

新阳光金牌奥赛
New Sunshine



培养创新能力 拓展科学思维

初中数学 奥赛

解题技巧与练习



名师导航 · 选材新颖 · 条目清晰
精解例题 · 举一反三 · 强化训练

七年级

《新阳光金牌奥赛》编委会 编



北京出版社出版集团
北京教育出版社

新阳光金牌奥赛

New Sunshine



《新阳光金牌奥赛——初中数学奥赛解题技巧与练习》

七年级

本书立足于七年级(初中)数学的基础知识,着眼于培养初中生灵活运用知识的能力。以思维训练为核心,以浅显易懂的内容、活泼多样的形式为主题,覆盖面广、趣味性强。

本书融理论性与实践性、全面性与针对性、选拔性与适应性于一体,充分体现了初中数学新课程标准的目标和要求。同时侧重于开拓解题思路和解题技巧,使同学们通过对本书的学习和训练,找到数学规律性的解题方法,达到举一反三的目的,从而提高同学们的整体素质。

培养创新能力 拓展科学思维

选题策划: 张伟明

责任编辑: 刘振华

封面设计: 翟树成

版式设计: 贾连庆

正版书封面贴有防伪标志

ISBN 978-7-5303-4752-2



9 787530 347522 >

定价: 20.00元

TM
新阳光金牌奥赛
New Sunshine



培养创新能力 拓展科学思维

初中数学 奥赛

解题技巧与练习

《新阳光金牌奥赛》编委会 编

总主编：毕淑云 俞晓宏

本册主编：林 隼

编委：于志斌 王仁刚 尹志德 王美玲

孙敬博 任植明 陈天祥 苏 楷

苏警从 邵 波 苏迪云 孙志淑

李海军 曹泽魁 阳继祥 陈 银

周 萌 解培航 施 恩 郭灵恩

七 年 级



北京出版社出版集团
北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

新阳光金牌奥数初中数学奥数解题技巧与练习.七年级/彩色版/《新阳光金牌奥数》编委会 编. —北京:北京教育出版社, 2008
(新阳光金牌奥数)

ISBN 978-7-5303-4752-2

I.新… II.新… III.数学课—初中—解题 IV.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 101272 号

新阳光金牌奥数

初中数学奥数解题技巧与练习 七年级

CHUZHONG SHUXUE AOSAI JIETI JIQIAO YU LIANXI QI NIANJI

《新阳光金牌奥数》编委会 编

北京出版集团 出版

北京教育出版社

(北京北三环中路6号)

邮政编码:100011

网 址:www.bph.com.cn

北京出版集团总发行

新华书店经销

北京北苑印刷有限责任公司印刷

760×1 000 16开本 14.5印张 240千字

2008年5月第3版 2008年5月第1次印刷

ISBN 978-7-5303-4752-2/G·4681

定价:20.00元

质量投诉电话:010-62380997 58572393

PDG

本书编辑特色



第一篇 代数与数论

第一章



用字母表示数



内容精要

对每一章所学知识的精要提示,帮助你快速掌握每一章的学习重点.



内容精要

用字母表示数,是代数的重要特征之一.有意识地使用字母,用字母表示基本数量,并在此基础上锻炼列代数式的能力,是七年级同学应自觉养成的习惯.

本章主要涉及用字母表示基本数量及其相互之间的简单关系,用字母表示基本图形中的线段、周长、面积等,用字母表达典型数学问题中的数量及其相互关系.



例题精讲

例 1 如图 1-1-1,求图中阴影部分的面积.



分析

两个四分之一圆面积的和比正方形面积多出的部分就是图中的阴影部分.



图 1-1-1

例题分析

例题多而不繁,具有代表性.分析简洁明了,切中要点.

