CHUZHONG SHUXUE
XUEXI SHOUCE

初中数学
学习手册

主编 / 郭延庆

根据教育部颁发的最新初中教学大纲和新课程标准的要求编写，适用于各种版本教材

四川出版集团 天地出版社

CHUZHONG SHUXUE
XUEXI SHOUCE

初中数学
学习手册

主编 / 郭延庆
编委 / 屈曙光 冯惠芹 谭 琼 吴 薇 贺 莉
杨璐伊 陈智娟 连 平 林 琳

四川出版集团 天地出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学学习手册/郭延庆主编. —成都:天地出版社,2009.2
ISBN 978-7-80726-797-3
Ⅰ.初… Ⅱ.郭… Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634.603
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 006431 号

初中数学学习手册

主　　编　郭延庆
责任编辑　董　冰
内文设计　古　蓉
封面设计　韩建勇
责任印制　田东洋

出版发行　四川出版集团·天地出版社
（成都市三洞桥路 12 号　邮政编码:610031）
网　　址　http://www.tiandiph.com
电子邮箱　tiandicbs@vip.163.com
博　　客　http://blog.sina.com.cn/tiandiph
印　　刷　成都蜀通印务有限责任公司
版　　次　2009 年 2 月第一版
印　　次　2009 年 2 月第一次印刷
规　　格　130mm×184mm　1/32
印　　张　5.75
字　　数　130 千
定　　价　10.00 元
书　　号　ISBN 978-7-80726-797-3

目录

第一部分　代　数

一、实　数

知识结构图

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\0\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\left.\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\right\}\text{有限小数或无限循环小数}\end{cases}\\\text{无理数}\left.\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

【实数】有理数和无理数统称为实数.

【有理数】整数和分数统称为有理数.

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\left.\begin{cases}\text{正整数}\\0\\\text{负整数}\end{cases}\right\}\text{自然数}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\quad\text{或有理数}\begin{cases}\text{正数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\0\\\text{负数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

【正数】比 0 大的数叫做正数.

【负数】比 0 小的数叫负数,或正数前带“ - ”号的数叫负数.

☞ **说明:**

(1)0 既不是正数,也不是负数;0 既不是正整数,也不是负整数;0 可以表示没有,也可以表示一个确切的量,如:今天气温是 0℃.

(2)正数前的“ + ”号可以省略.

(3)要注意避免产生带“+”号的数是正数,带“-”号的数是负数的错误认识.如:$-a$,当 $a<0$ 时,$-a>0$.

(4)如果我们把整数看成是以1为分母的分数,那么可以认为有理数就是分数,于是有理数总可以用分数表示,那么用分数表示的数一定是有理数.

(5)分类必须满足两点,一是无遗漏,二是不重复.

【数轴】规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

每个有理数都可以用数轴上的点来表示,但数轴上的每一个点不是都表示有理数.

☞ **说明:**

数轴上的原点是任意选定的一点,单位长度也是根据需要选定的;数轴的方向可以任意规定,不一定画成水平;数轴上以原点为界,正方向的射线上的点对应正数,反方向的射线上的点对应负数,原点对应的数为0;互为相反数的两个数在数轴上所对应的点到原点的距离相等.

【相反数】只有符号不同的两个数叫做互为相反数.0的相反数就是0.

a 与 b 互为相反数,则 $a+b=0$.

一般地,数 a 的相反数是 $-a$;$a+b$ 的相反数是 $-(a+b)$;$a-b$ 的相反数是 $b-a$.

☞ **说明:**

(1)$a>0$ 时,$-a<0$;$a=0$ 时,$-a=0$;$a<0$ 时,$-a>0$.

(2)$-(-a)=a$,$-(+a)=-a$.

(3)$(-a)^n=\begin{cases} a^n & (n=2k,k\text{ 为自然数}), \\ -a^n & (n=2k+1,k\text{ 为自然数}). \end{cases}$

a 与 b 互为倒数,则 $a\cdot b=1$.

例1　求下列各数的相反数.

(1)$-a$;(2)$2a-4$.

解:(1)$-a$ 的相反数是 $-(-a)=a$.

(2)$2a-4$ 的相反数是 $-(2a-4)=4-2a$.

例2 已知 $2m+7$ 与 -19 互为相反数，求 m 的值.

