全国高等教育自学考试

物流管理、采购与供应管理专业

物流数学

考点归纳及历年试题分类解析

姚唐生 编

全国高等教育自学考试指定教材配套复习用书

中国人民大学出版社

全国高等教育自学考试

物流管理、采购与供应管理专业

物流数学

考点归纳及历年试题分类解析

姚唐生　编

中国人民大学出版社
·北京·

图书在版编目（CIP）数据

物流数学考点归纳及历年试题分类解析/姚唐生编
北京：中国人民大学出版社，2008
（全国高等教育自学考试物流管理、采购与供应管理专业）
ISBN 978-7-300-09543-1

Ⅰ. 物…
Ⅱ. 姚…
Ⅲ. 经济数学-应用-物流-高等教育-自学考试-自学参考资料
Ⅳ. F252

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 114821 号

全国高等教育自学考试物流管理、采购与供应管理专业
物流数学考点归纳及历年试题分类解析
姚唐生 编

出版发行	中国人民大学出版社		
社　址	北京中关村大街 31 号	邮政编码	100080
电　话	010－62511242（总编室）		010－62511398（质管部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.1kao.net(中国 1 考网)		
经　销	新华书店		
印　刷	秦皇岛市昌黎文苑印刷有限公司		
规　格	185 mm×260 mm　16 开本	版　次	2008 年 8 月第 1 版
印　张	7.5	印　次	2008 年 8 月第 1 次印刷
字　数	176 000	定　价	10.00 元

前　言

物流数学是全国高等教育自学考试，物流管理、采购与供应管理两专业专科段的专业基础课程之一。

在学习本课程时，要求考生应具有初等数学的基础知识。

参加高等教育自学考试，没有入学考试，不受原有学历、文化程度的限制，但考试与普通高等学校同等学历层次水平的要求相一致，是宽进严出的学习考试制度。

每年参加高等教育自学考试的考生，多数人原有的初等数学基础知识很少，水平很低，学习物流数学困难很大。

为了帮助考生克服学习这门课的困难，在学习各章节内容的过程中，便于选用相应的历年试题，有针对性地做题，从中更好地熟悉、理解、掌握各章节的基本概念、基本理论和基本方法，本书按“大纲要求”，“知识要点”，“历年试题”的编排形式，将教材内容和历年试题，精练地、简便地概括归纳在一起，将历年试卷的所有试题按教材内容的章节重新排序，并均做了详细的解答分析。

希望本书对参加全国高等教育自学考试的物流管理、采购与供应管理这两个专业的考生在学习物流数学这门课程时，能起到抛砖引玉的作用。

目　录

各章节的考点归纳

历年试题的分类解析

各章节的考点归纳

第一章　数学预备知识（见教材 p_{1-47}）

第一节　平均值（见教材 p_{2-6}）

大纲要求

理解平均数的意义（见教材 p_{217}）

知识要点

（一）数据 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的平均数有以下四类及计算方法

1. 算术平均数：$\bar{a}=\frac{1}{n}(a_1+a_2+\cdots+a_n)$，简记作 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a_i$，其中 a_i 是任意实数

2. 几何平均数：$\bar{a}=\sqrt[n]{a_1a_2\cdot\cdots\cdot a_n}$，简记作 $\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}a_i}$，其中 $a_i>0$

3. 调合平均数：$\bar{a}=\dfrac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}}$，简记作 $\dfrac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{a_i}}$，其中 $a_i>0$

4. 加权平均数：$\bar{a}=\dfrac{a_1w_1+a_2w_2+\cdots+a_nw_n}{w_1+w_2+\cdots+w_n}$，简记作 $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}a_iw_i}{\sum_{i=1}^{n}w_i}$，或 $\sum_{i=1}^{n}a_i\frac{w_i}{n}$，或 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a_iw_i$

令 $\dfrac{w_i}{\sum_{i=1}^{n}w_i}=p_i$，有 $\bar{a}=\sum_{i=1}^{n}a_ip_i$，称 p_i 为 a_i 的权数