板块设计新颖，具有系统性；
知识讲解思路清晰，具有
权威性，灵活新颖的
题型帮你找到解
题的金钥匙。

技巧点拨

立足基础知识，名
师指点迷津，能帮你在
茫茫题海中找到解题的
金钥匙。

练习题目

既有常考
的经典题型，
又有灵活的新
颖题型，能帮
你及时准确地
巩固所学知识。



因为 $|a-b| \leq 9, |c-d| \leq 16$ ，
所以 $|a-b| + |c-d| \leq 9 + 16 = 25$ 。
又因为 $25 = |a-b-c+d| = |(a-b) + (d-c)| \leq$
 $|a-b| + |d-c| \leq 25$
所以 $|a-b| = 9, |c-d| = 16$ ，故 $|b-a| - |d-c| = -7$ 。

技巧点拨

利用绝对值的
性质 $|a| - |b| \leq |a +$
 $b| \leq |a| + |b|$ 解题。



练习题目

- 某商店将某种超级 VCD 按进价提高 35%，然后打出“9 折酬宾，外送 50 元出租车费”的广告，结果每台超级 VCD 仍获利 208 元，那么每台超级 VCD 的进价是 _____ 元。
- 一次考试共需做 20 个小题，做一个得 8 分，做错一个减 5 分，不做得 0 分。某学生共得 13 分。那么这个学生没有做的题目有 _____ 个。
- 一个三位数，个位数字是十位数字的 2 倍，十位数字比百位数字少 7，若把百位数字与个位数字交换，那么所得的新三位数比原数的 $\frac{1}{2}$ 还少 33，求原来的三位数。
- 某商店出售一种商品，有以下几种方案，其中价格最低的方案是 ()。

- ① 先提价 10%，再降价 10% ② 先降价 10%，再提价 10%
 ③ 先提价 20%，再降价 20% ④ 先提价 30%，再降价 30%

5. 1998 年某人的年龄恰等于他出生公元年数的数字之和，那么他的年龄应当是 _____ 岁。

6. 依法纳税是每个公民的义务，《中华人民共和国个人所得税法》规定，有收入的公民依照下表中的规定纳税缴纳个人所得税：

级别	全月应纳税所得额	税率(%)
1	不超过 500 元部分	5
2	超过 500 元至 2 000 元部分	10
3	超过 2 000 元至 5 000 元部分	15
...

1999 年规定，上表中“全月应纳税所得额”是从收入中减去 800 元后的余额。

图形表格

图文并茂，
简练直观，既
便于理解题意，
又能打开解题
思路。



前

言

知识经济时代的竞争在于高素质人才的竞争。高素质人才的培养必须从小抓起,培养他们的思维能力、创新精神和解决实际问题的能力。在数学教育中就要体现现代数学思想,利用富有灵活性和创造性的数学内容达到培养学生的目的。

学生除了在课堂上科学地、规范地不断进行系统的数学基础知识和技能培训外,还要课外培训。如何科学合理地开展数学课外活动,如何更好地将数学课外活动与课堂教学结合起来,既引导学生学好课本内容,又使学有余力的学生适应更高要求,是提高教学效益,提高教学质量的基本保证。本丛书以国内外中小学数学竞赛为背景,以全日制九年义务教育数学课程标准为准绳,按年级分册编写。

本书在编写过程中力求遵循两条原则:

1. **课内与课外相结合**。在内容安排上力争与课堂教学同步,采用从课内到课外逐步引申扩充的方式形成系统的教程,着重思路的分析和方法技巧的总结,引导学生努力学好现行的中小学课本,进一步深化对现行课本内容的认识,体现“以课堂教学为主,课外活动为辅”的原则。因此学生只要把课内数学知识学好,又善于思考,就可以顺利地学好本书。

2. **普及与提高相结合**。随着社会对人才要求的提高,越来越多的学生迫切要求提高自身的数学素质,因此课外活动应面向大多数学生,普遍提高学生的数学素质并促进其全面发展。基于这一想法,本书强调普及,注重基础,是课堂教学内容的加深和拓宽,帮助学生加深对现行课本的理解;强调提高,帮助学生拓展知识视野,介绍课堂教学中没有、竞赛选拔考试要求的内容、方法和技巧。

这套书的特点:

一、**一题多解**:数学的一题多解是最能体现数学解题基本方法的。所谓



PDG



一题多解,就是用不同的思维分析方法,多角度、多途径地解答问题.因此,本套书这一类题的解法极富技巧性、趣味性,有数学兴趣的学生可以从中提高自己的数学素养,并得到美的享受;没有数学兴趣的学生可以从中逐渐培养自己的数学兴趣.

