

信息与通信工程研究生规划教材



数字信号估计与检测

Estimation and Detection for Digital Signals

陈庆虎 编

华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

信息与通信工程研究生规划教材

数字信号估计与检测

Estimation and Detection for Digital Signals

陈庆虎 编

华中科技大学出版社

中国·武汉

图书在版编目(CIP)数据

数字信号估计与检测/陈庆虎 编. —武汉:华中科技大学出版社,2009年5月
ISBN 978-7-5609-5215-4

I. 数… II. 陈… III. ①数字信号-估计-研究生-教材 ②数字信号-检测-研究生-教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 037970 号

数字信号估计与检测

陈庆虎 编

责任编辑:田 密

封面设计:潘 群

责任校对:刘 峻

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:华中科技大学惠友文印中心

印 刷:湖北新华印务有限公司

开本:850 mm×1065 mm 1/16

印张:10.75

字数:232 000

版次:2009年5月第1版

印次:2009年5月第1次印刷

定价:22.00元

ISBN 978-7-5609-5215-4/TN·137

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 提 要

数字信号估计与检测是信息理论的一个重要分支。本书系统地讲述了数字信号估计与检测理论及其应用。信号估计的内容包括最小方差无偏估计的理论与方法、矩估计、极大似然估计、最小二乘估计、贝叶斯估计、稳健性估计、信号波形估计。信号检测的内容包括信号检测的基础理论、信号检测的各种准则、确定性信号检测、随机性信号检测、信号的序列检测、信号的稳健性检测。

本书可供电子与通信学科各专业的研究生和高年级本科生使用,也可供从事电子与通信技术的广大科技人员作参考书。

Abstract

Digital signals estimation and detection is one of the most important parts of information theory. This book has systematically illustrated signal detection and estimation theory and its application. In the part of estimation theory this book covers topics such as minimum variance unbiased estimator, moment estimation, maximum likelihood estimation, least square estimation, Bayesian estimation techniques, robust estimation and waveform estimation. In the part of detection theory this book covers topics such as the basic theories of signal detection, the several criterions of detection, the detection of both deterministic signal and stochastic signal, sequential detection and robust detection.

The mathematical complexity of the book remains at a level well within the grasp of college seniors and graduate students. It can also be helpful to those who are engaged in the realms such as electronics and communications.

总 序

随着信息时代的到来,人类已经生活在信息的“海洋”之中,信息和通信已渗入我们生活的各个方面。近年来,我国的电信产业以 10% 以上的年增长率迅猛发展,“中国制造”的通信产品广泛进入了全球市场。另一方面,信息和通信领域的理论与技术获得了迅速发展,不少技术难题已取得实质性突破,技术进步和产业发展相互推动、相互促进。

产业的发展带来了对人才,特别是高层次专业人才的巨大需求。信息与通信工程是我国工科门类中应用前景广阔、招生量比较大的学科,对我国的现代化建设起着非常重要的作用。其中的通信与信息系统更是近几年硕士研究生报考的热门专业之一。随着硕士研究生的不断招收,研究生教育成为一个突出的问题。鉴于通信学科的迅猛发展,广大科技工作者和硕士、博士研究生迫切需要学习与掌握信息和通信的现代理论与技术。目前本专业的研究生教材已有一些,其中亦不乏典范之作,但专门针对研究生读者成系列出版的尚为少见。其中的一个原因是各校研究生课程设置自成体系,各校之间不尽相同,这为研究生教材的建设和推广造成困难。

有鉴于此,来自清华大学等十多所高校、科研单位的教授和专家相约聚首,对通信专业研究生课程体系设置进行探讨,尝试从各校现有的课程体系中提取共同性的知识结构框架,并结合他们多年的教学实践积累,编写一套针对通信专业研究生,兼顾高年级本科生的系列教材,为研究生教育做一点工作。

本系列研究生教材针对性强,知识覆盖较为全面,相信该系列教材的出版将会为读者系统掌握通信科学、信息科学的基础理论与技巧,以及本领域的先进技术方法和现代技术手段提供相对便捷的途径,对培养具有从事通信科学、信息科学以及相关领域的科研与开发和教学工作能力的人才提供有益的手段,对本专业研究生教学起到积极的推动作用。