解：$\because 2m+7$ 与 -19 互为相反数，

$\therefore 2m+7+(-19)=0$，

$\therefore m=6$.

【倒数】如果两个数相乘等于1，则这两个数互为倒数. 0没有倒数.

【绝对值】一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点到原点的距离. a 的绝对值记作 $|a|$.

☞ **说明**：

(1) 对任意有理数 a，都有 $|a|\geqslant 0$，即 $|a|$ 是一个非负数.

(2) $|a|=|-a|$；$|a-b|=|b-a|$.

(3) $|a|=\begin{cases} a & (a>0), \\ 0 & (a=0), \\ -a & (a<0). \end{cases}$

(4) 任何一个数的绝对值是唯一确定的一个非负数. 但反过来，绝对值等于同一个正数的有理数却有两个，它们互为相反数，这就是绝对值逆向应用的双值性. 如：-10 绝对值是10，但绝对值是10的有理数是 ± 10.

例 指出下列各式中的 a 是什么数.

(1) $|a|=3$；(2) $\dfrac{a}{|a|}=1$；(3) $-|-a|=-a$.

解：(1) $a=\pm 3$.

(2) $\because \dfrac{a}{|a|}=1$，$\therefore |a|=a$，且 $a\neq 0$，$\therefore a$ 为正数.

(3) $\because -|-a|=-a$，$\therefore |a|=a$，$\therefore a$ 为非负数.

【有理数的大小比较】正数都大于0；负数都小于0；正数大于负数；两个负数，绝对值大的反而小.

例 比较 -0.42 与 $-\dfrac{3}{7}$ 的大小.

解法1：$\because |-0.42|=0.42=\dfrac{147}{350}$，$\left|-\dfrac{3}{7}\right|=\dfrac{3}{7}=\dfrac{150}{350}$，

又$\because \frac{147}{350}<\frac{150}{350}$，$\therefore -0.42>-\frac{3}{7}$.

解法 2：$\because |-0.42|=0.42=\frac{21}{50}$，$|-\frac{3}{7}|=\frac{3}{7}=\frac{21}{49}$，

又$\because \frac{21}{50}<\frac{21}{49}$，$\therefore -0.42>-\frac{3}{7}$.

解法 3：$\because |-0.42|=0.42$，$|-\frac{3}{7}|=\frac{3}{7}=0.428571\cdots$，

又$\because 0.42<0.428571\cdots$，$\therefore -0.42>-\frac{3}{7}$.

解法 4：$\because$

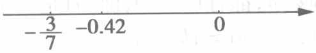

图 1－1－1

$\therefore -0.42>-\frac{3}{7}$.

☞ **点评**：

在数轴上表示的两个数，右边的点所对应的数总是比左边的点对应的数大.

【非负数】大于或等于 0 的数统称为非负数.

☞ **说明**：

若 a 为实数，则 a^2、$|a|$ 均为非负数；若 a 为非负数，则$\sqrt{a}$为非负数.

【无理数】小数的位数是无限的，而且是不循环的，这样的小数叫做无限不循环小数，又叫做无理数.

如：$0.1010010001\cdots$、π、$\sqrt{3}$、$-\sqrt{5}$、$\frac{\sqrt{2}}{3}$等，都是无理数.

☞ **说明**：

用根号形式表示的数并不都是无理数.

如：$\sqrt{9}$、$\sqrt{25}$、$\sqrt{36}$等，就不是无理数.

【近似数】接近准确数而不等于准确数的数叫做这个准确数的近似数，也叫做近似值.

【有效数字】在一个近似数中，从左边第一个不是 0 的数字起，到精确到的数位止，所有的数字，都叫做这个近似数的有效数字.

☞ **说明：**

有效数字应以左边第一个不是 0 的数字算起，中间的 0 和末尾的 0 都是有效数字.

如：0.020760 的有效数字是 2、0、7、6、0；

30.0200 的有效数字是 3、0、0、2、0、0.

【精确度】表示近似数精确的程度叫做精确度. 一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到那一位.

如：$11\frac{1}{6}=11.1666666\cdots$，如果取近似数 11，则精确到个位；取 11.2，则精确到十分位；取 11.17，则精确到百分位.