二、典型习题:数学练习题浩如烟海,我们从上千道数学试题中精选提炼出具有典型性的试题,按知识点分类,给学生提供极富典型性的练习题,启发引导学生去举一反三、触类旁通,更好地掌握中小学数学的各项内容,跳出茫茫题海,以实现从应试教育向素质教育的转变.

这套《新阳光金牌奥数》丛书立足于学生的基础知识,着眼于培养学生的灵活运用知识的能力.以思维训练为核心,以内容浅显、形式活泼多样为主旨,覆盖面广、趣味性强,考虑学生的认知规律,例题典范、新颖、独特,解法简练、灵活、别致,着眼于提高学生的解题能力和数学思维能力,练习有详细解答,便于学生自学自练,也便于教师及家长辅导学生.为了不加重学生负担,本套丛书前后虽有一定的连贯性,但每册又自成体系,每讲篇幅小、内容精.

本书的作者均为中小学数学教学的一线骨干教师及资深奥数教练,积累了大量、丰富的宝贵经验.书中的例题、练习题都是经过精心挑选的、有代表性的、有特点的,并经过反复实践的名题、好题,有很强的可读性和实用性.建议读者在学习本书的过程中,注意循序渐进,边学边练,以达到巩固提高的目的.

此外,还要指出的是,本书在取材、编写上充分做到知识性与趣味性、理论性与实践性、全面性与针对性、选拔性与适应性的结合,充分体现了数学课程标准的目标和要求.同时本丛书侧重于开拓解题思路和解题技巧,使读者通过本丛书的学习和练习,找到规律性的方法,从而达到举一反三的目的,进而提高其整体素质.

我们在编写本书时,参阅了国内有关著作,在此对这些著作作者深表谢意.由于编者水平有限,在编辑成书过程中难免存在一些缺陷和遗漏,恳请广大读者和有关专家学者提出宝贵意见,以便再版时修订.



PDC

目 录

第一篇 代数与数论

- ▶ 第一章 用字母表示数 1
- ▶ 第二章 用代数式推理与证明 6
- ▶ 第三章 有理数的巧算 10
- ▶ 第四章 绝对值 15
- ▶ 第五章 新概念问题 20
- ▶ 第六章 整数与整除 24
- ▶ 第七章 一元一次方程 30
- ▶ 第八章 一元一次不等式(组) 35
- ▶ 第九章 二元一次方程(组) 39
- ▶ 第十章 列方程(组)解应用题 44
- ▶ 第十一章 简乘公式 52
- ▶ 第十二章 不定方程(组) 57
- ▶ 参考答案 64

第二篇 几何与图形

- ▶ 第一章 线段和角 108
- ▶ 第二章 相交线与平行线 113
- ▶ 第三章 面积问题 120
- ▶ 参考答案 130



目录

第三篇 思路与方法

▶ 第一章 逻辑推理	142
▶ 第二章 抽屉原则	150
▶ 第三章 分类讨论	155
▶ 第四章 枚举与计数	159
▶ 第五章 同余	165
▶ 参考答案	171

第四篇 竞赛试卷

▶ 第14届“希望杯”全国数学邀请赛七年级第1试	193
▶ 参考答案	197
▶ 第14届“希望杯”全国数学邀请赛七年级第2试	198
▶ 参考答案	202
▶ 第15届“希望杯”全国数学邀请赛七年级第1试	204
▶ 参考答案	209
▶ 第15届“希望杯”全国数学邀请赛七年级第2试	215
▶ 参考答案	219





代数与数论

第一章



用字母表示数



内容精要

用字母表示数,是代数的重要特征之一.有意识地使用字母,用字母表示基本数量,并在此基础上锻炼列代数式的能力,是七年级同学应自觉养成的习惯.

