

配合《普通高中数学课程标准(实验)》

2010

高考数学

复习指导

专题训练

GAOKAO SHUXUE FUXI ZHIDAO

ZHUANTIXUNLIAN

○主编 况国平

理科



广东省出版集团



新世纪出版社

配合《普通高中数学课程标准(实验)》

2010

高考数学复习指导

专题训练

(理科)

主编 况国平
编者 全坤利 庞进发 郑亚贤 张建湘
郭金龙 隋传胜 况国平

·广州·

广东省出版集团
新世纪出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

2010 高考数学复习指导专题训练·理科/况国平主编. —广州:

新世纪出版社, 2009. 6

ISBN 978 - 7 - 5405 - 4081 - 4

I. 2… II. 况… III. 数学课—高中—升学参考资料

IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 076415 号

出版人: 陈锐军

责任编辑: 李彩莲

封面设计: 高豪勇

责任技编: 王建慧

2010 高考数学复习指导专题训练·理科

主编 况国平

*

新世纪出版社出版发行

(地址: 广州市大沙头四马路 10 号)

佛山市浩文彩色印刷有限公司印刷

890 毫米×1240 毫米 16 开本 5.5 印张 110 千字

2009 年 6 月第 1 版 2009 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5405 - 4081 - 4

定价: 6.50 元

质量监督电话: (020) 83797655 **购书咨询电话:** (020) 34120352

说 明

为了加强 2010 年高考备考训练的针对性，提高高考备考的有效性，我们组织了一批对高中数学新课程教学有着丰富经验的优秀教师，根据《普通高中数学课程标准(实验)》和 2009 年高考《考试大纲》及说明，编写了这套《2010 高考数学复习指导专题训练》，供 2010 届高三的老师和学生在进行第一轮复习时同步使用。

本套书分文科和理科两册出版。文科共 30 个单元，每个单元含 10 道选择题、4 道填空题、2 道解答题和 1 道附加题；理科共 35 个单元，每个单元含 8 道选择题、6 道填空题、2 道解答题和 1 道附加题；其中系列 4 的每个专题(文科 2 个、理科 3 个)含有 15 道填空题。

本套书覆盖了必修系列、必选修系列和任意选修系列高考要求的全部内容，以基础题为主，目标是单元知识过关，并配有答案及部分试题的解答过程。

由于水平有限，疏漏和错误在所难免，殷切希望广大师生将你们的使用意见告诉我们，以便再版时加以改进。

编 者

2009 年 5 月

目 录

第1单元 基础知识	(1)
第2单元 常用逻辑用语	(3)
第3单元 集合与函数概念	(5)
第4单元 基本初等函数(一)	(7)
第5单元 基本初等函数(二)	(9)
第6单元 函数的综合应用	(11)
第7单元 平面向量	(13)
第8单元 任意角的三角函数	(15)
第9单元 简单的三角恒等变换	(17)
第10单元 三角函数的图象与性质	(19)
第11单元 解三角形	(21)
第12单元 数列(一)	(23)
第13单元 数列(二)	(25)
第14单元 不等式	(27)
第15单元 空间几何体	(29)
第16单元 点、直线、平面之间的位置关系(一)	(31)
第17单元 点、直线、平面之间的位置关系(二)	(33)
第18单元 空间向量与立体几何	(35)
第19单元 直线与方程	(37)
第20单元 圆与方程	(39)
第21单元 圆锥曲线与方程(一)	(41)
第22单元 圆锥曲线与方程(二)	(43)
第23单元 直线与圆、圆锥曲线	(45)
第24单元 导数及其应用(一)	(47)
第25单元 导数及其应用(二)	(49)
第26单元 算法初步与框图	(51)
第27单元 统计与统计案例	(53)
第28单元 计数原理	(55)
第29单元 概率	(57)
第30单元 随机变量及其分布	(59)
第31单元 推理与证明	(61)
第32单元 数系的扩充与复数的引入	(63)
第33单元 几何证明选讲	(65)
第34单元 坐标系与参数方程	(67)
第35单元 不等式选讲	(68)
参考答案(另册)	

第1单元 基础知识

班别_____ 座号_____ 姓名_____ 分数_____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

一、选择题(每小题5分,共40分)

