原点 O 逆时针旋转$\frac{\pi}{2}$，就相应于保持函数图象不变，将坐标轴绕原点 O 顺时针旋转$\frac{\pi}{2}$. 于是，坐标轴 x 的正向就变成了 y 轴的正向，坐标轴 y 轴的负向就变成了 x 轴的正向，如图 2004-9 所示.

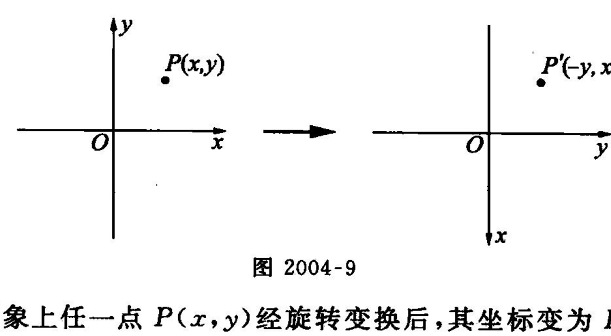


图 2004-9

于是，函数 $g(x)$的图象上任一点 $P(x,y)$经旋转变换后，其坐标变为 $P'(-y,x)$. 于是，对

$y=\lg(x+1)$的图象上一点$P(x,\lg(x+1))$,经旋转变换后变为$P'(-\lg(x+1),x)$,即

$$y'=x,x'=-\lg(x+1).$$

由此得$y'=10^{-x'}-1$,所以$f(x)=10^{-x}-1$.故选A.

考题拓展

◆ **15－1** 若函数$f(x)$的图象可由$y=10^x$的图象绕坐标原点O逆时针旋转$\frac{\pi}{2}$得到,则$f(x)=$(　　).

(A) $y=\lg x$

(B) $y=\lg(-x)$

(C) $y=\lg|x|$

(D) $y=-\lg x$

◆ **15－2** 若函数$f(x)$的图象与$y=\lg x$的图象关于直线$y=-x$对称,则$f(x)=$(　　).

(A) $y=-10^x$

(B) $y=10^{-x}$

(C) $y=-10^{-x}$

(D) $y=10^x$

考题16

某地2004年第一季度应聘和招聘人数排行榜前5个行业的情况列表如下:

行业名称	计算机	机械	营销	物流	贸易
应聘人数	215830	200250	154676	74570	65280

行业名称	计算机	营销	机械	建筑	化工
招聘人数	124620	102935	89115	76516	70436

若用同一行业中应聘人数与招聘人数比值的大小来衡量该行业的就业情况,则根据表中数据,就业形势一定是(　　).

(A) 计算机行业好于化工行业

(B) 建筑行业好于物流行业

(C) 机械行业最紧张

(D) 营销行业比贸易行业紧张

出题背景 考查考生对数据的分析和处理能力.