

Analytical Theory of
Degrees of Freedom
for Robot Mechanisms

机器人机构自由度 分析理论

赵景山 冯之敬 褚福磊 著



科学出版社
www.sciencep.com

机器人机构自由度分析理论

Analytical Theory of Degrees of
Freedom for Robot Mechanisms

赵景山 冯之敬 褚福磊 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统地论述了机器人机构自由度分析的理论和方法，主要内容包括：运用实例指出依据构件个数和运动副约束个数简单代数求和原理的机构自由度计算方法，以及计算结果常与机构实际不相一致的五个基本根源及其解决的必要条件；通过研究运动链的终端约束与运动，建立机器人末端执行器自由度的分析理论；在研究了机器人可达工作空间及其在工作空间内的奇异性和平动静力后，提出了分析机器人机构配置自由度的基本思路和方法；在应用方面，通过空间可展结构和自由度分析理论在双足仿人机器人、汽车悬架、多自由度实验台等的综合实例论述了该理论体系在创新设计中的重要意义。

本书可作为机械设计与自动化专业的教师、研究生和高年级本科生的教学参考书，也可供相关领域的工程技术人员提高创新设计能力之用。

图书在版编目(CIP)数据

机器人机构自由度分析理论/赵景山，冯之敬，褚福磊著. —北京：科学出版社，2009

ISBN 978-7-03-024244-0

I. 机… II. ①赵…②冯…③褚… III. 机器人—机构学—自由度—分析
IV. TP24

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 034624 号

责任编辑：陈 婕 王志欣 于宏丽/责任校对：宋玲玲

责任印制：赵 博/封面设计：耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

骏 玉 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009 年 3 月第一 版 开本：B5 (720×1000)

2009 年 3 月第一次印刷 印张：21

印数：1—2 500 字数：414 000

定 价：60.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换(环伟))

前　　言

18世纪初，蒸汽机和纺织机的发明及其在工业中的应用促进了机构学的诞生和发展。1875年，德国人Reuleaux就提出了机构是由构件通过运动副连接而成的概念。19世纪下半叶，机械工业的迅速发展，对机构的应用以及相应的分析和综合提出了更进一步的要求。机构学逐渐发展成为一门具有完整体系的学科，它所研究的基本问题大致可以划分为两大类：机构的分析与综合。前者着重研究机构的结构学、运动学与动力学规律及其相互联系，为了解机械系统的性能和机构综合提供理论依据；后者则是指按结构、运动和动力等方面的要求来设计新机构的理论和方法。

机构结构学是机构学研究的重要内容，它将整个机构作为一个系统来考虑，以揭示机构的结构组成规律、拓扑结构特征及其与机构运动学、动力学特性之间的内在联系。1916年，俄国的Accyp提出了机构的组成原理：机构是由自由度为零的杆组依次连接到原动件和机架上组成的。因此，在Accyp之后很长的一段时间里，通过改变机构组成结构来改变机构性能的研究引起了人们的极大兴趣。但随着复杂机构特别是空间并联机构的出现，从机构结构组成原理角度得出的机构分类系统对机构创新所起的作用不再那么明显。因此，这就需要探索机构创新设计的新理论和新方法。

机构学的新理论与新方法日趋体系化，与系统整体特性和新机构发明相关的新理论体系正在逐步完善。这就促使机构结构学、运动学和动力学融为一体。机构学与计算机技术交叉，形成了计算机构学；机构学与仿生学交叉，形成了机构仿生学；机构学与生物医学和自动控制交叉，形成了康复工程和机器人学；而现代机构学为设计微型机器人开辟了有效的途径。仿生机构类型的深入研究，将会创造出形形色色的仿生机械，使现代机构学的应用更加广泛、更为有效。因此，机器人研究和开发中相关的机构类型、尺度综合、工作空间、动力特性、动刚度以及控制技术和可控机构的设计都离不开现代机构学理论和方法的指导。近年来，机构学基础理论的研究主要集中在机器人机构学、灵巧手操作过程、步行机器人以及并联机器人机床等方面。现代复杂空间机构已经在实践中得到应用，可以预期，在不远的将来现代机构学的深入研究和广泛应用，将会大大推动现代新型机械的发明。机器人特别是特种机器人的创新，有赖于机器人机构学的发展，这就为机构综合提出了更为具体的要求：建立更为完善、有效的机构结构综合理论以及与之相应的描述和分类方法，为构思、发明新机构提供理论指导和依据。