【科学记数法】把一个数记成 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，这种方法称为科学记数法.

如：$235000=2.35\times10^5$；$0.07374=7.374\times10^{-2}$；

$-6074.03=-6.07403\times10^3$；$-0.000357=-3.57\times10^{-4}$.

【有理数加法法则】

(1) 同号两数相加，取相同符号，并把绝对值相加.

(2) 异号两数相加，取绝对值大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

(3) 互为相反数的两个数相加等于 0.

(4) 一个数同 0 相加，仍得原数.

☞ **说明：**

有理数加法满足交换律和结合律. 即

$$a+b=b+a\quad(a+b)+c=a+(b+c)$$

【有理数减法法则】减去一个数，等于加上这个数的相反数. 即

$$a-b=a+(-b)$$

$$\boxed{\underset{a-b}{\text{有理数减法}}\xrightarrow[\text{（利用相反数概念）}]{\text{转化}}\underset{a+(-b)}{\text{有理数加法}}}$$

例1 计算：$(-4\frac{2}{3})-(+1999)-(+95)-(-99)-(-5\frac{2}{3})$.

解：原式 $=-4\frac{2}{3}-1999-95+99+5\frac{2}{3}$

$=-4\frac{2}{3}+5\frac{2}{3}-1999-95+99$

$=1-1900-95$

$=-1994$.

例2 计算：$-4\frac{3}{5}+2\frac{1}{4}+8\frac{1}{2}-\frac{9}{10}+0.7$.

解：原式 $=-4\frac{6}{10}-\frac{9}{10}+\frac{7}{10}+2\frac{1}{4}+8\frac{2}{4}$

$=-4\frac{4}{5}+10\frac{3}{4}$

$=(9-4)+(\frac{7}{4}-\frac{4}{5})$

$=5\frac{19}{20}$.

例3 计算：$|23\frac{16}{17}-57\frac{22}{23}|-35\frac{22}{23}$.

解：原式 $=57\frac{22}{23}-23\frac{16}{17}-35\frac{22}{23}$

$=57\frac{22}{23}-35\frac{22}{23}-23\frac{16}{17}$

$=22-23\frac{16}{17}$

$=-1\frac{16}{17}$.

☞ **点评：**

灵活运用加法运算律，可以使运算变得简便. 解加减混合运算问题一般可按下列步骤进行：

(1)将算式写成代数和形式.

(2)再用加法交换律、结合律将正数和负数分别加在一起计算.

(3)然后进行异号两数相加.

(4)计算时,每一步都要先确定符号,再确定绝对值运用的结果.

【有理数乘法法则】

(1)两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘.

(2)任何数同 0 相乘,都得 0.

(3)n 个不等于 0 的数相乘,积的符号由负数的个数决定,当负数有奇数个时,积为负数;当负数有偶数个时,积为正数.

(4)n 个数相乘,只要有一个数为 0 时,积就为 0.

☞ **说明:**

进行运算时,先确定积的符号,再确定积的绝对值.

如:$-4\times2=-8$;$-5\times(-6)=+30$;$7\times0=0$;

$3\times5\times4\times(-2)\times(-3)\times(-1)=-360$.

【有理数除法法则】

(1)除以一个数等于乘这个数的倒数. 即

$$a\div b=a\cdot\frac{1}{b}=\frac{a}{b}(b\neq0)$$

(2)两数相除,同号得正,异号得负,并把绝对值相除.

(3)0 除以任何一个不等于 0 的数,都得 0.

☞ **说明:**

0 不能作除数.

$$\underset{a\div b}{\text{有理数除法}}\xrightarrow[\text{利用倒数概念}]{\text{转化}}\underset{a\cdot\frac{1}{b}}{\text{有理数乘法}}$$

例 1　计算:$(+\frac{3}{5})\times(-2\frac{2}{3})\div(+\frac{4}{5})$.

解:原式 $=\frac{3}{5}\times(-\frac{8}{3})\times\frac{5}{4}$

$= -\dfrac{3\times8\times5}{5\times3\times4}$

$= -2.$

例2　计算：$5\dfrac{5}{6}(3\dfrac{1}{6}-9\dfrac{1}{2})\times(-1\dfrac{1}{35})\div(-1\dfrac{1}{18})$.