本系列教材的作者均来自信息和通信学科实力较强的院校,不但有较为丰富的教学经验,而且在研究方向和地域分布上具有一定的代表性。我有感于他们对教育事业的热忱、对教书育人的执著,遂为之序。

中国工程院院士 李乐民

2007 年 8 月

前 言

信号估计与信号检测是信号与信息处理学科的基础理论方法。有关的教材和参考书已不少,相关的教材与参考书可分为两类:第一类是数学专业的学者所编著的,强调参数估计与假设检验理论方法的严谨性,在工程技术的实用性上还有所欠缺,同时对读者的数学基础要求较高;第二类是工程技术专业的学者所编著的,强调工程技术的实用性,对理论方法的系统性、严谨性的表达往往有所欠缺。事实上适合于信号与信息处理专业硕士生使用的教材并不多。

作为硕士研究生教材,理论方法的系统性、严谨性以及工程技术的实用性都应兼顾。《统计信号处理基础——估计与检测理论》(Steven M. Kay 著,罗鹏飞译)是一本很好的参考书,但此书内容太多,不适合作教材。

本教材是在武汉大学通信与信息专业硕士研究生课程讲义的基础上形成的。本书注重理论方法的系统性、严谨性,同时也重视方法的工程实用性,重视理论联系实际,取材注意结构的完整性和内容的典型性。每个章节层次清晰,简单明了,深入浅出,易于读者学习。

第1章论述了信号的随机性,概述了信号检测与估计的基本概念。由于检测与估计两个问题是密切相关的,所以将两者的基本概念和基本理论共同放在第1章中讨论。第2章重点讲述了信号参数的最小方差无偏估计理论与方法,讲述了线性模型的最小方差无偏估计理论及方法。第3章讲述了经典的参数估计方法,其中也讨论了信号波形的估计问题。第4章重点讲述了信号检测的理论基础——假设检验基础理论,然后着重讲述了信号的检测准则,如NP准则、最小错误率准则等这些在实用中很重要的准则。第5章研究了确定信号的检测,包括信号的存在性检测(主要是对二元信号存在性检测)、具有未知参数的确定信号检测以及线性模型的检测问题。第6章论述了随机信号的检测问题。第7章介绍了序列检测和稳健性检测。序列检测是针对固定样本检测的缺点提出的,它具有提高样本效率的突出优点;稳健性检测是找寻一种根据某种性能的最不利的分布函数,然后针对最不利函数用参量检测的方法按照某一准则设计一种局部最佳检测器。

本书是为研究生的“信号估计与检测理论”课程编写的教材,基本内容也适用于高年级本科生。学习本教材的读者,需要有“概率论”、“随机信号分析”、“信号与系统”等课程的基础。为了使理论紧密地联系实际,在各章末都配有习题,以加深读者对本章内容的理解。

由于作者水平有限,书中难免存在一些缺点或错误,殷切希望广大读者批评指正。

陈庆虎

2009年2月

目 录

第 1 章 信号估计与检测基础	(1)
1.1 确定性信号与随机信号	(1)
1.2 信号噪声分析	(1)
1.2.1 信号噪声分类	(2)
1.2.2 误差分类	(3)
1.2.3 随机误差的基本特性	(3)
1.2.4 随机误差的正态分布规律	(4)
1.2.5 随机信号的统计处理方法	(4)
1.3 信号估计与检测	(5)
1.3.1 平稳信号数学期望的估计问题	(5)
1.3.2 雷达系统的信号估计和信号检验问题	(6)
1.3.3 信号估计与检测问题的一般性描述	(7)
1.4 统计学基础	(7)
1.4.1 样本与统计量	(7)
* 1.4.2 几个重要的概率分布	(10)
* 1.4.3 矩阵的求导	(16)
习题 1	(17)
第 2 章 信号参数最小方差无偏估计	(20)
2.1 参数估计	(20)
2.2 最优准则	(20)
2.2.1 引例	(20)
2.2.2 均方误差	(21)
2.2.3 无偏估计	(21)
2.2.4 最小方差无偏估计	(22)
2.3 估计量方差的下限	(22)
2.3.1 Cramer-Rao 不等式	(22)
2.3.2 正态噪声干扰下信号的参数无偏估计方差下限	(23)
2.3.3 矢量参数无偏估计的方差下限	(25)
2.3.4 参数函数无偏估计的方差下限	(26)
2.4 线性模型参数的最小方差无偏估计	(27)
* 2.5 一般最小方差无偏估计	(31)
2.5.1 利用充分统计量求最小方差无偏估计	(31)