（二）关系：$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a_i>\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}a_i}>\dfrac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{a_i}}$，即算术平均数，大于几何平均数，大于调合平均数

第二节　二元一次方程、二元一次不等式（见教材 p_{6-11}）

大纲要求（一）

会计算二阶行列式（见教材 p_{217}）

知识要点（一）

定义：将四个数 $a_{11},a_{12},a_{21},a_{22}$ 按序排成两行两列，并用两条竖线括起来，记作 $\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{vmatrix}$，

称之为二阶行列式

注：用 a_{11} 表第 1 行且第 1 列的元素，a_{12} 表第 1 行且第 2 列的元素，a_{21} 表第 2 行且第 1 列

的元素，a_{22} 表第 2 行且第 2 列的元素

算法：(对角线法则) 将主对角线两元素之积减去次对角线两元素之积，

即 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

注：称二阶行列式左上的 a_{11} 与右下的 a_{22} 为主对角线上的元素，而右上的 a_{12} 与左下的 a_{21} 为次对角线上的元素

历年试题

设行列式 $\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ x & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -3 & x \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1$，求未知数 x 的值(4 分)　(2007 年)

练习题

见教材 p_6，例题 1.2

大纲要求(二)

掌握二元一次方程所表示的直线的画法，会判断该直线两侧的半平面所对应的二元一次不等式(见教材 p_{217})

知识要点(二)

一、二元一次方程

定义：含两个变量 x,y 且乘方次数为 1 的等式为二元一次方程

表达式：$\begin{cases} \text{一般式：} Ax + By = C \\ \text{两截式：} \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1 (\text{直线在 } x \text{ 轴上，} y \text{ 轴上的截距依次为 } a, b) \end{cases}$

几何意义：直角坐标平面上的一条倾斜直线

画法：化方程的一般式为两截式，确定 x,y 两轴上的截距 a,b，连其两端点所画直线，即方程所确定的直线

二、二元一次不等式

定义：含两个变量 x,y 且乘方次数为 1 的不等式为二元一次不等式

表达式：$Ax + By < (\text{或} \leqslant) C$ 或 $Ax + By > (\text{或} \geqslant) C$

几何意义：

不等式 $Ax + By < C$ 表示直线 $Ax + By = C$ 的上(或下) 侧的半平面

若直线 $Ax + By = C$ 上或下侧的点的坐标满足不等式 $Ax + By < C$，则直线上侧或下侧的半平面即不等式所确定的半平面

不等式 $Ax + By > C$ 表示直线 $Ax + By = C$ 的上(或下) 侧的半平面

若直线 $Ax + By = C$ 上或下侧的点的坐标满足不等式 $Ax + By > C$，则直线上侧或下侧的半平面即不等式所确定的半平面

第三节　二元一次方程组、平面上两直线的位置关系（见教材 p_{11-13}）

大纲要求

掌握二元一次方程组解的情况，会判定两直线的位置关系（见教材 p_{217}）

知识要点

定义：由两个二元一次方程联立成一组，称之为二元一次方程组

表达式：$\begin{cases} A_1x+B_1y=C_1 \\ A_2x+B_2y=C_2 \end{cases}$

解法：$\begin{cases} \text{(1) 加减消元法} \\ \text{(2) 行列式法} \end{cases}$

几何意义：表示直角坐标平面上的两条直线，或平行或相交

称 $-\dfrac{A_1}{B_1}$，$-\dfrac{A_2}{B_2}$ 依次为两直线 L_1，L_2 的斜率，若相等，则平行，若不等，则相交

第四节　二元一次不等式组（见教材 p_{13-14}）

大纲要求

理解二元一次不等式组的几何意义（见教材 p_{217}）

知识要点

先将每个二元一次不等式改为二元一次方程，并确定平面上的各直线，再在各直线的一侧取一点，其坐标满足各不等式，则此点所在区域，即不等式组的解的取值范围

第五节　矩阵（见教材 p_{15-16}）

大纲要求

了解矩阵的概念（见教材 p_{217}）

知识要点

定义：将 $m\times n$ 个数按序排成 m 行 n 列，并用两条弧线括起来，记作 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$，