一切机器都是由机构组成的，在进行机构设计之初，需要首先确定机构的自由度，进而才能确定驱动的配置和控制问题。因此，机构自由度是机构学中具有普遍意义的一个重要概念，是机构设计时首先要解决的关键问题。机构自由度的计算一直沿用以 Kutzbach-Grübler 公式为代表的计算方法。它通过对构件、运动副以及运动副引入的约束个数进行代数求和的原理进行计算。随着现代空间复杂并联机构的大量涌现，人们已经发现用这些公式和方法对许多新构思设计的空间复杂并联机构进行自由度计算时会经常发生错误。因此，许多学者对 Kutzbach-Grübler 公式进行了多种方式的修正，但是这些算法的理论基础并没有得到根本改变，提出的这些修正公式仍然只能在一些特定情况下使用，不能普遍适用于各种类型的机构，因而机构的自由度分析问题并没有得到真正的解决。以 Kutzbach-Grübler 公式为基础的机构自由度计算方法显示出了很大的理论局限性，其计算结果与机构真实之间存在着尖锐的矛盾。这就有可能导致这样一种情况的出现：有相当一部分不符合该计算方法而实际有效的新型机构，很可能在设计构思初期因自由度计算的不真实结果而被误判和忽略。这已成为机构学发展的一道难于跨越的屏障，亟须从根本上解决这个重大的理论问题，以确保新型实用机构的不断发明和推广应用。因此，本书以作者近年来在复杂机器人机构的结构分析、工作空间及其内部的运动奇异性、运动静力学等方面的研究成果为基础，系统论述空间机器人机构自由度分析的理论和方法。

全书共 12 章。第 1 章介绍了本书的研究目的及意义、国内外机构自由度分析及计算的研究现状。第 2 章介绍了螺旋理论的基本知识。第 3 章研究了终端约束不变条件下运动链的等价替换和综合问题。第 4 章研究了机器人机构末端执行器所受到的来自各运动链的终端约束及在这些约束下末端执行器所具有的自由运动和自由度，并运用实例指出，机器人机构末端执行器的自由度应同时具有数目、类型和方向这三个属性。第 5 章和第 6 章研究了空间机器人机构末端执行器可达工作空间的搜索及其在工作空间内的奇异性问题；基于空间并联机器人机构末端执行器自由度分析、求解工作空间的坐标变换法；以 Schoenflies 型空间并联机构为例讨论了灵活工作空间的综合问题；并通过建立机构的静力平衡方程，导出了机构奇异的条件。第 7 章研究了空间并联机器人机构运动学的建模问题。第 8 章研究了机器人机构的运动静力问题。第 9 章研究了机器人机构在工作空间中的基本运动特性；通过研究不同驱动方案下机构末端执行器的自由度，得到了描述机构动态驱动控制的配置自由度；在对机构的运动几何约束进行统一数学描述的基础上，研究了空间机器人机构自由度的分析理论。第 10 章从机构自由度分析模型的理论基础方面揭示了将机构末端执行器的自由度和控制末端执行器所需的独立驱动区分开来，是正确分析机构自由度的必要前提。第 11 章研究了基于剪叉式机构单元的空间可展结构的机构学原理。第 12 章通过自由度分析理论

在双足仿人机器人下肢机构的创新设计、汽车独立悬架、多自由度实验台等的综合实例论述了自由度分析理论在创新设计中的重要应用问题，讨论了机构综合的一般步骤和具有普遍意义的机构创新设计的基本方法。

在本书的著述过程中，清华大学精密仪器与机械学系金德闻教授、张济川教授、申永胜教授、汪劲松教授、董景新教授、赵长德教授，伦敦大学国王学院戴建生教授，天津大学机械学院黄田教授，武汉理工大学汪钟正教授，华中科技大学陈立平教授、张云清副教授、任卫群副教授和周凡利博士，清华大学计算机系孙增圻教授、连广宇博士，北京交通大学方跃法教授，威斯康星大学杨旭博士在一些具体问题上提供了热情帮助和建议，湖北汽车工业学院张胜兰副教授、付勇智副教授，清华大学贾晓红副教授、卢文秀博士、王子曦博士、于湘涛博士以及博士研究生周海欣、硕士研究生朱浩、赵盛在稿件校对方面给予了极大的帮助，在此一并向他们表示衷心的感谢！

本书的工作是在教育部全国百篇优秀博士学位论文专项基金“自由度分析模型的理论基础及其在机构分析与综合中的应用研究”（编号：200741）、教育部博士点基金（新教师基金）“基于生物运动特征提取和描述的空间机器人机构的创新设计理论及应用研究”（编号：200800031004）、国家自然科学基金“汽车独立悬架创新设计的综合理论及应用研究”（编号：50805083）和清华大学骨干人才经费的支持下完成的。衷心感谢教育部、国家自然科学基金委员会和清华大学给予的资助！