1. $(x+3)(x^2-3x+9)-27=(\quad)$
A. x^3+27 B. x^3-27 C. x^3 D. x^3-54
2. 计算 $\frac{x-3}{2x-4} \div (\frac{5}{x-2}-x-2)$, 所得正确结果是()
A. $\frac{2x^2+x-21}{2x-4}$ B. $\frac{1}{6+2x}$ C. $-\frac{1}{6+2x}$ D. $\frac{x^3-3x^2-9x+27}{10(x^2-4)}$
3. 下列关于 x 的方程中,一定没有实数解的是()
A. $x^2+x-1=0$ B. $3x^2+1=2\sqrt{3}x$ C. $x^2-3x+m-1=0$ D. $x^2-mx+m^2+4=0$
4. 已知关于 x 的方程 $5x^2+kx-6=0$ 的一个根是 2, 则另一个根与 k 的值是()
A. $\frac{3}{5}, 7$ B. $-\frac{3}{5}, 7$ C. $\frac{3}{5}, -7$ D. $-\frac{3}{5}, -7$
5. 已知方程 $(\frac{x}{x-1})^2 - \frac{5x}{x-1} + 6 = 0$, 则 $\frac{x}{x-1}$ 的值是()
A. 2 B. 3 C. 2 或 3 D. -2 或 -3
6. 下列说法正确的是()
 - A. 方程 $x^2+2x-7=0$ 的两实根之和为 2
 - B. 方程 $2x^2-3x+5=0$ 的两实根之积为 $-\frac{5}{2}$
 - C. 方程 $x^2+3x+5=0$ 的两实根的倒数和为 $-\frac{3}{5}$
 - D. 方程 $x^2-2x-7=0$ 的两实根的平方和为 18
7. 如果方程组 $\begin{cases} y^2 = 4x \\ y = 2x + m \end{cases}$ 有两组相同的实数解, 则 m 的值是()
A. 全体实数 B. $\pm \frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
8. 如果关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个同号的实数根, 则 m 的取值范围是()
A. $m < 1$ B. $0 < m \leq 1$ C. $0 \leq m < 1$ D. $m > 0$

二、填空题(每小题5分,共30分)

9. 分解因式 $x^3+x^2y-xy^2-y^3=$ _____.
10. 已知两个数之和是 7, 这两个数之积是 12, 则这两个数是 _____.
11. 若 $a+\frac{1}{a}=1$, 则 $a^3+\frac{1}{a^3}=$ _____, 若 $a+b=1$, 则 $a^3+b^3+3ab=$ _____.
12. 方程 $x^2-(2a+1)x+a(a+1)=0$ 的根是 _____.
13. 方程 $\frac{6}{x^2-1}+\frac{3}{1-x}=1$ 的根是 _____.

14. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2(1-m)x + m^2 = 0$ 有两实根 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2$ 的取值范围是_____.

三、解答题(每小题 15 分, 共 30 分)

15. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m - 1 = 0$.

(1) 当 m 取何值时, 方程有两个相等的实数根?

(2) 设 x_1, x_2 是方程的两个实数根, 且满足 $x_1^2 + x_1 x_2 = 1$, 求 m 的值.

16. 求实数 m 的范围, 使关于 x 的方程 $x^2 + 2(m-1)x + 2m + 6 = 0$.

(1) 有两个实数根 x_1, x_2 , 且满足 $0 < x_1 < 1 < x_2 < 4$;

(2) 有两个实数根 x_1, x_2 , 且都比 1 大.

四、附加题

17. 设 $f(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. 若 $a + b + c = 0$, $f(0) > 0$, $f(1) > 0$, 求证: (1) $a > 0$ 且 $-2 < \frac{b}{a} < -1$; (2) 方程

$f(x) = 0$ 在 $(0, 1)$ 内有两个实根.