称之为 $m\times n$ 矩阵，简记作 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{P}$ 等

注：当 $m=n$ 时，称之为 n 阶方阵

第六节　图的初步知识（见教材 p_{16-19}）

大纲要求

领会并会判断图中的奇点、偶点及点的度（见教材 p_{217}）

知识要点

图：指由一些点以及其中各点的连线组成的几何图形

弧：指连接两点的直线段或曲线段

圈：指由几条弧顺次首尾连成的不相交的封闭路线

一、关联矩阵

设 $v_1, v_2, \cdots, v_m$ 是图 1—1 中的所有点，$l_1, l_2, \cdots, l_n$ 是图中的所有弧，

作 $m \times n$ 矩阵 $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$，其中 $a_{ij}=\begin{cases} 0, v_i \text{ 不是 } l_j \text{ 的端点} \\ 1, v_i \text{ 是 } l_j \text{ 的端点} \end{cases}$

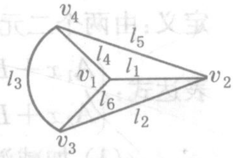

图 1—1

称 $\boldsymbol{M}$ 为图 1—1 的关联矩阵

二、相邻矩阵

设 $v_1, v_2, \cdots, v_n$ 是图中的所有点，若 v_i, v_j 是图中同一条弧的两个端点，则称 v_i 与 v_j 相邻，

作 m 阶方阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$，其中 $b_{ij}=\begin{cases} 0, v_i \text{ 与 } v_j \text{ 不相邻} \\ 1, v_i \text{ 与 } v_j \text{ 相邻} \end{cases}$

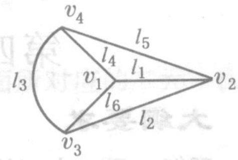

图 1—2

称 $\boldsymbol{A}$ 为图 1—2 的相邻矩阵

点 v_i 的度：指以 v_i 为端点的图中的弧的条数

奇（或偶）点：指度为奇（或偶）数的点或有奇（或偶）数条弧经过的点为奇（或偶）点

注：一个图中的奇点的个数一定是偶数

连通图：指各部分都有弧相连的没断开的图

历年试题

1. 写出图 1—3 的关联矩阵 $\boldsymbol{M}$ 和相邻矩阵 $\boldsymbol{A}$，并指出图中的奇点（5 分）（2007 年）

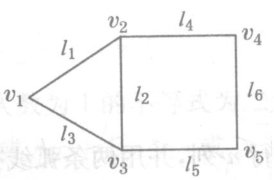

图 1—3

2. 在图 1—4 中，有多少个奇点，有多少条弧？（简答 4 分）（2008 年）

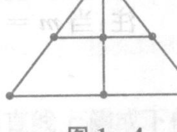

图 1—4

练习题

见教材 p_{17}，例题 1.6

第七节　数据的整理（见教材 p_{19-30}）

大纲要求

领会数据的类型与整理（见教材 p_{217}）

知识要点

一、数据的类型

按特征分 {
1. 分类型：指描述事物品质特征的数据
2. 数量型：指描述事物数量特征的数据

按时间分 {
1. 时间序列（纵向）的：指事物在某一时期变化情况的数据
2. 截面（横向）的：指事物在某一时刻变化情况的数据
3. 平行（既是时间序列的，也是截面的）

二、数量型数据的分组法

1. 单变量值分组法：变量的不同取值即不同的组（适用于数据较少或分布较集中的情况）
2. 组距分组法：将 n 个数据由小到大排序后，等距分组（适用于数据较多或较分散的情况）

注：(1) 数据不足 50 时，分 5 组即可

(2) 组距：取 a 为不大于最小数据之数，b 为不小于最大数据之数，m 为组数，

组距 $d=\dfrac{b-a}{m}$

(3) 组界：指各组数据的上、下限

(4) 组中值：指各组的上、下限的算术平均数

(5) 频数：各组所含数据的个数，记作 v_i

(6) 频率：各组所含数据的个数 v_i 与总数 $\sum_{i=1}^{m} v_i=n$ 之比，$\dfrac{v_i}{n}$，记作 f_i

三、数量型数据的频数分布表及频率分布表，制作如下

编组序号	分组界限	频数 v_i	组中值 y_i	频率 f_i
1	[××，××)	×	×	×
2	[××，××)	×	×	×
…	…	…	…	…
m	[××，××]	×	×	×
合计		$\sum v_i=n$		$\sum f_i=1$