由于作者水平所限，书中难免存在不足和疏漏之处，敬请读者不吝赐教。电子邮件联系地址：jingshanzhao@tsinghua.edu.cn。

作　者

2009年1月于北京清华园

目 录

| | |
|------------------------------------|-----|
| 前言 | |
| 第 1 章 导论 | 1 |
| 1.1 机构学的历史回顾与发展展望 | 1 |
| 1.2 自由度研究在机构设计及分析中的基础性地位 | 6 |
| 1.3 空间机构自由度分析的研究历程及其研究中存在的理论与实践的矛盾 | 7 |
| 1.4 机构自由度计算结果与机构实际自由度矛盾的根源 | 13 |
| 1.5 本书的结构安排 | 17 |
| 第 2 章 螺旋理论基础 | 21 |
| 2.1 直线的 Plücker 列向量 | 21 |
| 2.2 刚体的运动描述 | 24 |
| 2.3 运动和力的螺旋描述 | 34 |
| 2.4 螺旋的互易积及其几何意义 | 37 |
| 2.5 螺旋的线性组合及螺旋系的主螺旋 | 39 |
| 第 3 章 运动链的运动螺旋系及其终端约束螺旋系 | 67 |
| 3.1 运动副自由度的螺旋表述 | 67 |
| 3.2 运动链的运动螺旋 | 76 |
| 3.3 运动螺旋及其互易螺旋 | 80 |
| 3.4 终端约束不变条件下运动链的综合 | 84 |
| 第 4 章 机器人机构末端执行器的自由度 | 91 |
| 4.1 末端执行器的约束空间及自由运动空间 | 91 |
| 4.2 末端执行器的自由度分析理论 | 92 |
| 4.3 末端执行器的自由度分析理论的应用 | 94 |
| 4.4 复合运动链的等价替换 | 105 |
| 第 5 章 机器人机构末端执行器的工作空间分析 | 112 |
| 5.1 基于机器人机构末端执行器自由度分析的工作空间研究 | 113 |
| 5.2 空间并联机器人机构工作空间的对称性研究 | 138 |
| 5.3 对称同态定理在工作空间分析中的应用 | 142 |
| 5.4 基于工作空间分析的运动链综合 | 154 |

| | |
|---------------------------------|-----|
| 第 6 章 机器人机构工作空间内的奇异性分析 | 164 |
| 6.1 机构奇异性问题的研究现状 | 164 |
| 6.2 分析并联机器人机构奇异性的动态系统的静平衡方程 | 165 |
| 6.3 机器人机构奇异空间的对称性分布 | 167 |
| 6.4 并联机器人机构末端执行器奇异性分析方法的应用研究 | 169 |
| 第 7 章 运动学建模的三点坐标法 | 191 |
| 7.1 用三点坐标法建立机器人机构的运动学方程 | 191 |
| 7.2 空间并联机构的正运动学问题 | 195 |
| 第 8 章 机器人机构的运动静力分析 | 211 |
| 8.1 串联机器人机构的运动静力分析 | 211 |
| 8.2 并联机器人机构的运动静力分析 | 216 |
| 第 9 章 机器人机构在工作空间中的运动特性分析 | 223 |
| 9.1 几个机构学基本概念的理论注释 | 223 |
| 9.2 指定了末端执行器的机构配置自由度的分析 | 229 |
| 9.3 机构配置自由度计算的一般步骤 | 234 |
| 9.4 并联机构配置自由度分析方法的应用研究 | 235 |
| 第 10 章 机构自由度分析模型的理论基础 | 249 |
| 10.1 机构末端执行器自由度的分析基础 | 250 |
| 10.2 机构配置自由度的分析基础 | 254 |
| 第 11 章 空间可展结构的机构学原理 | 265 |
| 11.1 自然界中的可展结构 | 265 |
| 11.2 可展结构单元的机构学原理 | 267 |
| 11.3 常见的可展结构单元的运动特性分析 | 275 |
| 第 12 章 自由度分析理论在机构综合中的应用 | 281 |
| 12.1 机构综合问题的提出 | 281 |
| 12.2 机构综合的基本步骤 | 282 |
| 12.3 机构综合的应用分析 | 284 |
| 参考文献 | 316 |
| 常用符号表 | 327 |

第1章 导论

1.1 机构学的历史回顾与发展展望

机构学是研究机构运动规律和传动规律的一门科学,它包括机构运动学和构造机构学两部分^[1]。机构运动学主要讨论两方面的问题:分析现有机构在动件上各点的轨迹、位移、速度、加速度等的性质;按预期的运动规律来设计机构以达到所需的运动要求^[2]。构造机构学主要研究机构的结构组成原理。机构的结构原理、运动学、动力学和精度分析等方面的研究成果可以为确定各种机构的运动、选择机构的类型和尺寸、进行运动学和动力学计算以及创新设计提供理论和方法^[3]。

1.1.1 机构学的研究范畴

18世纪初,随着蒸汽机和纺织机的发明和改进,微积分、理论力学等学科开始建立并日臻完善,为各种机械的设计和发明提供了理论基础和手段。那时,机构学还包含在应用力学的范畴。19世纪下半叶以后,机械工业的迅速发展对机构的应用以及与它相应的分析和综合提出了更进一步的要求。在英国,以Willis为代表的机构学者们,按运动变换性质与速比关系对机构进行分类,并着重研究了齿轮和行星传动。在德国,以Reuleaux和Burmeister为代表的机构学者们,引入运动副、运动链和机构简图等概念,从机构结构原理上探讨机构的可能类型,进而发展到提炼机构的共性问题,并主要按运动几何学原理以图解方法进行机构的分析和综合。在俄国,以Чебышев为代表的机构学者们,用函数逼近论等代数方法来解决机构尺度的近似综合问题。以这些成果为基础,机构学逐渐发展成为一门具有独立完整体系的学科^[4]。