2.5.2 利用完备统计量求最小方差无偏估计	(34)
2.5.3 矢量参数的最小方差无偏估计求解	(36)
习题 2	(37)
第 3 章 常用参数估计方法	(42)
3.1 矩估计	(42)
3.1.1 矩的物理意义	(42)
3.1.2 矩估计的定义	(42)
3.1.3 矩估计的性质	(43)
3.2 极大似然估计	(43)
3.2.1 似然函数	(43)
3.2.2 极大似然估计的定义和性质	(44)
3.2.3 参数函数与矢量参数的极大似然估计	(46)
3.3 最小二乘估计	(47)
3.3.1 数据回归模型与最小二乘估计原理	(47)
3.3.2 线性最小二乘估计	(48)
3.4 最佳线性无偏估计	(50)
3.4.1 最佳线性无偏估计量的定义	(50)
3.4.2 最佳线性无偏估计量求解	(51)
3.4.3 多维参数情况下的最佳线性无偏估计量	(52)
3.5 贝叶斯原理与贝叶斯估计	(52)
3.5.1 贝叶斯原理	(52)
3.5.2 贝叶斯估计	(56)
3.6 信号波形估计	(59)
3.6.1 波形估计的基本概念	(59)
3.6.2 连续过程的维纳滤波	(60)
3.6.3 离散过程的维纳滤波	(66)
3.6.4 离散过程的维纳预测器	(70)
3.6.5 维纳滤波的不足与发展	(73)
3.7 稳健性估计	(74)
3.7.1 稳健性的定义	(74)
3.7.2 M 估计	(75)
3.7.3 L 估计	(77)
习题 3	(78)
第 4 章 假设检验原理与信号检测准则	(84)
4.1 Neyman-Pearson 决策理论	(84)
4.1.1 原假设与对立假设	(84)
4.1.2 检验规则	(84)

4.1.3	两类错误和势函数	(84)
4.1.4	检验的水平、限定犯第一类错误的原则	(85)
4.1.5	最优检验	(85)
4.1.6	似然比与一致最有效检验求解	(86)
4.2	正态假设下的假设检验基本模型	(87)
4.2.1	一个正态总体的情形	(87)
4.2.2	两个正态总体的情形	(90)
4.3	实用信号检测准则	(92)
4.3.1	似然比函数	(93)
4.3.2	NP 检测准则	(93)
4.3.3	极大后验概率准则	(94)
4.3.4	最小错误概率准则	(95)
4.3.5	贝叶斯准则及其判决规则	(96)
4.3.6	信号参数未知的信号检测器	(97)
4.3.7	信号参数是随机变量的信号检测器	(98)
	习题 4	(98)
第 5 章	确定性信号检测	(104)
5.1	已知信号的存在性检测	(104)
5.1.1	原假设与对立假设	(104)
5.1.2	匹配相关器与匹配滤波器	(104)
5.1.3	检测器	(105)
5.1.4	门限 γ 的确定	(106)
5.1.5	正态色噪声情况下信号存在性检测	(107)
5.2	多元已知信号检测	(108)
5.2.1	最小距离分类器	(108)
5.2.2	二元信号的检测	(108)
5.3	具有未知参数的确定性信号检测	(110)
5.3.1	未知振幅的检测	(110)
5.3.2	未知到达时间	(112)
5.3.3	余弦信号的检测	(113)
5.4	线性模型检测	(116)
5.5	高斯噪声方差未知的确定性信号存在性检测	(121)
	习题 5	(122)
第 6 章	随机性信号检测	(126)
6.1	高斯过程的检测	(126)
6.1.1	零均值高斯过程的检测	(126)
6.1.2	一般高斯过程的检测	(127)