四、数据的图表显示

1. 直方图及其制作方法

在直角坐标平面的横轴上定好组距、组界的刻度，纵轴上定好频数或频率的刻度，以横轴上的 n 个等距的区间组为底边，以各组的频数或频率为高，作 m 个相连的矩阵，即频数直方图

或频率直方图，如图 1—5 所示

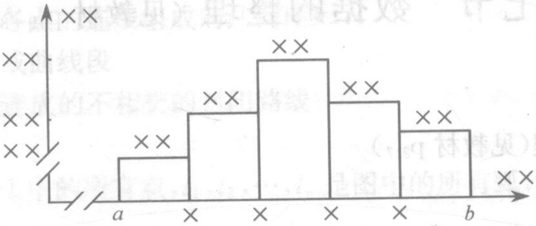

图 1—5

2. 饼形图及其制作法

将圆分隔为扇形（至多 6 个），用圆表全部成分，各扇形表各局部成分，扇形的大小与各成分成正比，如图 1—6 所示

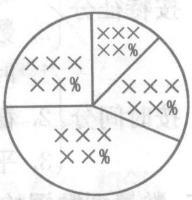

图 1—6

五、数据分布的度量

1. 分布的集中趋势

（1）平均数

① 算术平均数：$\bar{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_i+\cdots+x_n}{n}$，简记作$\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$

② 加权平均数：$\bar{x}=\dfrac{y_1v_1+y_2v_2+\cdots+y_iv_i+\cdots+y_mv_m}{v_1+v_2+\cdots+v_i+\cdots+v_m}$，

简记作$\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{m}y_iv_i}{\sum\limits_{i=1}^{m}v_i}$，或$\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{m}y_iv_i$，或$\sum\limits_{i=1}^{m}y_if_i$

注：算术平均数是由原始数据直接算得的

加权平均数是由原始数据分组后的组中值，频数算得的，不精确，近似

优点：易理解，是数据的重心；缺点：对极端值（数据中的最小或最大者）非常敏感

（2）中（位）数：指一组数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 由小到大排序，即 $x'_1\leqslant x'_2\leqslant\cdots\leqslant x'_n$，其位置居中的数据即中（位）数

当 n 为奇数时，为 $x_{\frac{1}{2}(n+1)}$，当 n 为偶数时，为$\dfrac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}}+x_{\frac{n}{2}+1})$

（3）众数：指一组数据中出现次数最多的那个数（分单众数、双众数、多众数）

优点：能反映一组数据中最常见的那个数；缺点：可能没众数或众数过多

2. 分布的离散趋势

（1）极差：指一组数据中最大值与最小值之差，也称全距，记作 $R=\max\{x_i\}-\min\{x_i\}$

优点：简单、直观、易算；缺点：易受极端值影响而不能反映数据一般性的离散趋势

（2）四分位点

指一组数据由小到大排序后，等分为四部分的三等分点的数据，记作 Q_1,Q_2,Q_3

第二个四分位点 Q_2 是全组数据的中位数

第一个四分位点 Q_1 是全组数据中小于 Q_2 的中位数

第三个四分位点 Q_3 是全组数据中大于 Q_2 的中位数

(3) 四分位极差指 Q_3-Q_1

(4) 方差

原始数据的方差 $\sigma^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$，或 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\bar{x}^2$

分组数据的方差 $\sigma^2=\frac{1}{\sum_{i=1}^{m}v_i}\left[\sum_{i=1}^{m}y_i^2v_i-\frac{1}{\sum_{i=1}^{m}v_i}\left(\sum_{i=1}^{m}y_iv_i\right)^2\right]$，或 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}y_i^2v_i-\bar{x}^2$