解：原式 $=\dfrac{35}{6}(\dfrac{19}{6}-\dfrac{19}{2})\times(-\dfrac{36}{35})\times(-\dfrac{18}{19})$

$=(\dfrac{19}{6}-\dfrac{19}{2})\times\dfrac{35}{6}\times(-\dfrac{36}{35})\times(-\dfrac{18}{19})$

$=(\dfrac{19}{6}-\dfrac{19}{2})\times6\times\dfrac{18}{19}$

$=(\dfrac{19}{6}\times\dfrac{18}{19}-\dfrac{19}{2}\times\dfrac{18}{19})\times6$

$=(3-9)\times6$

$=-6\times6$

$=-36.$

例3　计算：$(-4\dfrac{3}{17})\times2\dfrac{2}{15}-8\dfrac{3}{17}\times14\dfrac{13}{15}-4\times(-14\dfrac{13}{15})$.

解：原式 $=(-4\dfrac{3}{17})\times2\dfrac{2}{15}-14\dfrac{13}{15}(8\dfrac{3}{17}-4)$

$=-4\dfrac{3}{17}\times2\dfrac{2}{15}-14\dfrac{13}{15}\times4\dfrac{3}{17}$

$=4\dfrac{3}{17}\times(-2\dfrac{2}{15}-14\dfrac{13}{15})$

$=4\dfrac{3}{17}\times(-17)$

$=-71.$

【有理数的乘方】求 n 个相同因数 a 的积的运算叫做乘方，即 $a\cdot a\cdot\cdots\cdot a$，记作 a^n.

乘方的结果叫做幂，在 a^n 中，a 叫做底数，n 叫做指数. a^n 读作"a 的 n 次幂".

☞ **说明：**

(1)一个数可以看做是其本身的一次方，如 $a=a^1$，指数 1 通常省略不写.

(2)正数的任何次幂都是正数；负数的偶次幂是正数，奇次幂是负数；0 的任何次幂都是 0；1 的任何次幂是 1；(-1)的偶次幂是 1，(-1)的奇次幂是 -1.

(3)表示负数和分数的乘方时，要将底数加上括号，以避免由于误解而出现错误. 如：$(-2)^4$ 与 -2^4，意义不同，结果也不同，$(-2)^4$ 表示 4 个 -2 相乘，结果得 16；而 -2^4 表示 2^4 的相反数，结果得 -16. $(-2)^3$ 与 -2^3 虽然结果一样，都等于 -8，但意义不同，$(-2)^3$ 表示 3 个 -2 相乘，而 -2^3 表示 2^3 的相反数.

(4)习惯上把 a^2(a 的二次方)叫做 a 的平方，a^3(a 的三次方)叫做 a 的立方.

【有理数混合运算】在没有括号的运算中，先算第三级运算——乘方，再算第二级运算——乘、除，最后算第一级运算——加、减. 如果有括号，应先算括号里面的. 对于同级运算，应从左向右依次进行.

例 1　计算：$8\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2-24\times\left(-\frac{1}{6}\right)^3\div\left(-\frac{1}{12}\right)$.

解：原式 $=8\times\frac{9}{16}-24\times\left(-\frac{1}{216}\right)\times(-12)$

$=\frac{9}{2}-\frac{24\times12}{216}$

$=\frac{9}{2}-\frac{4}{3}$

$=3\frac{1}{6}$.

例 2　计算：$(-0.1)^3-\frac{1}{4}\times\left(-\frac{3}{5}\right)^2$.

解：原式 $=-0.001-\frac{1}{4}\times\frac{9}{25}$

$=-0.001-0.09$

$= -0.091.$

例3　设 a 是任意实数,下列判断一定正确的是(　　).

A. $a > -a$　　　B. $\frac{a}{2} < a$　　　C. $a^3 > a^2$　　　D. $a^2 \geqslant 0$

分析:∵ 任何实数的平方都是非负数,∴ $a^2 \geqslant 0$ 一定正确.

答案:D

例4　判断:

(1)0既不是正数,也不是负数,但是整数.　(　　)

(2)有理数的平方一定是正数.　(　　)

(3)绝对值相等的两个数一定相等.　(　　)

(4)三个不同的有理数之积等于0,其中必有一个因数是0.　(　　)

(5)近似数2.4万精确到千位.　(　　)

(6)圆周率 π 是有理数.　(　　)

答案:(1)、(4)、(5)正确,(2)、(3)、(6)不正确.