第2单元 常用逻辑用语

班别_____ 座号_____ 姓名_____ 分数_____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

一、选择题(每小题5分,共40分)

1. 下列说法不正确的是()
 - A. 一个命题的原命题为真,则它的逆否命题为真
 - B. 一个命题的逆命题为真,则它的否命题为真
 - C. 一个命题的逆否命题为真,则它的原命题为假
 - D. 一个命题的否命题为真,则它的逆命题为真
2. 已知 $p: \emptyset \subseteq \{0\}$, $q: \{1\} \in \{1, 2\}$. 由它们构成的新命题“ $p \wedge q$ ”, “ $p \vee q$ ”, “ $\neg p$ ”中, 真命题有()
 - A. 0个
 - B. 1个
 - C. 2个
 - D. 3个
3. 下列命题是假命题的是()
 - A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 > 0$
 - B. $\forall \alpha, \beta \in \mathbf{R}, \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha + \sin\beta$
 - C. $\exists x, y \in \mathbf{Z}, 3x + 2y = 10$
 - D. $\exists a \neq 0, b \in \mathbf{R}$, 方程 $ax + b = 0$ 有一个解
4. 命题“若函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) 在其定义域内是减函数, 则 $\log_a 2 < 0$ ”的逆否命题是()
 - A. 若 $\log_a 2 < 0$, 则函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) 在其定义域内不是减函数
 - B. 若 $\log_a 2 \geq 0$, 则函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) 在其定义域内不是减函数
 - C. 若 $\log_a 2 < 0$, 则函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) 在其定义域内是减函数
 - D. 若 $\log_a 2 \geq 0$, 则函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) 在其定义域内是减函数
5. 语句“ $|x| \leq 3$ 或 $|x| > 5$ ”的否定是()
 - A. $|x| \geq 3$ 或 $|x| < 5$
 - B. $|x| > 3$ 或 $|x| \leq 5$
 - C. $|x| \geq 3$ 且 $|x| < 5$
 - D. $3 < |x| \leq 5$
6. “ $|x| = |y|$ ”是“ $x = y$ ”的()
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
7. 有下列四个命题:
 - ①“若 $x - y = 0$, 则 x, y 互为相反数”的逆命题;
 - ②“全等三角形的面积相等”的否命题;
 - ③“若 $q \leq 1$, 则 $x^2 + 2x + q = 0$ 有实根”的逆否命题;
 - ④“等边三角形的三个内角相等”的逆命题.其中真命题为()
 - A. ①②
 - B. ②③
 - C. ①③
 - D. ③④
8. 下列四个命题中, ① $\forall x \in \mathbf{R}, 2x^2 - 3x + 4 > 0$; ② $\forall x \in \{1, -1, 0\}, 2x + 1 > 0$; ③ $\exists x \in \mathbf{N}$, 使 $x^2 \leq x$;
④ $\exists x \in \mathbf{N}^*$, 使 x 为 29 的约数. 正确命题的个数是()
 - A. 1个
 - B. 2个
 - C. 3个
 - D. 4个

二、填空题(每小题5分,共30分)

9. 命题“若 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 则它的两个内角相等”的逆否命题是_____.

10. 函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象过原点的充要条件是_____.
11. 已知 $A = \{x \mid x \text{ 满足条件 } p\}$, $B = \{x \mid x \text{ 满足条件 } q\}$, 如果 $A \subseteq B$, 那么 p 是 q 的_____条件.
12. “ $a = 1$ ”是“函数 $y = \cos 2ax$ 的最小正周期是 π ”的_____条件.
13. 命题 p : $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$, 则“ $\neg p$ ”形式的命题是_____.
14. 若“ $x \in [2, 5)$ 或 $x \in \{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$ ”是假命题, 则 x 的范围是_____.

三、解答题(每小题 15 分, 共 30 分)

15. 已知命题 p : $|x^2 - x| \geq 6$, q : $x \in \mathbf{Z}$, 若“ $p \wedge q$ ”与“ $\neg q$ ”同时为假命题, 求 x 的值.

16. 已知 p : $\left\{x \mid \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-10 \leq 0 \end{cases}\right\}$, q : $\{x \mid -m \leq x \leq 1+m, m > 0\}$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

四、附加题

17. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 4m = 0$ (1), $x^2 - 4mx + 4m^2 - 4m - 5 = 0$ (2), $m \in \mathbf{Z}$, 求使方程(1) (2)的根都是整数的充要条件.