(5) 标准差 $\sigma=\sqrt{\sigma^2}$，即方差的平方根（为的是保持离散程度的度量与原数据保持单位一致）

(6) 变异系数：指标准差 σ 与平均数 $\bar{x}$ 的比值，记作 V，即 $V=\frac{\sigma}{\bar{x}}$

表示数据相对于平均数的分散程度

注：当研究的两对象的度量单位相同（属性相同）时，先求两组数据的平均数，若平均数不等时，可直接由平均数反映两对象的优劣

若平均数相等时，平均数不起作用了，可求方差或标准差，由之反映两对象的优劣

当研究的两对象的度量单位不同（属性不同）时，算得两组数据的平均数又不等时，求方差或标准差也不起作用了，因为方差或标准差的大小与平均数的大小有关，此时应当求变异系数，可用之表示数据相对于平均数的分散程度

历年试题

从两班的数学试卷中各抽出 8 份，其成绩如表 1—1（单位：分）

表 1—1

一班 x_i	62	85	80	63	69	71	90	72
二班 y_i	70	81	75	68	85	65	78	70

据以上数据分别求两班的平均成绩和方差，并指出哪班的成绩更稳定（6 分）（2006 年）

练习题

1. 见教材 p_{22}，例题 1.9（频率分布表及频率直方图）
2. 见教材 p_{24}，例题 1.10（饼形图）
3. 见教材 p_{25}，例如（算术平均数）
4. 见教材 p_{26}，例如（中位数）
5. 见教材 p_{30}，例题 1.12（变异系数）

第八节　概率论初步（见教材 p_{30-45}）

大纲要求（一）

领会随机事件及其概率的概念，会求简单问题中事件的概率（见教材 p_{217}）

知识要点（一）

一、随机试验

指所做的试验满足以下的三个特点

(1) 在相同条件下，可重复进行

(2) 每次试验可能发生的结果不止一个

(3) 每次试验可能发生的结果，试验前是确知的，但不能预知试验后的确切结果

二、事件

（一）分类

1. 随机事件：指一次随机试验可能发生的各个结果，简称事件，记作 A、B、C、…

2. 必然事件：指一次试验一定发生的结果，记作 Ω

3. 不可能事件：指一次试验一定不发生的结果，记作 $\varnothing$

（二）事件的结构

1. 基本事件：指不能分解的最简单的事件，也称样本点

2. 复合事件：指能分解为两个以至两个以上的基本事件的事件，也称子空间

3. 事件空间：指一次试验的所有基本事件的集合，也称样本空间，也是必然事件，也用 Ω 表示

（三）表示法

1. 列举式：将所有的或部分的样本点一一列举在大括号内

2. 描述式：将所有的或部分的样本点用文字表述在大括号内

（四）运算

1. 事件 A 与 B 的并：指 A 发生或 B 发生，即 A 与 B 至少有一个发生，记作 $A\cup B$ 或 $A+B$

2. 事件 A 与 B 的交：指 A 发生且 B 发生，即 A 与 B 都发生，记作 $A\cap B$ 或 AB

3. 事件 A 与 B 的差：指 A 发生而 B 不发生，记作 $A-B$ 或 $A\overline{B}$

4. 事件 A 的逆：指 A 不发生，记作 $\overline{A}$，即 $\Omega-A$

（五）运算律

1. 交换律：$A\cup B=B\cup A$　　　　$A\cap B=B\cap A$

2. 结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$　　　　$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

3. 分配律：$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$　　　　$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$

4. 对偶律：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$　　　　$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

5. 反身律：$\overline{\overline{A}}=A$

（六）关系

1. 事件 A 包含 B：指由 B 的发生可导致 A 的发生，记作 $A\supset B$

2. 事件 A 与 B 相等：指 A 包含 B 且 B 包含 A，记作 $A=B$

3. 事件 A 与 B 互斥：指 A 与 B 不能都发生，即 $AB=\varnothing$

4. 事件 A 与 B 对立：指 A 与 B 既不能都发生，也不能都不发生，即 A 与 B 发生且仅有一个发

生，即 $AB=\varnothing$ 且 $A\cup B=\Omega$

注：完备事件组：当一组事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 满足 $A_iA_j=\varnothing(i\neq j)$ 且 $\sum A_i=\Omega$ 时，称之为完备事件组