6.1.3 随机线性模型的检测	(127)
6.2 随机参数信号的检测	(129)
6.2.1 随机相位信号的检测	(129)
6.2.2 随机相位和随机振幅信号的检测	(130)
习题 6	(131)
第 7 章 序列检测与稳健性检测	(133)
7.1 信号的序列检测	(133)
7.1.1 信号序列检测的基本概念	(133)
7.1.2 两个门限 γ_0 和 γ_1 的计算方法——瓦尔德序列检测	(134)
7.1.3 序列检测的平均观测次数	(135)
7.2 稳健性检测	(138)
7.2.1 稳健性检测的定义	(138)
7.2.2 混合模型与决策准则	(139)
7.2.3 稳健性似然比检测	(140)
7.2.4 加性污染的高斯噪声中确定信号的稳健性检测	(142)
习题 7	(144)
附录	(146)
附录 A Cramer-Rao 不等式证明	(146)
附录 B 矢量参数 Cramer-Rao 不等式证明	(148)
附录 C Neyman-Fisher 因子分解定理证明	(150)
附录 D 定理 2.5.2 的证明	(152)
附录 E 参数极大似然估计的渐近分布证明	(153)
附录 F 标量最佳线性无偏估计量的推导	(154)
附录 G Neyman-Pearson 引理证明	(155)
附录 H Neyman-Pearson 定理证明	(156)
附录 I 最小错误概率检测器证明	(157)
参考文献	(158)

第 1 章 信号估计与检测基础

1.1 确定性信号与随机信号

工程中的数字信号主要指被量化的各种物理量,按特性可分为热学、力学、电磁、无线电、放射性、光学、声学、化学、生物、医学等类型,按可预测性和可再现性原则可分为确定性信号与随机信号两类。

按确定性规律变化的信号称为确定性信号。确定性信号可以用数学解析式进行表达,或用确定性曲线准确地进行描述。在相同的条件下,确定性信号可以重复、再现。确定性信号可用函数 $s(t)$ 或 $s(t, \theta)$ 来表达,其中, θ 是待定参数或参数向量, t 是时间或空间自变量。

如 正弦信号

$$s(t) = A \sin(2\pi\omega_0 t + \phi)$$

其中, A 、 ω_0 、 ϕ 分别是信号的振幅、频率、相位,可以是确定的数值,也可以是待定参数。

不遵循任何确定性规律变化的信号称为随机信号。随机信号具有不可重复、不可预测的特点,在完全相同的条件下,不能保证信号能完全重现,不能完全准确地预测信号的未来值。

随机信号产生的原因是信号在产生、发射、传输、接收、测量、采样、计算等处理过程中受到了各种噪声的干扰。

随机信号常用随机函数 $X(t)$ 表示,它与确定性信号 $s(t, \theta)$ 往往有如下关系

$$X(t) = s(t, \theta) + \varepsilon(t) \quad (1.1.1)$$

其中, $\varepsilon(t)$ 是噪声干扰。

信号的确定性是相对的。在理想的条件下,信号是确定的;或者在精度要求不高的情况下,在某些噪声和干扰忽略不计的前提下,信号是确定的。

由于噪声和干扰无处不在、无时不在,工程应用中的信号往往都具有随机性。处理随机信号的主要方法是信号统计处理方法,其中信号估计与检测是信号统计处理方法的核心内容。

理论上,随机信号 $X(t)$ 是时间连续的,即时间 t 的取值是连续的。在信号计算机处理过程中,常常要对时间 t 进行等间距离散采样,获得离散信号序列 $X(1), X(2), \dots, X(N)$, 或记为 $X_1, X_2, \dots, X_N$ 。

在统计信号分析处理中,通常用 $X_1, X_2, \dots, X_N$ 来表示随机信号序列。

1.2 信号噪声分析

信号在产生、发射、传输、接收、测量、采样、计算等处理过程中,受噪声干扰而产生误差,是随机信号形成的根本原因。分析了解信号处理过程中的噪声来源是极其重要的。

1.2.1 信号噪声分类

按时间顺序,以下四个环节均可产生信号噪声与干扰。

信源噪声:信号产生、发射过程中引起的噪声。

传输噪声:信号受环境或传输设备的影响产生的噪声。

观测噪声:信号接收、测量、采样过程中产生的噪声。

计算噪声:受信号处理理论、计算方法的影响而产生的噪声。

按产生的原因划分,信号的噪声与干扰可分为以下五类。

1) 方法噪声

方法噪声是在信号产生、发射、传输、接收、测量、采样、计算等处理过程中,因为某些环节所采用的原理或方法不是最理想的方案而产生的误差。

主要原因是:对信号的有关知识研究得不够充分,不能全面地考虑某些因素对信号所造成的影响;受客观条件及技术水平的限制;应用的原理本身是近似的,或忽略了一些信号处理过程中实际起作用的因素;用接触式观测方法破坏了信号对象的原有状况;用静态的方法解决动态信号对象的观测等。