【开方】开方是乘方的逆运算.

【平方根】一般地,如果一个数的平方等于 a,这个数就叫做 a 的平方根.

☞ **说明**:

(1)因为任何有理数的平方,等于正数或0,所以只有非负数(正数和0)才有平方根,而负数没有平方根.

(2)由于不等于0的两个相反数,它们的平方是同一个正数,所以一个正数一定有两个平方根,它们互为相反数.0则只有一个平方根,0的平方根是0.

(3)如果 $x^2 = a(a>0)$,则 a 的平方根 x,记作 $x = \pm\sqrt{a}$. 又 $\pm\sqrt{0} = 0$,所以非负数 a 的平方根也可以记作 $\pm\sqrt{a}(a \geqslant 0)$.

【开平方】求一个数 a 的平方根的运算,叫做开平方.

与加、减、乘、除、乘方一样,开平方也是一种运算,它与平方互为逆运算.

【算术平方根】一个数 $a(a \geqslant 0)$ 的正的平方根,叫做 a 的算术

平方根,记作$\sqrt{a}$($\sqrt{a}\geqslant 0$).

☞ **说明:**

(1)$\sqrt{a}$是非负数,即$\sqrt{a}\geqslant 0$.

(2)a 是非负数,即 $a\geqslant 0$.

例 填空:

(1)100 的平方根是________.

(2)$\dfrac{16}{25}$的算术平方根是________.

(3) $\sqrt{0.01}=$ ________; $\pm\sqrt{2\frac{1}{4}}=$ ________.

(4) $\sqrt{16}$的平方根是________.

答案:(1) ± 10 (2)$\dfrac{4}{5}$ (3)0.1; $\pm\dfrac{3}{2}$ (4) ± 2

【立方根】如果一个数的立方等于 a,这个数就叫做 a 的立方根.

☞ **说明:**

(1)如果 $x^3=a$,则 x 叫做 a 的立方根,记作 $x=\sqrt[3]{a}$.

(2)正数有一个立方根,仍为正数. 如:8 的立方根为$\sqrt[3]{8}=2$.

(3)0 的立方根为 0,即$\sqrt[3]{0}=0$.

(4)负数有一个立方根,仍为负数. 如: -27 的立方根为 $\sqrt[3]{-27}=-3$.

(5)对任何有理数 a,都只有一个立方根, $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$.

【开立方】求一个数 a 的立方根的运算,叫做开立方,它与立方互为逆运算.

【无理数】无限不循环小数叫做无理数.

☞ **说明:**

(1)无理数有两个本质属性,一是“无限”,二是“不循环”,只有满足这两个条件的小数才是无理数.

(2)虽然从开方运算可以得到无理数,但并不是所有的无理数

都是从开方开不尽得到的. 如:圆周率 π 是无理数,但它并不是开方开不尽产生的,因此不能误认为“无理数是开方开不尽的数”.

(3)判断一个数是否是无理数,要根据定义看其本质属性,不能说“带根号的数是无理数”. 如:$\sqrt{25}=5$ 是有理数,而不是无理数.

(4)要把无理数和它的有理数近似值严格区别开来. 如:$\sqrt{2}$是无理数,而它的近似值 1.4、1.41、1.414、1.4142、…都是有理数.

例 1 已知实数 x、y 满足 $\sqrt{2x-3y-1}+(x-2y)^2=0$,求 x、y 的值.

解:由题意,得$\begin{cases}2x-3y-1=0,\\x-2y=0.\end{cases}$解得$\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$

例 2 下列命题:①零是最小的实数;②数轴上所有的点都表示实数;③无理数就是带根号的数;④一个数的平方根有两个,它们互为相反数. 其中正确命题的个数为(　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

分析:①错,②对,③错,④错.

答案:A

二、代数式

知识结构图

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}$$

【代数式】用基本运算符号把数和表示数的字母连接而成的式子叫做代数式.

☞ **说明:**

(1)基本运算符号包括加、减、乘、除、乘方、开方六种.

(2)用字母表示数,可以表示任何数,因此,有关数的运算律也