（七）特殊运算

$A\cup A=A \quad A\cup\overline{A}=\Omega \quad A\cup\Omega=\Omega \quad A\cup\varnothing=A$

$A\cap A=A \quad A\cap\overline{A}=\varnothing \quad A\cap\Omega=A \quad A\cap\varnothing=\varnothing$

（八）运算转化即同一事件可有多种表达方式（以下面的四种为主）

$A=A\Omega=A(B\cup\overline{B})=AB\cup A\overline{B}$

或 $B=\Omega B=(A\cup\overline{A})B=AB\cup\overline{A}B$

$AB=(\Omega-\overline{A})B=\Omega B-\overline{A}B=B-\overline{A}B$

或 $AB=A(\Omega-\overline{B})=A\Omega-A\overline{B}=A-A\overline{B}$

$A-B=A\overline{B}=A(\Omega-B)=A\Omega-AB=A-AB$

或 $A-B=A\overline{B}=(\Omega-\overline{A})\overline{B}=\Omega\overline{B}-\overline{A}\,\overline{B}=\overline{B}-\overline{A}\,\overline{B}$

$A+B=A\overline{B}+\overline{A}B+AB$ 或 $\Omega-\overline{A}\,\overline{B}$

三、事件的概率

（一）统计定义

在相同条件下进行的 n 次试验中，事件 A 发生了 m 次，则称 m 为事件 A 发生的频数，比 $\frac{m}{n}$ 为事件 A 发生的频率，$\frac{m}{n}$ 越大，表示事件 A 发生的越频繁，意味着在一次试验中，事件 A 发生的可能性越大，并且随试验次数 n 的增大，$\frac{m}{n}$ 波动于常数 p 的上下，n 无限增大，$\frac{m}{n}$ 稳定于 p，则称 p 为事件 A 的概率，记作 $P(A)=p$，显然 $0\leqslant p\leqslant 1$

（二）古典概型的概率

1. 古典概型的试验：指在相同条件下可以重复进行的，每次试验可能发生的结果是有限的，每个结果是否发生都是等可能的

2. 古典概率的定义

在一次古典概型的试验中，可能发生的基本事件（即样本空间的样本点）总数为 n，考虑其中的事件 A（包含有 m 个基本事件，即样本点）发生的概率，称之为古典概率，记作 $P(A)$，且 $P(A)=\frac{m}{n}$

注：计算此种概率，首先要对试验的条件和方式有深入的理解，还要能熟练地运用排列、组合知识以及分类、分步计数的加、乘法原理，表示 n 与 m，计算 n 和 m

（三）概率的性质

1. $p_i\geqslant 0$

2. $\sum\limits_{i=1} p_i=1$

（四）交、并、差事件的概率运算法则

当 $A\supset B$ 时，由 $AB=B$，可知 $P(AB)=P(B)$

当 A 与 B 互斥或互逆时，由 $AB=\varnothing$，可知 $P(AB)=0$

当$A \supset B$时，由$A \cup B=A$，可知$P(A \cup B)=P(A)$

当A、B任意时，$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

注：若一次试验的基本事件总数为n，事件A，B，AB所含的基本事件数依次为m_1，m_2，m_3，则事件$A \cup B$所含的基本事件数为$m_1+m_2-m_3$，其概率

$$P(A \cup B)=\frac{m_1+m_2-m_3}{n}=\frac{m_1}{n}+\frac{m_2}{n}-\frac{m_3}{n}=P(A)+P(B)-P(AB)$$