第3单元 集合与函数概念

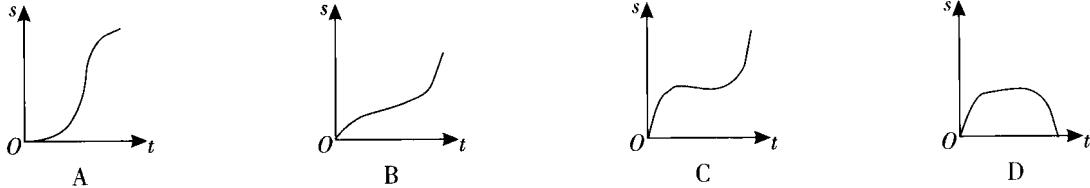
班别 _____ 座号 _____ 姓名 _____ 分数 _____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

一、选择题(每小题5分, 共40分)

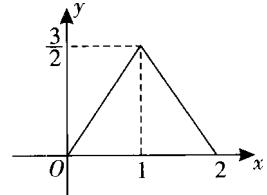
1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid -2 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2x \leq 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
 - A. $(0, 2)$
 - B. $(0, 2]$
 - C. $[0, 2]$
 - D. $[0, 2)$
2. 已知集合 M 满足 $M \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 3\}$, 则集合 M 的个数是()
 - A. 1个
 - B. 2个
 - C. 3个
 - D. 4个
3. 如图所示, U 是全集, A 、 B 是 U 的子集, 则图中阴影部分所表示的集合是()
 - A. $A \cap B$
 - B. $B \cap (\complement_U A)$
 - C. $A \cup B$
 - D. $A \cap (\complement_U B)$
4. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x + y = 0, x, y \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) \mid x - y = 0, x, y \in \mathbf{R}\}$, 则集合 $A \cap B$ 的元素个数是()
 - A. 0个
 - B. 1个
 - C. 2个
 - D. 3个
5. 函数 $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{x}$ 的定义域为()
 - A. $\{x \mid x \leq 1\}$
 - B. $\{x \mid x \geq 0\}$
 - C. $\{x \mid x \geq 1 \text{ 或 } x \leq 0\}$
 - D. $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$

6. 汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车, 若把这一过程中汽车的行驶路程 s 看作时间 t 的函数, 其图象可能是()



7. 右图中的图象所表示的函数的解析式为()

- A. $y = \frac{3}{2} + |x - 1| (0 \leq x \leq 2)$
- B. $y = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} + |x - 1| (0 \leq x \leq 2)$
- C. $y = \frac{3}{2} - |x - 1| (0 \leq x \leq 2)$
- D. $y = 1 - |x - 1| (0 \leq x \leq 2)$



8. 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 在区间 $(8, +\infty)$ 上为减函数, 且函数 $y = f(x+8)$ 为偶函数, 则()
 - A. $f(6) > f(7)$
 - B. $f(6) > f(9)$
 - C. $f(7) > f(9)$
 - D. $f(7) > f(10)$

二、填空题(每小题5分, 共30分)

9. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 已知函数 $f(x) = x^2 + |x - 2|$, 则 $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
11. 已知函数 $f(x)$, $g(x)$ 分别由下表给出:

x	1	2	3
$f(x)$	1	3	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

则 $f[g(1)]$ 的值是_____；满足 $f[g(x)] > g[f(x)]$ 的 x 的值是_____.

12. 已知集合 $A = \{x \mid a - 1 \leq x \leq a + 2\}$, $B = \{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 4\}$.

(1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是_____;

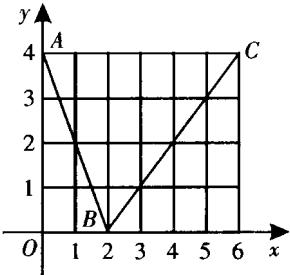
(2) 若 $A \cup B = B$, 则实数 a 的取值范围是_____.

13. 如图, 函数 $f(x)$ 的图象是折线段 ABC , 其中 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 4)$,

$(2, 0)$, $(6, 4)$, 则 $f[f[f(0)]] =$ _____.

14. 已知 $f(x) = -x + 6$, $g(x) = -2x^2 + 4x + 6$, $h(x) = \begin{cases} g(x), & x \in \{x \mid f(x) \geq g(x)\} \\ f(x), & x \in \{x \mid f(x) < g(x)\} \end{cases}$,

则 $h(x)$ 的最大值为_____.



三、解答题(每小题 15 分, 共 30 分)

15. 设 $M = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $N = \{x \mid ax - 1 = 0\}$, 若 $M \cap N = N$, 求所有满足条件的实数 a 的集合.