本章主要涉及用字母表示基本数量及其相互之间的简单关系,用字母表示基本图形中的线段、周长、面积等,用字母表达典型数学问题中的数量及其相互关系.



例题精讲

例 1

如图 I-1-1,求图中阴影部分的面积.



图 I-1-1

解法

分析

两个四分之一圆面积的和比正方形面积多出的部分就是图中的阴影部分.

解

$$\text{阴影部分的面积} = 2 \times \frac{1}{4} \pi a^2 - a^2 = \frac{1}{2} \pi a^2 - a^2.$$

解

法

一

分析

从正方形的面积中减去两块相等的白色部分的面积就是阴影部分的面积,一块白色部分的面积等于从正方形面积中减去一个四分之一圆的面积.

解

$$\text{阴影部分的面积} = a^2 - 2 \left(a^2 - \frac{1}{4} \pi a^2 \right) = \frac{1}{2} \pi a^2 - a^2.$$

解

法

三

分析

把正方形看做是两个面积相等的等腰直角三角形的和,从四分之一圆中减去一个等腰直角三角形的面积得的是阴影部分的面积的一半.

技巧点拨

有关图形面积问题,应认真观察图形,正确表达数量关系是关键.

解

$$\text{阴影部分的面积} = 2 \left(\frac{1}{4} \pi a^2 - \frac{1}{2} a^2 \right) = \frac{1}{2} \pi a^2 - a^2.$$

例 2

张小丹以每小时 a 千米的速度从 A 地出发去 B 地,已知 A 、 B 两地相距 d 千米,经过 t 小时她还没有到达 B 地,用代数式表示此时张小丹距离 A 、 B 两地的中点的距离.

分析

A 、 B 两地相距 d 千米,张小丹以每小时 a 千米的速度行了 t 小时,她走出 at 千米,这时距 A 地 at 千米, A 、 B 两地相距 d 千米, A 地距 AB 中点的距离是 $\frac{d}{2}$ 千米,张小丹从 A 地出发 t 小时走出 at 千米后,距中点的距离有三种可能:

当 $at < \frac{d}{2}$ 时,张小丹还没有到达 A 、 B 的中点,那么她距中点的距离是 $\left(\frac{d}{2} - at \right)$ 千米.

当 $at = \frac{d}{2}$ 时,说明张小丹正好在 t 时刻走到中点处,这时她距中点的距离为 0 千米.

当 $at > \frac{d}{2}$ 时,说明张小丹已走过了中点,这时她距中点的距离是 $(at - \frac{d}{2})$ 千米.



解 当 t 小时后还没到中点时,她与中点的距离是 $(\frac{d}{2} - at)$ 千米.

当 t 小时后她正好是中点,那么 $at = \frac{d}{2}$,张小丹距中点的距离是 0 千米.

当 t 小时后张小丹已走过中点时,她距中点的距离是 $(at - \frac{d}{2})$ 千米.

技巧点拨

既然是要求张小丹走出 t 小时后距中点的距离,距离都是正数,解时应想到三种情况.

例 3 张老师利用假期带领团员同学到农村去搞社会调查,每张汽车票原价是 50 元,甲车主说:“乘我车,可以 8 折优惠.”乙车主说:“乘我车学生 9 折,老师可以不买票.”张老师问同学们:“咱们坐哪一辆车省钱?”如果经过计算后,张老师带领学生们坐上了乙车主的车,那么张老师最多带几个学生?