2) 仪器噪声

仪器噪声是因为信号处理设备或仪器本身固有的各种因素的影响而产生的误差。仪器装置的技术指标,如准确度、灵敏度、稳定性的好坏取决于仪器装置的结构、设计,所用元器件的性能,零部件材料的性能,加工制造和装配的技术水平等因素。在设计和制造各种仪器装置时,只能根据现有的条件与可能提出实际要求,而与理想的要求总会有一定的差距。所以,在信号处理过程中,所用的设备、仪器、仪表等无论如何满足规定的使用条件、无论如何细心操作,总会使信号产生误差。

3) 环境噪声

环境噪声是因为周围环境因素对信号产生、传输、接收的影响而产生的信号误差。这些影响因素存在于信号处理系统之外,但会直接或间接对信号处理系统发生作用。例如,电磁波在经过大气层或电离层时,由于吸收系数或反射系数的随机性,必然会对信号的幅度、频率和相位等产生随机的影响,使信号产生畸变(失真)。

环境噪声包括温度、湿度、大气压、电场、磁场、机械振动、加速度、地心引力、声响、光照、灰尘、各种射线、电磁波等,它们不但能影响信号而产生信号误差,而且有时能使信号产生较大变化,严重时使信号处理难以进行,甚至造成信号系统的毁坏。

4) 主观噪声

主观噪声也称为人为误差,是由进行信号处理的操作人员的素质条件所引起的误差。其中有一类是难以避免的,例如,由于人员的感觉器官的分辨能力、反应速度、习惯感觉和操作技术水平因素而引起的误差。另一类是可以避免的由主观错误产生的误差,例如,人员的粗心大意而造成的读值、记录和计算错误,或操作失误造成的错误。

5) 其他噪声

其他噪声包括信号数据离散采样产生的误差,近似计算产生的误差,物理常数产生的误差

等。

1.2.2 误差分类

误差分为四类:随机误差、系统误差、粗大误差和混合误差。

1) 随机误差

在信号处理过程中,必然存在一些随机因素的影响,从而造成具有随机性质的信号误差,称为随机误差。这种误差的大小和方向(误差的正负)是无法控制和预测的。

随机误差对个体来说是没有规律、不能控制的,用实验的方法是无法消除的。但对总体,即经过多次观测得到的所有信号序列值而言,随机误差服从一定的统计规律。所以,可以用概率统计的方法对随机误差进行处理。

2) 系统误差

在信号处理过程中产生的误差,其大小和方向是有一定的规律的,这类误差称为系统误差,也称为确定性误差。

系统误差进一步可分为不变的系统误差、线性系统误差、周期变化的系统误差、复杂规律变化的系统误差。

3) 粗大误差

明显歪曲信号值的误差称为粗大误差。这类误差是由于操作失误、读值错误、记录错误等原因造成的,即由于疏忽或失误造成的。

4) 混合误差

混合误差是以上各种误差的混合。

1.2.3 随机误差的基本特性

经过大量工程实际的检验,随机误差一般具有下面四个特性。

1) 对称性

绝对值相等的正、负误差出现的概率相同,即当观测次数 n 相当大时,绝对值相等、符号相反的随机误差出现的机会相同。

2) 有界性

绝对值很大的误差出现的概率为零,即在一定的条件下,随机误差的绝对值不会超过某一界限。

3) 单峰性

绝对值小的误差出现的概率大于绝对值大的误差出现的概率,即绝对值小的误差较绝对值大的误差出现的次数多。

4) 抵偿性

随着观测次数 N 的增加,随机误差 ϵ_i 的代数和趋于零,即

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \epsilon_i = 0 \quad (1.2.1)$$