机构学是机械设计所依据的最重要的基础理论学科之一。机构的发明、创新和改进是机构设计的重要任务。机构学研究的基本问题大致可以划分为两大类:机构分析与机构综合。机构分析着重研究机构的结构学、运动学与动力学特性,以揭示机构的结构组成、运动学与动力学规律及其相互联系,为了解已有机械系统的性能和机构综合提供理论依据。机构综合则是指按结构、运动和动力等方面的要求来设计新机构的理论和方法,可分为结构综合、运动综合和动力综合等部分。机构结构学是机构学研究的重要内容之一,它主要是将整个机构作为一个多体机械系统来考虑,以揭示机构的结构组成规律、机构的拓扑结构特征以及它们与机构运动学、动力学特性之间的内在联系,为建立机构结构学、运动学和动力学的系统理

论提供基本依据,为机构结构类型的优选(即构思、发明新机构)提供理论指导和依据^[5]。

1.1.2 机构学的发展历程及展望

德国在早期的机构学研究方面最为活跃。20世纪40年代后,特别是在60年代以后,美国在机构学研究领域获得了跨越性的飞速发展,在机构结构理论、平面与空间连杆机构的分析与综合、凸轮机构动力学、运动弹性体机构动力学以及机构优化设计等领域都进行了大量的研究工作。现在,美国在机构学诸多方面的研究均处于世界的领先地位。20世纪60年代以后,英国对机构学的研究加快了步伐,在凸轮机构、机械动力学以及空间连杆机构等方面均取得了实质性的成果。苏联自20世纪30年代成立苏联科学研究院机械学研究所后,机构学就成为其主要的发展方向之一。第二次世界大战以后,苏联机构学的研究有了较快的发展。在机构结构理论、精度分析、平面低副机构综合、高副包络理论、空间机构、多自由度系统动力学等方面均做出了重要贡献。尤其是在20世纪50年代至70年代,苏联在机构学主要领域的研究成果均居于世界首位。日本在凸轮机构的动力学及其计算机辅助设计与制造和平面连杆机构的分析与综合等方面同样进行了研究。20世纪70年代后,在机械手和机器人的研究方面进展特别迅速,对抓取机构的分类与性能鉴别、多自由度多关节开式运动链的运动可能性与动作分析以及运动稳定性等问题的研究均取得了重大进展。一些研究者在仿生学领域研究了手指、手臂和腿的功能,以建立人造肌肉、人造骨骼和人造足,逐渐形成了一门新的学科——生物机构学,并在日本成立了仿生机构学会^[4]。梶田秀司^[6]对近年来双足仿人机器人的运动学、ZMP和动力学、双足步行、全身运动模式的生成、动力学仿真等方面的最新研究进展进行了系统的介绍。我国著名机械工程专家国立清华大学教授刘仙洲先生于1935年出版了我国第一本系统阐述机构学原理的著作——《机械原理》,这是我国学者正式跨入机构学领域的标志^[3]。

为了加强机构学研究的国际交流与合作,1969年秋成立了国际机械理论与机构学联合会(简称IFToMM)。各国从事机构学研究的著名学者联合组成了IFToMM的执行理事会以及联合会中的各种技术发展委员会,创办了*Mechanism and Machine Theory* 期刊,机构学领域的许多重要研究论文多发表在该杂志上^[4]。

空间机构学的研究虽然起始于20世纪20年代的后期,但时至50年代末仍进展缓慢^[7]。由于空间机构具有结构紧凑、占用空间小及用少量的构件就可以实现灵活多样的复杂运动等突出优点,在之后不足40年的时间内,空间机构学的研究取得了丰硕的成果。新兴的机器人机构学、虚拟轴机床等复杂的空间机构本质上都属于空间机构学的研究范畴。

从空间并联机构的发展历程来看,20世纪90年代后并联机构已成为机构学的研究热点之一。在理论研究方面,重点研究了各类并联机构、串并联机构以及仿生机构的设计理论和运动学、动力学性能评价指标体系等。在应用方面,主要研究了飞行模拟器、虚拟轴机床、微动机构、传感器、误差补偿器、步行机器人以及各种各样的仿生机器人机构等^[5]。近年发展起来的基于 Stewart 平台原理的并联结构^[8,9]方案引起了国内外学者的高度重视,它衍生出的一种全新的加工设备——虚拟轴机床受到了世界各国的关注^[10,11],经过二十多年的发展,已为人们深刻认识,并在机械工程的诸多领域得到了广泛应用。