当A与B互斥时，$P(A \cup B)=P(A)+P(B) \leqslant 1$

当A与B互逆时，由$A \cup B=\Omega$，可知$P(A \cup B)=P(A)+P(B)=1$

由A与$\overline{A}$互逆，即$A \cup \overline{A}=\Omega$且$A\overline{A}=\varnothing$，

可知$P(A \cup \overline{A})=P(A)+P(\overline{A})=1$

进而$P(A)=1-P(\overline{A})$或$P(\overline{A})=1-P(A)$

当$A \supset B$时，$P(A-B)=P(A)-P(B)$

当A、B任意时，由$A-B=A\overline{B}=A(\Omega-B)=A-AB$且$A \supset AB$

知$P(A-B)=P(A-AB)=P(A)-P(AB)$

（五）条件概率

定义：在事件A已发生的条件下，考虑事件B发生的概率，称之为条件概率，记作$P(B|A)$

公式：$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$，$P(A)>0$

或$P(AB)=P(A)P(B|A)$（可作为积事件的概率乘法法则）

（六）事件的独立性

1. 在四对事件A与B，$\overline{A}$与B，A与$\overline{B}$，$\overline{A}$与$\overline{B}$中，若有一对独立，则其他三对均独立

2. 事件B是否发生对事件A是否发生没有影响，即$P(A|B)=P(A)$，则A与B独立，

且$P(AB)=P(A)P(B)$是A与B相互独立的充分且必要条件

3. A与B独立时，$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$

或$P(A \cup B)=1-P(\overline{A \cup B})=1-P(\overline{A} \cap \overline{B})=1-P(\overline{A})P(\overline{B})$

历年试题（一）

盒中装有3个白球，7个黑球，从中随机取两个球，每次有放回地取一球，求所取两球的颜色相同的概率（4分）（2006年）

练习题（一）

1. 见教材p_{33}，例题1.13

2. 见教材p_{33}，例题1.14

3. 见教材p_{35}，例题1.16

大纲要求（二）

领会随机变量及其概率分布的概念，领会随机变量的数学期望，方差，标准差等概念，会计算简单随机变量的数学期望与方差（见教材p_{217}）

知识要点(二)

一、随机变量

定义:若变量可能取的值是由随机试验的所有结果确定的,并且都有相应的概率,则称之为随机变量,记作 $X,Y,Z,\cdots$

二、概率分布

若随机变量 X 可能取的值 x_i,总有确定的概率 p_i 与之对应,则称 $P\{X=x_i\}$ 是 X 的概率函数或概率分布,记作 $P\{X=x_i\}=p_i$,还可列表如下

X	$x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots,x_n$
P	$p_1,p_2,\cdots,p_i,\cdots,p_n$

注:(1) $p_i\geqslant 0$ 且 $\sum\limits_{i=1}^{n}p_i=1$

(2) $P\{X\leqslant x_k\}=\sum\limits_{i=1}^{k}P\{X=x_i\}=\sum\limits_{i=1}^{k}p_i$,或 $1-\sum\limits_{i=k+1}^{n}p_i$

而 $P\{X\geqslant x_k\}=\sum\limits_{i=k}^{n}P\{X=x_i\}=\sum\limits_{i=k}^{n}p_i$,或 $1-\sum\limits_{i=1}^{k-1}p_i$

三、期望与方差、标准差

若随机变量 X 的概率分布为 $P\{X=x_i\}=p_i,i=1,2,\cdots$

则称 $\sum\limits_{i=1}x_ip_i$ 为随机变量 X 的数学期望,简称期望或均值,记作 EX

且称 $\sum\limits_{i=1}(x_i-EX)^2p_i$ 为 X 的方差,记作 $E(X-EX)^2$,简记作 DX,称 $\sqrt{DX}$ 为标准差

注:(1) 当 $p_1=p_2=\cdots=p_n=\dfrac{1}{n}$ 时,期望 $EX=\sum\limits_{i=1}^{n}x_ip_i=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$,

即 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的算术平均值

(2) 当 $p_i\neq\dfrac{1}{n},i=1,2,\cdots,n$ 时,期望 $EX=\sum\limits_{i=1}^{n}x_ip_i$ 即 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的加权平均,p_i 为权