1.2.4 随机误差的正态分布规律

高斯(C. F. Gauss)于 1809 年推导出描述随机误差统计规律的解析方程式,即概率密度函数,称为高斯分布定律,其结论如下。

(1) 设 $\epsilon(t)$ 是随机误差,其离散采样 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_N$ 满足随机误差的四个基本特性,则 ϵ_i 的概率密度函数常常可表示为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.2.2)$$

(2) 对于平稳随机信号 $X(t)$, 满足 $E(X(t)) = \mu$, 设

$$X(t) = \mu + \epsilon(t)$$

若 $\epsilon(t)$ 是随机噪声信号,对 $X(t)$ 离散采样,得 $X_1, X_2, \dots, X_N, X_i = \mu + \epsilon_i$ 。 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_N$ 是随机噪声,若 ϵ_i 满足随机误差的四个基本特性,则 X_i 的概率密度函数通常可表示为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.2.3)$$

这种分布称为正态分布或高斯分布,记为 $N(\mu, \sigma^2)$ 。

对于信号 $X(t)$ 的观测值 x ,落在区间 $[x_a, x_b]$ 的概率可用式(1.2.4)计算

$$P(x_a < x < x_b) = \int_{x_a}^{x_b} f(x) dx \quad (1.2.4)$$

正态分布规律是研究随机误差的理论基础,其实用价值可用下面四点理由说明。

- (1) 实验已证明,大量的随机信号都服从正态分布。
- (2) 概率论中的中心极限定理在理论上已证明,当随机变量满足相互独立性、数学期望和方差都有限的条件时,其总和的分布是以正态分布为其极限分布的。
- (3) 经典统计学是以正态分布作为基础理论发展起来的。
- (4) 有些观测,尤其是当观测次数较小时,观测误差服从什么规律尚不清楚,描述其统计规律的数学表达式更难以找到,在这种情况下常可用正态分布来代替。

1.2.5 随机信号的统计处理方法

工程中的信号 $X(t)$ 或 $X_1, X_2, \dots, X_N$ 是随机信号,具有统计特性。从信号和噪声的统计特性出发,将统计学的理论与方法应用于随机信号的处理,已形成信号处理的基本理论方法,所有的统计理论与方法都是从以下三方面来展开研究的。

- (1) 信号随机特性的统计描述。主要用概率密度函数、各阶矩、相关函数、协方差函数、功率谱密度等来描述随机信号的统计特性,更进一步地,从数学模型的角度来描述、研究随机信号,如随机过程。
- (2) 基于统计意义的信号处理方法。如信号模型中未知参数的估计、信号检测方法、信号滤波等。
- (3) 信号处理结果的评价。评价指标、准则等也是基于统计意义的,如参数估计的无偏性、最小方差性等。

1.3 信号估计与检测

1.3.1 平稳信号数学期望的估计问题

1. 平稳信号的数学期望观测模型

设信号 $X(t)$ 为平稳信号, 满足 $E(X(t)) = \mu$, μ 是常量, 真实值是未知的。记 $\varepsilon(t) = X(t) - \mu$, $\varepsilon(t)$ 是随机信号, 对 μ 进行观测估计时, $\varepsilon(t)$ 是噪声干扰, 观测到的信号 $X(t)$ 是 μ 与随机噪声 $\varepsilon(t)$ 的加性混合, $X(t)$ 、 μ 、 $\varepsilon(t)$ 三者关系可表示为

$$X(t) = \mu + \varepsilon(t) \quad (1.3.1)$$

2. 数学期望 μ 的估计

对 μ 的真实值作出估计, 可以用多种方法进行。

1) 单次观测与估计

当精度要求不高时, 只对 $X(t)$ 进行一次观测, 得 x_1 , 用 x_1 的值来估计 μ , 记为

$$\hat{\mu} = x_1$$

其中, $\hat{\mu}$ 是 μ 的估计。

2) 算术平均值估计

当单次观测不能满足实际需要的精度时, 为了达到估计精度, 必须经过多次观测。在同等观测条件下, 对 $X(t)$ 进行多次测值, 得观测值 $x_1, x_2, \dots, x_N$, 记

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

优点: 计算简便; 偏差较小; 随着观测次数 n 的增加, $\bar{x}$ 逼近 μ 。

缺点: $\bar{x}$ 受特大或特小值的影响较大; 有时 $\bar{x}$ 不能表示被测对象, 如必须用整数表示的量, 依品次、程度或等级分类的表示值, 不能用算术平均值表示结果。