虚拟轴机床,虽然其原型 Stewart 平台^[8]早在 1965 年就已问世,而且苏联新西伯利亚电工研究所 20 世纪 80 年代根据这一新的概念研制出一台试验性机床^[12],但真正引起举世关注的,则是在 1994 年的芝加哥国际机床展览会 (IMTS94) 上,美国 Ingersoll 和 Giddings&Lewis 两家公司首次展出的名为 VARIAX 的并联机床,它所产生的轰动效应带动了国际性的研发热潮。之后,在 1995 年的第 11 届欧洲机床展览会上,瑞士 Geodetic 公司展出了 GPM1000-20S 型机床,意大利 Comau 公司展出了 Tricept 型去毛刺机器人,它们的执行机构都应用了并联结构。在 1997 年德国汉诺威国际机床展览会 (EMO97) 上,展出了十多台并联机床样机,并首次进行了金属工件铣削表演。虚拟轴机床的应用研究得到了国内外学术界的普遍重视,如瑞士研制的并联机床采用了 Hexaglide 并联机构,Pierrot 提出了 Hexa 类型的并联机构,三自由度并联机构中应用最为广泛的 Delta 机构以及 Tsai 机构等^[13],有关国内外虚拟轴机床的最新进展情况这里不再一一展开,具体可以参阅文献[14]。我国在平面及空间连杆机构的结构理论研究方面也取得了重要进展,在串联机器人机构运动学逆解和工作空间分析、空间并联多环连杆机构的运动分析以及连杆机构综合等方面都达到了世界水平^[15]。张启先院士^[16]、李学荣教授^[2,17,18]、白师贤教授^[19]等老一辈机构学者们为我国机构学基础理论的研究和推广应用做出了重要贡献。

在机构学的理论研究中,用矢量来描述刚体的运动是传统意义上最基本的方法之一。在空间机构中常采用矢量的右手直角坐标表示法,通过矢量的内积和外积等规则运算,并利用矢量微分法来研究机构的速度和加速度等机构运动学和动力学问题。1959 年,Shigley^[20]对矢量法进行了系统的研究。Hartenberg 和 Denavit^[21]首先提出用机构的四个结构尺寸参数与运动位置参数组成的矩阵变换来描述点的坐标在绝对坐标系中的投影关系,即用运动副连续矩阵运算方程式来表示机构的位置和姿态,并对几种常用四杆空间机构进行了分析和综合。这就是现在被称为 D-H 方法的矩阵变换法。在进行空间机构运动分析时,还常采用对偶数、对偶矢量和螺旋矢量。早在 20 世纪 40 年代末,以 IFTOMM 的第一任主席 Артоболевский 院士为首的苏联广大机构学者,创造性地建立起系统的机构结构

组成、运动分析、动力分析及机构综合的几何和代数方法,为机构学的发展做出了巨大贡献。1967年,Hunt^[22]应用螺旋轴和线性几何学的方法研究了空间机构的运动分析问题。1970年,Woo 和 Freudenstein^[23]应用线性几何学的原理得出机构运动分析的代数公式并发展了螺旋矢量的数值算法。Duffy 和 Habib-Olahi^[24,25]利用球面三角学导出空间五杆机构对偶数输入、输出位移方程式。Duffy 和 Keen^[26]又把同样的方法推广到 RRERR 机构,即把平面副(E)当成 2P 和 1R 的组合来讨论。1968年,Roth^[27]应用对偶数螺旋轴几何学讨论了含有转动副(R)、移动副(P)或圆柱副(C)的双运动副杆有限分离位置的一般设计原理。1972年,Tsai 和 Roth^[28]引入旋量三角形,用来讨论不仅含有转动副(R)、圆柱副(C)、球面副(S)、移动副(P),而且还包含螺旋副(H)的有限或无限分离位置综合问题。

1978年,Hunt^[29]出版了 *Kinematic Geometry of Mechanisms* 一书,系统地介绍了运动几何学这一机构学研究的有效工具,并进一步发展了 Ball 的螺旋理论^[30]。书中讨论了运动副、连杆、平面及球面机构的运动、运动副的互换、机构的型、数和尺寸综合、机构的自由度和约束问题;研究了平面及空间机构的运动几何描述方法,进而发展了对偶数、对偶矢量和螺旋理论,并将这些工具应用于空间机构的分析。该书的前半部分讲述了人们熟知的平面及空间机构的运动几何描述问题,后半部分进一步发展了螺旋理论,使之能够非常方便地进行机构的运动分析和描述。

Phillips 分别于 1984 年和 1990 年出版了 *Freedom in Machinery, Volume 1: Introducing Screw Theory*^[31] 和 *Freedom in Machinery, Volume 2: Screw Theory Exemplified*^[32] 两部著作,系统讨论了机构的自由度和约束问题。Phillips 直接在三维空间讨论接触刚体间的运动和静力约束问题,进而发展了螺旋理论。第二卷重点讲述了螺旋理论,并应用于一般机构的分析和综合以及实际机构的设计中。黄真教授的《空间机构学》^[33]系统地介绍了 Duffy 的球面解析理论和螺旋理论,为螺旋理论在我国的推广应用做出了重要贡献。