16. 已知全集 $U = \{x \mid x^2 < 50, x \in \mathbb{N}^*\}$, $(\complement_U M) \cap N = \{1, 6\}$, $M \cap (\complement_U N) = \{2, 3\}$, $(\complement_U M) \cap (\complement_U N) = \{5\}$, 求集合 M 和集合 N .

四、附加题

17. 集合 $A = \{y \mid y = x^2 + 2x + 4\}$, $B = \{z \mid z = ax^2 - 2x + 4a\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

第4单元 基本初等函数(一)

班别 _____ 座号 _____ 姓名 _____ 分数 _____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

一、选择题(每小题5分, 共40分)

1. 若二次函数 $y = x^2 - 2x$ 的定义域为 $\{0, 1, 2, 3\}$, 那么其值域为()
 A. $\{-1, 0, 3\}$ B. $\{0, 1, 2, 3\}$ C. $\{y \mid -1 \leq y \leq 3\}$ D. $\{y \mid 0 \leq y \leq 3\}$
2. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 2]$, 则函数 $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是()
 A. $[0, 1]$ B. $[0, 1)$ C. $[0, 1) \cup (1, 4]$ D. $(0, 1)$
3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1, \\ x^2+x-2, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f\left(\frac{1}{f(2)}\right)$ 的值为()
 A. $\frac{15}{16}$ B. $-\frac{27}{16}$ C. $\frac{8}{9}$ D. 18
4. 已知函数 $f(x) = 4x^2 - mx + 5$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上是增函数, 则 $f(1)$ 的范围是()
 A. $f(1) \geq 25$ B. $f(1) = 25$ C. $f(1) \leq 25$ D. $f(1) > 25$
5. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = 2^x$, 则 $f(-2) =$ ()
 A. $\frac{1}{4}$ B. -4 C. $-\frac{1}{4}$ D. 4
6. 下列四个函数中, 在 $(0, 1)$ 上为增函数的是()
 A. $y = \sin x$ B. $y = -\log_2 x$ C. $y = (\frac{1}{2})^x$ D. $y = x^{-\frac{1}{2}}$
7. 设奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f(1) = 0$, 则不等式 $\frac{f(x) - f(-x)}{x} < 0$ 的解集为()
 A. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
 C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-1, 0) \cup (0, 1)$
8. 定义两种运算: $a \oplus b = \sqrt{a^2 - b^2}$, $a \otimes b = \sqrt{(a-b)^2}$, 则函数 $f(x) = \frac{2 \oplus x}{(x \otimes 2) - 2}$ 为()
 A. 奇函数 B. 偶函数
 C. 奇函数且为偶函数 D. 非奇函数且非偶函数

二、填空题(每小题5分, 共30分)

9. 函数 $y = \lg(x+1)$ 的定义域是_____.
10. 设 $f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq -1) \\ x^2 & (-1 < x < 2) \\ 2x & (x \geq 2) \end{cases}$. 若 $f(x) = 3$, 则 $x =$ _____.
11. 已设函数 $f(x) = \frac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数, 则实数 $a =$ _____.
12. 函数 $f(x) = 2x^2 - 6x + 1$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最小值是_____，最大值是_____.
13. 函数 $f(x)$ 满足 $f(x) \cdot f(x+2) = 13$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(99) =$ _____.

14. 符号 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[\pi] = 3$, $[-1.08] = -2$, 定义函数 $\{x\} = x - [x]$, 那么下列命题中正确的是_____.

- (1) 函数 $\{x\}$ 的定义域为 R , 值域为 $[0, 1]$;
(2) 方程 $\{x\} = \frac{1}{2}$, 有无数解;
(3) 函数 $\{x\}$ 是周期函数;
(4) 函数 $\{x\}$ 是增函数.

三、解答题(每小题 15 分, 共 30 分)

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & (x \leq 2) \\ 2x, & (x > 2) \end{cases}$.

- (1) 求 $f(-1)$, $f[f(-1)]$;
(2) 若 $f(x_0) = 8$, 求 x_0 的值;
(3) 画出该函数的图象.

16. 已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ ($x \neq 0$, $a \in \mathbb{R}$).

- (1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;
(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 是增函数, 求实数 a 的取值范围.