3) 加权平均值估计

$$\hat{\mu} = \bar{x}_p = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

其中, x_i 是不等精度观测值; p_i 是每个观测值相应的权重。当每个观测值的可靠性或观测精度不等时, 用加权平均值 $\bar{x}_p$ 来估计 μ 比较理想。

4) 中位值估计

中位值又称中位数。把一组观测值按大小顺序排列为 $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(N)}$, 取中间位置的数。 N 为奇数时, $\hat{\mu} = \hat{x} = x_{(\frac{N+1}{2})}$, N 为偶数时

$$\hat{\mu} = \hat{x} = \frac{1}{2} (x_{(\frac{N}{2})} + x_{(\frac{N}{2}+1)})$$

5) 众值估计

众值估计, 又称众数估计, 就是在观测过程中将出现次数最多的数值作为 μ 的估计值。

6) 几何平均数估计

$$\hat{\mu} = \bar{x}_g = \sqrt[N]{x_1 x_2 \dots x_N}$$

7) 方根平均值估计

$$\hat{\mu} = \overline{x_b} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_N^2}{N}}$$

对于上面各种估计的方法,不禁要提出以下疑问。

- (1) 以上 7 种估计,哪种方法最好? 为什么好?
- (2) 有比以上 7 种方法更好、更合理的估计方法吗?
- (3) 用什么评价标准和评价体系来评价估计方法的好坏?
- (4) 在很多时候,观测不可能重复多次,如何提高估计的效率?

1.3.2 雷达系统的信号估计和信号检验问题

由雷达系统可确定飞机的位置。为了确定飞机与雷达的距离 R ,可以发射一个电磁脉冲 $s(t) = A\sin(2\pi\omega_0 t)$,如图 1.3.1 所示,这个脉冲在遇到飞机时就产生反射,继而由天线接收的回波将会引起 τ_0 秒的延时 $s(t) = A\sin(2\pi\omega_0 (t - \tau_0))$ 。观测 τ_0 的值,可用方程 $\tau_0 = 2R/c$ 间接确定距离 R ,其中 c 为电磁传播速度。

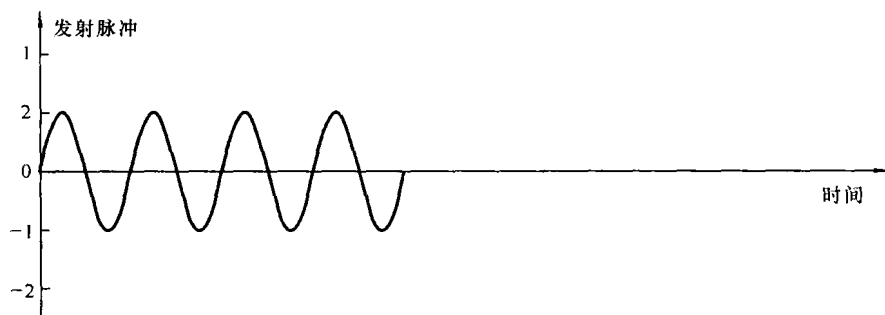


图 1.3.1 雷达发射脉冲

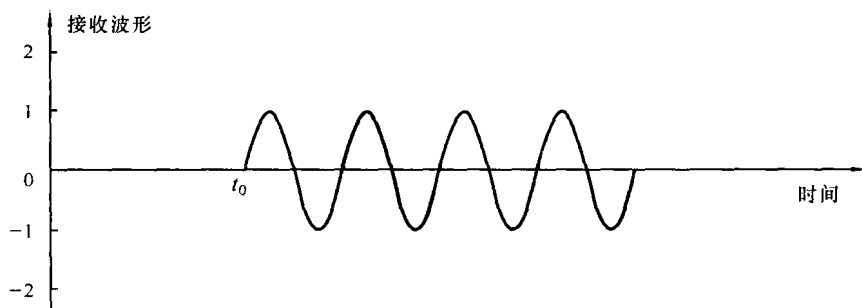


图 1.3.2 理想的接收信号

在实际应用中,由于多种噪声的干扰,接收到的雷达信号不是如图 1.3.2 所示的理想波形,而是如图 1.3.3 所示的随机信号波形。

信号处理时,会遇到如下问题。