可以说,机构学是在 19 世纪逐步形成、20 世纪得到迅速发展的一门机械理论基础学科。机构学基础理论的不断深化又促进了机器人机构学的发展,机器人机构的分析和综合方法正在向高精度、高速度、可视化方向发展;机构的类型和性能分析也更加深入。构型研究主要集中在总体结构的造型、机构的自由度、奇异性、运动轨迹、刚体导引、驱动方式、工作空间等的设计与规划以及约束多维问题的优化设计上。张济川教授在其著作《机械最优化设计及应用实例》^[34] 中系统地阐述了机构的优化设计问题,运用数学规划对多目标优化问题进行了研究。在机构结构理论的研究中,许多学者运用各种数学工具如矢量、张量、矩阵、四元数、图论、线性代数、解析几何、对偶数、螺旋理论等系统地分析机构的结构类型及运动自由度问题。

机构运动自由度研究的重点是如何分析具有多环路而且不同环路中公共约束不相同或具有超约束和局部自由度的空间连杆机构;探索和建立对机构分析和综合有普遍意义的机构结构原理和分类原则。机构的结构理论主要研究机构的组成原理、可能类型及运动自由度计算。机构结构理论的研究起源很早,最初多集中于平面机构问题,但由于当时工程实际应用中的机构一般都是单自由度单闭环的,而且构件数不多,从机构结构组成原理角度得出的机构分类系统对机构创新所起的作用似乎不很明显^[5]。

近年来,机构学基础理论的研究主要集中在并联机器人机构学、灵巧手操作过程、步行机器人以及并联机器人机床等方面。黄真教授等^[35]系统地介绍了 6 自由度并联机器人机构的结构分析、位置分析、运动学和动力学分析、机构的运动性能以及并联机器人控制的研究状况。近年来,世界各国的机构学者们对并联机构的构型设计与装配工艺设计^[36~39]、机器人机构的位置分析^[40~58]、运动学^[59~64]和动力学分析^[65~67]、机构的奇异性^[68~73]以及工作空间^[74~93]、弹性连杆机构的分析与设计^[94]等问题进行了研究并取得了重大进展。但是,如何正确地确定机构的公共约束一直是复杂空间机构结构分析中的一个难以解决的问题,许多学者^[33,35,95~101]在求解具有多闭环的空间并联机构的公共约束方面进行了大量的研究。

现代复杂空间机构已经在实践中得到应用,可以预期,在不远的将来现代机构学的深入研究和广泛应用,将会大大推动现代新型机械的发明,促进机械工业的快速发展。而现代机构学为设计微型机构开辟了有效的途径。微型机械的开发离不开各种各样微型机构及微动机构的设计理论和方法的深入研究。此外,仿生机构类型的深入研究,将会创造出形形色色的仿生机械,使现代机构学的应用更加广泛、更加有效。因此,机器人研究和开发中相关的机构类型、工作空间、动力特性、动刚度以及控制技术和可控机构的设计都离不开现代机构学理论和方法的指导。这一点已得到了全世界机构学学者的广泛共识。2003 年,IFToMM 公布的第三版名词术语中出现了机电一体化(mechatronic)、微机电系统(MEMS)和仿生机构等名词;同时,IFToMM 的名称由 International Federation for Theory of Mechanism and Machine 改为 International Federation for Promotion of Mechanism and Machine Science^[102]。机构学的新概念、新理论与新方法日趋体系化。与系统整体特性和新机构发明相关的新理论体系正在逐步完善,而贯穿理论体系的基本思想之一是机械系统不同层次结构单元以及单元间的约束特性、单元所组成的系统的整体特性之间具有内在的联系和规律性。这就促使机构结构学、运动学和动力学融合为一体。机构学与计算机技术交叉,形成了计算机构学;机构学与仿生学交叉,形成了机构仿生学;机构学与自动控制和生物医学交叉,形成机器人学。毋庸置疑的是,机器人特别是特种机器人的创新,有赖于机器人机构学的发展。黄田教授等研究了快速取放机器人^[103]以及 6 自由度机器人机床的参数辨识方法^[104]。

可以预期,机器人机构的类型、工作空间、尺度综合以及工作稳定性等问题的研究具有广阔的应用前景^[5]。

综观机构学理论研究现状,其发展趋势可归纳为^[105]:以整个系统为研究对象,揭示多自由度、多回路机械系统在工作全过程中的各种性能;有关创新的理论与方法的研究;机构学的概念、理论与方法的条理化与系统化;计算机辅助机构设计系统成为现代机构设计的主要手段;促进机构学理论研究与试验研究相结合。在机构学今后的发展中,将有两大问题有待于进一步的突破^[106]:建立更为完善、有效的机构结构综合理论以及与之相应的描述和分类方法;建立系统的基于拓扑结构的空间机构评价、定性选优及定量分析的方法,从而在给定工作要求的情况下,可以优选出结构最为合理的机构。