四、附加题

17. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的减函数, 且 $\forall x, y \in (0, +\infty)$, 都满足 $f(xy) = f(x) + f(y)$, $f(\frac{1}{3}) = 1$.

- (1) 求 $f(1)$;
(2) 若 $f(x) + f(2-x) < 2$, 求 x 的取值范围.

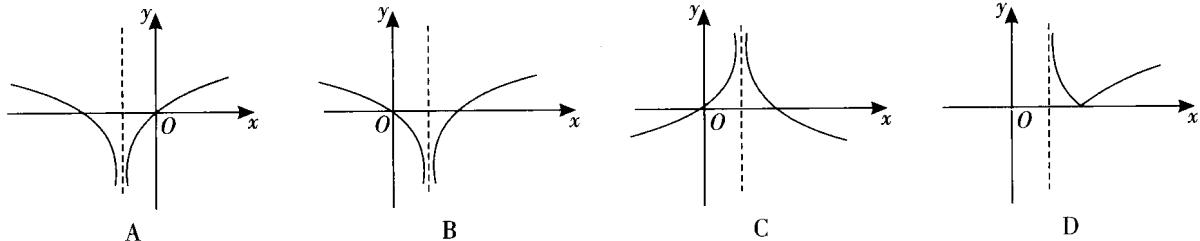
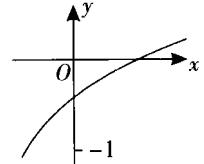
第5单元 基本初等函数(二)

班别_____ 座号_____ 姓名_____ 分数_____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

一、选择题(每小题5分,共40分)

1. 若 $x \in (e^{-1}, 1)$, $a = \ln x$, $b = 2\ln x$, $c = \ln^3 x$, 则()
A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$
2. 设函数 $y = \ln(1-x)$ 的定义域为 A , 函数 $y = \sqrt{2^x - 1}$ 的定义域为 B , 则 $A \cap B =$ ()
A. $[0, 1]$ B. $[0, 1)$ C. $(0, 1]$ D. $(0, 1)$
3. 设 $\alpha \in \{-1, 1, \frac{1}{2}, 3\}$, 则使函数 $y = x^\alpha$ 的定义域为 \mathbb{R} 且为奇函数的所有 α 的值为()
A. 1, 3 B. -1, 1 C. -1, 3 D. -1, 1, 3
4. 若 $a > 0$, $a \neq 1$, 则函数 $y = a^{x-1}$ 的图象一定过点()
A. $(0, 1)$ B. $(1, 1)$ C. $(1, 0)$ D. $(0, -1)$
5. 设 $a > 1$, 函数 $f(x) = \log_a x$ 在区间 $[a, 2a]$ 上的最大值与最小值之差为 $\frac{1}{2}$, 则 $a =$ ()
A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4
6. 已知函数 $f(x) = \log_a(2^x + b - 1)$ ($a > 0$, $a \neq 1$) 的图象如图所示, 则 a , b 满足的关系是()
A. $0 < a^{-1} < b < 1$ B. $0 < b < a^{-1} < 1$
C. $0 < b^{-1} < a < -1$ D. $0 < a^{-1} < b^{-1} < 1$
7. 函数 $f(x) = \ln|x-1|$ 的图象大致是()



8. 若函数 $f(x)$ 、 $g(x)$ 分别是 \mathbb{R} 上的奇函数、偶函数, 且满足 $f(x) - g(x) = e^x$, 则有()
A. $f(2) < f(3) < g(0)$ B. $g(0) < f(3) < f(2)$ C. $f(2) < g(0) < f(3)$ D. $g(0) < f(2) < f(3)$

二、填空题(每小题5分,共30分)

9. 已知 $a^{\frac{1}{2}} = \frac{4}{9}$ ($a > 0$), 则 $\log_{\frac{2}{3}} a =$ _____.
10. 化简 $(\frac{1}{4})^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{(\sqrt{4ab^{-1}})^3}{0.1^{-2}(a^3b^{-3})^{\frac{1}{2}}} =$ _____.
11. 已知 $0 < a < b < 1 < c$, $m = \log_a c$, $n = \log_b c$, 则 m 与 n 的大小关系是_____.
12. 幂函数 $y = f(x)$ 的图象经过点 $(-2, -\frac{1}{8})$, 则满足 $f(x) = 27$ 的 x 的值是_____.