分析

根据两个车主的乘车优惠条件,乘坐哪辆车省钱,这要看张老师带领的学生数是多少,所以应先计算一下,有几个学生时,坐两车花钱一样多.当学生数少于这个数时乘坐乙车主的车省钱,当学生数多于这个数时乘坐甲车主的车省钱,因此计算乘两车花钱一样多时的学生人数是解决此题的关键.



解 设有 x 个学生时,乘坐两车花钱一样多.

根据题意得 $0.8(x+1) = 0.9x$. 解方程得 $x = 8$.

当张老师带领 8 名同学时,乘坐两车花钱一样多.当学生数多于 8 名时,乘甲车主的车省钱;当学生数少于 8 名时,乘坐乙车主的车省钱.如果张老师他们坐上了乙车,说明学生数不大于 8,即张老师最多带 8 名学生.



练习题一

1 x 表示一个两位数, y 表示一个三位数, 如果把 x 放在 y 的左边组成一个五位数, 可以表示成().

- A $x+y$ B $10x+y$ C $100x+y$ D $1\,000x+y$

2 如果 m 人 d 天内可完成某项工作, 则 $(m+r)$ 人完成此项工作需要()天.

- A $d+r$ B $d-r$ C $\frac{md}{m+r}$ D $\frac{d}{m+r}$

3 一段山路, 下山的路程是上山的 2 倍, 某人上山的速度是下山速度的 $\frac{1}{3}$, 如果此人上山共行 x km 用时 3 h, 那么此人从出发到到达终点的平均速度是 _____ km/h.

4 如图 I-1-2 所示, 一块长方形绿地 $ABCD$ 被分成面积相同的甲、乙、丙、丁四块, 如果长方形丁的长与宽的比为 2:1, 那么大长方形 $ABCD$ 的长与宽之比是 _____.

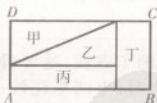


图 I-1-2



图 I-1-3

5 如图 I-1-3 所示, 有 9 个方格, 格中填入的有理数均不相同, 且每行、每列、每条对角线上的三个数之和都相等, 则图中左上角的数 x 是 _____.

6 李四到健身俱乐部办会员卡, 会员卡的卡号是五位互不相同的数字, 当他把这张卡片颠倒之后发现原数与颠倒之后所得到的新数的差为 7 920, 那么李四的会员卡的编号是 _____.

7 某服装加工车间有 m 人, 每人每天可加工上衣 8 件或裤子 10 条, 要使加工衣裤配套, 应如何分配加工上衣和裤子的人数?

8 银行整存整取一年定期存款的年利率为 3.60%, 按我国规定, 要将利

息的5%缴纳个人所得税,小华将 a 元钱按整存整取一年期存入银行,一年后,小华去取款时,缴纳多少元个人所得税?取回本息多少元?

9 某种商品每件的销售价是 a 元,由于销售得太慢,商家决定降价10%,这样销售状况仍然不佳,在第一次降价的基础上又降价10%,按两次降价后的价格出售,每件商品商家仍获利5元,求两次降价后每件商品的价格是多少元.这种商品每件的进价是多少元.

10 现有质量分数为12%的盐水 a 克,怎样做才能得到16%的盐水?(质量分数 = $\frac{\text{溶质质量}}{\text{溶液质量}} \times 100\%$)

11 如图 I-1-4 所示,大正方形与小正方形的边长均为整数,它们的面积之和为 74 cm^2 . 求阴影部分(斜线阴影部分)的面积.

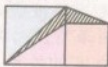


图 I-1-4

12 如图 I-1-5 所示,面积等于 30 cm^2 的长方形 $ABDC$ 内,放有四个面积相等的圆和一个正方形,且正方形的上下两边所在直线过圆心. 问中间正方形的面积是多少平方厘米.

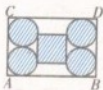


图 I-1-5

13 为减少污染,鼓励居民用电,某市电力公司提出了如下电费计算方法:

每月用电不超过 100 千瓦时时,按每千瓦时 0.5 元计费;

每月用电超过 100 千瓦时时,其超出部分按每千瓦时 0.4 元计费.