1.2 自由度研究在机构设计及分析中的基础性地位

一切机器都是由机构组成的^[1],在进行机构设计之初,需要首先确定机构的自由度,进而才能确定驱动的配置和控制问题。因而,正确分析机构的自由度是机构结构设计和分析的基础和前提,具体来讲,机构的结构设计和分析又可以分为机构的型综合、杆综合及机构自由度计算等三个方面。型综合就是在杆数和运动副一定的条件下,研究可以组成多少种不同自由度的机构;杆综合是研究在满足一定运动自由度要求的前提下,机构将由多少构件和运动副组成。这两个课题虽有些区别,但相互间有着密切的联系,它们之间以机构的自由度分析为连接纽带。

机构的结构分析是研究机构组成原理、机构的分类及机构运动自由度等问题的一个机械理论学科分支。机构的自由度是机构结构分析中的主体内容。同时,机构的结构分析又是机构运动、动力分析及机构综合的一个重要方面。由于科学技术的迅速发展,要求创造和设计出更好的机构,因此,进一步从理论上对机构的结构、类型、运动特点等加以研究,就成为不可缺少的内容。机构的型综合为机构的创新设计提供了选型方法,而自由度分析则为确定机构原动件数及进行运动学和动力学研究提供了依据。因而,自由度是机构学中最为基本的重要概念,机构的自由度分析在机构的设计和分析中起到了根基性的作用,为机构的创新、杆综合及型综合提供了保证,也为进一步分析机构的驱动控制以及运动学和动力学等性能奠定了基础。为方便起见,这里简要给出本书中将要用到的一些基本概念。

定义 1.1 构件是具有一定几何尺寸的空间实体,是组成机构的基本运动单元。它能够以一定方式与其他构件相连接,可以是单个零件也可以由若干零件装配在一起构成的没有相对运动的实体。简言之,构件是机构中最基本的运动单元体^[107]。

定义 1.2 运动副是由成对构件通过直接接触而形成的可动连接。

定义 1.3 相对自由度是指通过运动副相连接的两构件间能够实现的独立的相对运动。

定义 1.4 运动链是由构件通过运动副连接而成的一个可动系统,它能够传递一定的运动和动力。当运动链中不含有任何封闭回路时,称之为开式运动链或串联运动链;当运动链至少构成一个封闭回路时,称之为闭式运动链或并联运动链。如果一条运动链既含有串联运动链又含有并联运动链时,称之为复合运动链。

定义 1.5 运动链的终端约束是指运动链的终端提供给它所连接刚体的有效约束。

定义 1.6 机构是能够实现一定运动规律的实物组合体,可以用来进行运动、动力或能量的传递或转换^[108]。由串联运动链形成的机构称为串联机构,由并联运动链形成的机构称为并联机构,既包含串联运动链又包含并联运动链的机构称为复合机构。

定义 1.7 机构中作为运动和动力输出的构件称为机构的执行构件或机构的末端执行器。

对于一个并联机构来说,末端执行器具有两个或两个以上的串联运动链。因而,其末端执行器的运动是各分支运动链运动复合的结果,而串联机构和复合机构都可以看作是特殊的并联机构。因此,可以说,空间机构结构分析的重点和难点是如何分析运动链对末端执行器的运动约束问题。

1.3 空间机构自由度分析的研究历程及其研究中存在的理论与实践的矛盾

1.3.1 机构自由度分析的研究历程^[4]

在近代机构结构分析方面的研究历程中,德国和原苏联的机构学工作者做出了杰出的贡献。早在 19 世纪,德国的 Reuleaux 首先对机构下了确切的定义,他系统地研究了运动副,并将运动副分为高副与低副,使人们认识到机构是由构件通过运动副连接而成的,运动副作为一种连接,既约束了相连接两构件的某些相对运动,又允许构件间有一定的相对运动,如果以简单的数学关系来表示两构件连接成运动副后所能产生的相对运动的数目 F ,则有

$$F = 6 - S \text{ 或 } S = 6 - F \quad (1.1)$$

式(1.1)表示一个自由刚体在空间有 6 个自由度(3 个转动和 3 个移动), S 为运动副的约束数。

人们按运动副的约束数目 S 将运动副分成 5 个级,例如, $S=1$ 称为 1 级运动副,它表示相连两构件间有 5 个相对自由度,而受到一个约束(即失去一个相对自由度);同理, $S=2$ 称为 2 级副,表示该运动副有 4 个相对自由度,依此类推。

在 Reuleaux 研究的基础上,俄国学者 Чебышев 及德国学者 Grubler 提出了平面机构的自由度计算公式

$F = 3n - 2p_5$ (Чебышев 形式) 或 $2p_5 - 3n + F = 0$ (Grubler 形式) (1.2)
这两个公式发表于 1870~1883 年^[4]。不久,德国学者 Kutzbach 给出了空间运动链自由度计算公式

$$F = 6K - (5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1) \quad (1.3)$$