13. 设函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, 若当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = \lg x$, 则满足 $f(x) > 0$ 的 x 的取值范围是_____.

14. 已知 $f(3^x) = 4x \log_2 3 + 233$, 则 $f(2) + f(4) + f(8) + \cdots + f(2^8)$ 的值等于_____.

三、解答题(每小题 15 分, 共 30 分)

15. 已知函数 $f(x) = x^2 + (a-1)x + 2$, $x \in [-2, 2]$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求 $f(x)$ 的最大值和最小值;

(2) 求实数 a 的取值范围, 使 $y = f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上是单调函数.

16. 已知函数 $f(x) = \log_a \frac{1+x}{1-x}$ ($a > 0$, $a \neq 1$).

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并给予证明;

(3) 当 $a > 1$ 时, 求使 $f(x) > 0$ 的 x 的取值范围.

四、附加题

17. 把一批蔬菜从 A 地运往 B 地, 现有汽车、火车两种运输工具可供选择, 两种运输工具的主要参考数据如下表:

运输工具	途中速度(km/h)	途中费用(元/km)	装卸时间(h)	装卸费用(元)
汽车	50	8	2	1000
火车	100	4	4	2000

若这批蔬菜在运输过程(含装卸时间)中损耗为 300 元/h, 设 A , B 两地距离为 x km.

(1) 设采用汽车与火车运输的总费用分别为 $f(x)$ 、 $g(x)$, 求 $f(x)$ 、 $g(x)$ 的表达式;

(2) 试根据 A , B 两地距离大小比较采用哪种运输工具比较好(即运输总费用最小).

(注: 总费用 = 途中费用 + 装卸费用 + 损耗费用)

第6单元 函数的综合应用

班别 _____ 座号 _____ 姓名 _____ 分数 _____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

一、选择题(每小题5分, 共40分)

1. 设全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \left\{x \mid \frac{1}{x} < 0\right\}$, 则 $\complement_U A = (\quad)$
 - A. $\left\{x \mid \frac{1}{x} > 0\right\}$
 - B. $\{x \mid x > 0\}$
 - C. $\{x \mid x \geq 0\}$
 - D. $\left\{x \mid \frac{1}{x} \geq 0\right\}$

2. 若 $a = 2^{0.5}$, $b = \log_{\pi} 3$, $c = \log_2 \sin \frac{2\pi}{5}$, 则(
A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $b > c > a$

3. 函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x$ 的图象关于(
A. y 轴对称 B. 直线 $y = -x$ 对称 C. 坐标原点对称 D. 直线 $y = x$ 对称

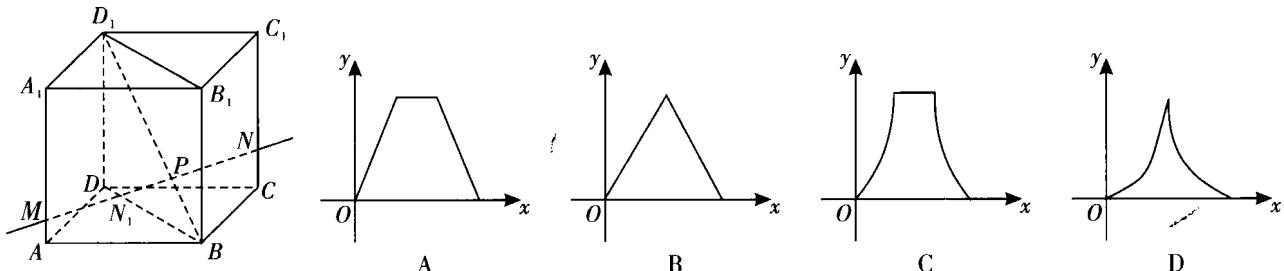
4. 函数 $f(x) = \ln(x+1) - \frac{2}{x}$ 的零点所在的大致区间是(
A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, e)$ D. $(3, 4)$

5. 抽气机每次抽出容器内空气的 60% , 要使容器内剩下的空气少于原来的 0.1% , 则至少要抽(参考数据:
 $\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4771$)(
A. 14 次 B. 13 次 C. 9 次 D. 8 次