(1)若小明家 2004 年 1 月所交电费为 68 元,那么小明家 1 月份用电多少千瓦时?

(2)若小明家 2004 年 2 月的电费平均为每千瓦时 0.48 元,那么小明家 2 月份用电多少千瓦时? 应交电费多少元?

14 一长方形 $ABCD$ 的长与宽的比是 6:5,过 A 的直线将该长方形分割成一个梯形和一个直角三角形,如果直角三角形的两条直角边的比是 1:2,那么这个直角三角形与相对应的梯形的面积的比是多少?

15 已知一正整数的前两个数位上的数字相同,现将此数与此数的各个数位上的数字倒过来写所得的反序数(比如 10 879 的反序数为 97 801,1 234 的反序数是 4 321)相加,其和为 10 879,求原数.

第二章



用代数式推理与证明



内容精要

用代数式进行的推理或证明,主要指根据具体数学命题或图形,借助列代数式及代数式的恒等变形所作的逻辑推证或运算.

列代数式在本质上是一个“翻译”过程,需要认真阅读具体数学命题或图形,弄清所涉及的数量及其相互之间的关系,并能准确熟练地用代数式来表达.

代数式的恒等变形,是初中代数的重要内容之一,要根据具体问题的本质特征进行变形.

本章主要涉及基本数量及其相互关系之间的代数式表达与计算求值,图形的代数式表达及推证.



例题精讲

例 1 若 a, b, c 是整数, b 是正整数,且满足 $a+b=c, b+c=d, c+d=a$, 那么 $a+b+c+d$ 的最大值是().

A -1

B 0

C 1

D -5

分析

若联立 $a+b=c, b+c=d, c+d=a$, 无法解出 a, b, c, d 的值,若注意到 $b=c-a$ 与 $d=a-c$, 则它们互为相反数,问题可解.



$$\therefore a+b=c, c+d=a,$$

$$\therefore b=c-a, d=a-c.$$

$$\therefore b+d=0, \text{即 } d=-b.$$

$$\because b+c=d, \therefore c=d-b=-2b.$$

$$\text{由 } c+d=a, \therefore a=-3b.$$

$$\text{所以 } a+b+c+d=a+c=-3b-2b=-5b.$$

$$\because b \text{ 是正整数, } \therefore -5b \text{ 的最大值是 } -5.$$

故应选 D.

例 2 设 $abc=1$, 试求 $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$ 的值.

分析

本题求三个代数式的和, 已知条件是三个字母的积为 1, 而每个代数式中的分母不同, 考虑将异分母问题凑成同分母的问题, 不妨以第一个代数式中分母 $ab+a+1$ 为“参照”, 将其他两个代数式中的分母也化成 $ab+a+1$.

解

$$\begin{aligned} \therefore \frac{b}{bc+b+1} &= \frac{ab}{abc+ab+a} = \frac{ab}{ab+a+1}, \\ \frac{c}{ca+c+1} &= \frac{abc}{ab \cdot ca+abc+ab} = \frac{1}{ab+a+1}, \\ \therefore \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} \\ &= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{ab+a+1} + \frac{1}{ab+a+1} \\ &= 1. \end{aligned}$$

技巧点拨

本题中通过变形将代数式的分母凑成同分母是解题的关键.

例 3 若 $x:y:z=3:4:7$, 且 $2x-y+z=18$, 那么 $x+2y-z$ 的值是多少?

分析

$x:y:z=3:4:7$, 可以写成 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{7}$ 的形式, 对于等比, 我们通常可以设它们的比值为常数 k , 这样可以给问题的解决带来便利.

解

$$\text{设 } \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{7} = k, \text{ 则有}$$

$$x=3k, y=4k, z=7k.$$

因为

$$2x-y+z=18,$$

所以

$$2 \times 3k - 4k + 7k = 18,$$

技巧点拨

由连比设比值进行换元, 是数学中常用的处理方法.