式中: K 表示运动链中的活动构件数; p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 分别为 1 级副、2 级副、……、5 级副的数目。

1930 年左右,德国学者 Kutzbach 又给出了计算机构自由度公式的另一种形式

$$F = b(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (1.4)$$

式中: b 为 6 或 3(一般空间机构为 6, 平面机构为 3); n 表示机构的构件数; j 表示运动副数; f_i 表示每一运动副可能产生的相对运动数。

实践证明: 上述公式在应用于一些机构的自由度计算时, 并不能得到正确结果。苏联学者 Малышевский 等对 Kutzbach 式进行了修改, 于 1943 年给出了考虑机构公共约束的结构公式

$$F = (6 - m)n - \sum_{S=m+1}^5 (S - m)p_S \quad (1.5)$$

式中: m 表示机构各构件的公共约束数($m=0, 1, \dots, 4$); S 表示运动副级数; p_S 表示 S 级运动副的数目; n 表示机构中可活动的构件数。

式(1.5)虽然已考虑到机构的公共约束, 但并不具有普遍适用性, 如在对机构自由度进行验算时。因为机构所受到的约束除上述公共约束外, 还有诸如重复约束、局部自由度、复合铰链等, 这些都会影响机构自由度的计算。

美国布朗大学的 Paul 于 1960 年给出了以独立的环路数来确定平面机构自由度的分析方法, 但对于多环路而且每一环路公共约束不相等的空间机构自由度的计算还没有达到完善的地步。

美国耶鲁大学的 Crossley 在 Grubler 公式的基础上, 对平面连杆机构进行了分析, 应用简单运算子——一个数列加到不同的杆件上, 可以获得不同杆数组成的满足预期自由度的各种类型的铰链机构。

对于任何仅包含回转副的平面连杆机构, Crossley 的理论给出了运动副与构件数间的关系: 必须有 N 个构件和 J 个运动副, 即

$$\begin{cases} N = n_2 + n_3 + \dots = \sum_{i=2}^{\infty} n_i \\ 2J = 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + \dots = \sum_{i=2}^{\infty} in_i \end{cases} \quad (1.6)$$

式中: n_2, n_3, n_4 分别为二副杆(即一个杆上有两个运动副)、三副杆、四副杆等的数量。

根据 Чебышев-Grübler 平面机构公式,有

$$F = 3(N - 1) - 2J$$

通常 $F=1$,则

$$J = \frac{3}{2}N - 2 \quad (1.7)$$

由式(1.7)可知, J 为平面运动副的数目, 它应为整数, 所以构件数 N 就应为偶数。据此, 最简单的四杆机构, 如果仅包含两副杆, 则 $N=n_2=4$, 由式(1.6)和式(1.7)求得 $n_2=4, J=4$ 。如果进一步考虑八杆, 若其中包含四副杆, 那么, 各杆数目的计算要采用试凑的办法, 不仅不方便, 而且容易弄错。这里需要指出的是式(1.7)同样不适用于一般空间机构。

机构结构分析中的一个重要内容就是确定机构的自由度, 而在空间机构自由度的计算中, 确定机构的公共约束是个比较困难的问题。罗马尼亚布加勒斯特工业学院 Manolescu 及其合作者 Manafu, 对确定机构的“族”的研究做出了贡献, 在他们发表的著作中, 给出了机构自由度的计算公式

$$F = F_f + \sum F_{gf'} \quad (1.8)$$

式中: F_f 表示 f 族机构的自由度; $F_{gf'}$ 表示不同族($f' \leq f$)的阿苏尔组或非阿苏尔组的自由度。

Manafu 使用的计算公式为

$$F = \sum F_j^i - F_i \quad (1.9)$$

式中: F_j^i 表示第 j 个 f 族分机构的自由度; F_i 表示机构总的自由度。

此外, 罗马尼亚的 Voinea 及 Atanasiu 和 Maroskine 运用矩阵方法研究机构自由度。Manolescu 及原苏联的 Ozol 按照阿苏尔杆组中最大可变形的封闭形数目建立了机构自由度的计算公式。

1971 年美国田纳西州工业大学的 Bagci 发表文章, 提出了有 n 个机构 K 个环路的机构自由度计算的通用公式

$$F = F_i + F_r = F_o + M + F_c - F_p \quad (1.10)$$

式中: F 表示机构的自由度; F_i 表示机构所需的原动件数; $F_r = \sum_{j=1}^{n-1} f_{rj}$ 表示机构总的冗余自由度数(redundant degrees of freedom); f_{rj} 表示第 j 个构件的冗余自由度; $F_o = b(n-1) - \sum_{i=1}^r (b-i)N_i$, b 表示自由刚体构件在空间运动的独立参数, N_i 表示机构中具有 i 个自由度的运动副数目, r 表示机构中运动副所具有的最大自由度数; M 表示机构中公共约束的总数; F_c 表示机构中过约束(over constraint)总