6. 定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy$ ($x, y \in \mathbb{R}$), $f(1) = 2$, 则 $f(-2)$ 等于(
A. 2 B. 3 C. 6 D. 9

7. 已知 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是奇函数, 且 $f(x+4) = f(x)$, 当 $x \in (0, 2)$ 时, $f(x) = 2x^2$, 则 $f(7) =$ (
A. -2 B. 2 C. -98 D. 98

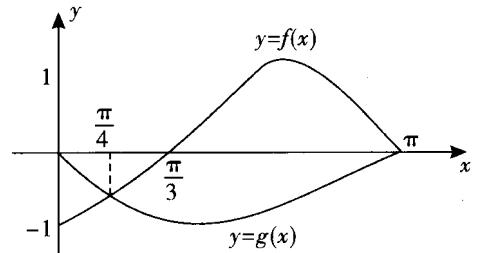
8. 如图, 动点 P 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 BD_1 上. 过点 P 作垂直于平面 BB_1D_1D 的直线, 与正方体表面相交于 M , N . 设 $BP = x$, $MN = y$, 则函数 $y = f(x)$ 的图象大致是(
)



二、填空题(每小题5分, 共30分)

9. 定义 $x \odot y = 3^x - y$, 则 $a \odot (a \odot a) =$ _____.

10. 已知函数 $y = f(x)$ 是偶函数, $y = g(x)$ 是奇函数, 它们的定义域是 $[-\pi, \pi]$, 且它们在 $x \in [0, \pi]$ 上的图象如图所示, 则不等式 $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$ 的解集是 _____.



11. 已知函数 $f(x) = 3^x + x - 5$ 的零点 $x_0 \in [a, b]$, 且 $b - a = 1$, $a, b \in \mathbb{N}^*$, 则 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3-ax}}{a-1}$ ($a \neq 1$). (1) 若 $a > 0$, 则 $f(x)$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$; (2) 若 $f(x)$ 在区间 $(0, 1]$ 上是减函数, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知某厂生产 x 件产品的成本为 $C = 25000 - 200x + \frac{1}{40}x^2$, 要使平均成本最小, 应生产 $\underline{\hspace{2cm}}$ 件产品; 若产品以每件 500 元售出, 要使利润最大, 应生产 $\underline{\hspace{2cm}}$ 件产品.

14. 已知定义域为 $(-1, 1)$ 的奇函数 $y = f(x)$ 又是减函数, 且 $f(a-3) + f(9-a^2) < 0$, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(每小题 15 分, 共 30 分)

15. 已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ ($x \neq 0$, 常数 $a \in \mathbb{R}$).

(1) 当 $a = 2$ 时, 解不等式 $f(x) - f(x-1) > 2x - 1$;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

16. 通过研究学生的学习行为, 心理学家发现, 学生的接受能力依赖于老师引入概念和描述问题所用的时间. 讲座开始时, 学生兴趣激增; 中间有一段不太长的时间, 学生的兴趣保持较理想的状态, 随后学生的注意力开始分散. 分析结果和实验表明, 用 $f(x)$ 表示学生掌握和接受概念的能力, x 表示提出概念和讲授概念的时间(单位: 分), 可有以下的关系式:

$$f(x) = \begin{cases} -0.1x^2 + 2.6x + 43, & (0 < x \leq 10) \\ 59, & (10 < x \leq 16) \\ -3x + 107, & (16 < x \leq 30) \end{cases}$$

(1) 开讲后多少分钟, 学生的接受能力最强? 能维持多少时间?

(2) 一道数学难题, 需要 55(或以上) 的接受能力, 上课开始 30 分钟内, 求能达到该接受能力要求的时间共有多少分钟.

(3) 如果每隔 5 分钟测量一次学生的接受能力, 再计算平均值 $M = \frac{f(5) + f(10) + \dots + f(30)}{6}$, 它能高于 45 吗?

四、附加题

17. 已知 $f(x) = \frac{ax+b}{1+x^2}$ 是定义在 $(-1, 1)$ 上的奇函数, 且 $f(\frac{1}{2}) = \frac{2}{5}$.

(1) 确定函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 判断 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上的单调性, 并用定义证明你的判断;

(3) 求满足 $f(t-1) + f(t) < 0$ 的 t 的取值范围.