四、随机变量的线性组合的期望与方差

$E(a)=a$　　$D(a)=0$

$E(bX)=bEX$　　$D(bX)=b^2DX$

$E(a\pm bX)=a\pm bEX$　　$D(a\pm bX)=b^2DX$

$E(aX\pm bY)=aEX\pm bEY$　　$D(aX\pm bY)=a^2DX+b^2DY\pm 2ab\mathrm{cov}(X,Y)$

大纲要求(三)

领会泊松分布,正态分布(见教材 p_{218})

知识要点(三)

一、泊松分布

若随机变量 X 的概率分布是由概率函数 $P\{X=k\}=\dfrac{1}{k!}\lambda^k\mathrm{e}^{-\lambda},k=0,1,2,\cdots$ 确定的,

则称 X 服从参数为 λ 的泊松分布,记作 $X\sim P(\lambda)$

且 X 的期望与方差均是 λ，即 $EX=DX=\lambda$

注：考虑在一个指定的时间内或范围内，某事件发生 k 次的分布，用泊松分布

二、正态分布

若随机变量 X 在区间 $[a,b]$ 或 $(-\infty,b]$ 或 $[a,+\infty)$ 以及 $(-\infty,+\infty)$ 上可能取值的概率 $P\{a\leqslant X\leqslant b\}$，或 $P\{X\leqslant b\}$ 或 $P\{X\geqslant a\}$ 以及 $P\{-\infty<X<+\infty\}$ 是由曲线 $y=\varphi(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ 与直线 $x=a,x=b$ 及 x 轴，或与直线 $x=b$ 及 x 轴，或与直线 $x=a$ 及 x 轴，或与 x 轴围成图形的面积（如图 1—7(a)、(b)、(c)、(d)所示）所确定的

则称 X 服从参数为 μ,σ^2 的正态分布，记作 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$

且 X 的期望为 μ，方差为 σ^2，即 $EX=\mu,DX=\sigma^2$

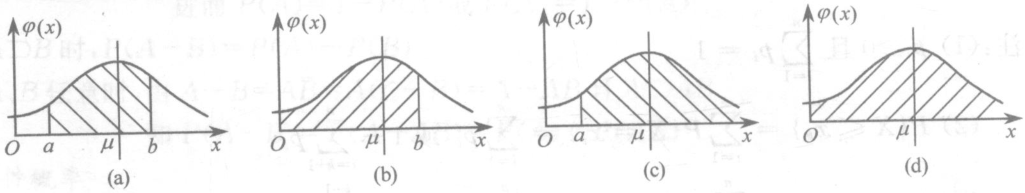

图 1—7

注：(1) 当 $\mu=0,\sigma^2=1$ 时，称 X 服从参数为 0,1 的标准正态分布，记作 $X\sim N(0,1)$，且 X 的期望 $EX=0$，方差 $DX=1$

概率 $P\{X\leqslant Z\}=\Phi_0(Z)$ 是由曲线 $y=\varphi_0(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ 与直线 $x=Z$ 及 x 轴围成图形的面积（如图 1—8），其值可查标准正态分布表

(2) 当 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 时，求概率 $P\{X\leqslant Z\}$ 时，先将 X 标准化，

即 $\dfrac{X-\mu}{\sigma}\sim N(0,1)$

即 $P\{X\leqslant Z\}=P\left\{\dfrac{X-\mu}{\sigma}\leqslant\dfrac{Z-\mu}{\sigma}\right\}=\Phi_0(\dfrac{Z-\mu}{\sigma})$，再查表即可

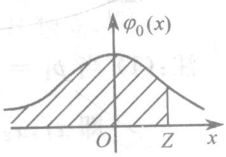

图 1—8

历年试题(二)

1. 设随机变量 $X\sim N(3,2^2)$，且 $\Phi(1)=0.8413$，求概率 $P\{1<X\leqslant 5\}$(4 分)(2006 年)
2. 随机变量 $X\sim N(175,5^2)$，求概率 $P\{170<X\leqslant 180\}$(简答 6 分)注：$\Phi(1)=0.8413$(2008 年)

练习题(二)

1. 见教材 p_{43}，例题 1.18(标准正态分布)
2. 见教材 p_{43}，例题 1.19(一般正态分布)
3. 见教材 p_{227}，样题 5(一般正态分布)