龙门品牌 学子至爱

新课标

龙门专题

解析几何

高中数学

主　　编　傅荣强
本册主编　佟志军

龍門書局
www.Longmenbooks.com

新课标

龙门专题

解析几何

高中数学

主　　编：傅荣强

本册主编：佟志军

编　　者：唐桂坤　崔淑平　王玉兰
李素琴　刘振秀　张　贤
白万德　杨伟俊　敖志伟
李美荣　石铁明　王选军
温雅华　于晓梅　陈　丽
高　波　史景辉　裴英君
王元福　邵忠厚

龍門書局

北　京

图书在版编目(CIP)数据

龙门专题:新课标.高中数学.解析几何/傅荣强主编;佟志军本册主编.—北京:龙门书局,2008

ISBN 978-7-5088-1604-3

Ⅰ.龙… Ⅱ.①傅…②佟… Ⅲ.几何课—高中—教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第111615号

责任编辑:田 旭 马建丽 王 乐/封面设计:耕 者

龍 門 書 局出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
www.longmenbooks.com
北京龙兴印刷厂 印刷
科学出版社总发行 各地书店经销

*

2008年7月第 一 版 开本:A5(890×1240)
2008年7月第一次印刷 印张:7 3/4
字数:277 000

定 价:14.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

编委会

策划者语

生命如歌

未名湖畔，博雅塔旁。

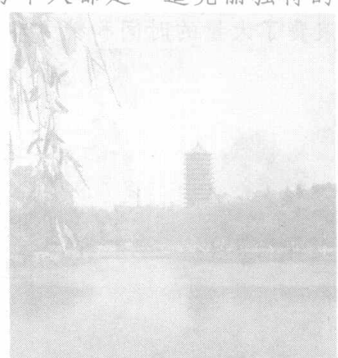
明媚的晨光穿透枝叶，懒散的泻落在林间小道上，花儿睁开惺忪的眼睛，欣喜地迎接薄薄的雾霭，最兴奋是小鸟，扇动翅膀在蔚蓝的天空中叽叽喳喳地欢唱起来了。微风轻轻拂动，垂柳摇曳，舒展优美的身姿，湖面荡起阵阵涟漪，博雅塔随着柔波轻快地翩翩起舞。林间传来琅琅的读书声，那是晨读的学子；湖畔小径上不断有人跑过，那是晨练的学子；椅子上，台阶上，三三两两静静的坐着，那是求索知识的学子……

在北大，每个早晨都是这样的；在清华，每个早晨都是这样的；在复旦，在交大，在南大，在武大……其实，在每一所高校里，早晨都是一幅青春洋溢、积极进取的景象！

在过去几年时间里，我一直在组织北大、清华的高考状元、奥赛金牌得主还有其他优秀的学子到全国各地巡回演讲。揭开他们“状元”的光环，他们跟我们是那么的相似，同样的普通与平凡。

是什么成就了他们的“状元”辉煌？

在来来往往带他们出差的路上，在闲来无事的聚会聊天过程中，我越来越发现，在普通平凡的背后，他们每个人都是一道亮丽独特的风景，都是一段奋斗不息、积极进取的历程，他们的成功，是偶然中的必然。



小朱，一个很认真、很可爱的女孩子，高中之前家庭条件十分优越，但学习一直平平；在她上高中前，家庭突遭变故，负债累累，用她妈妈的话说，“家里什么都没有了，一切只能靠你自己了。”她说自己只有高考一条路，只有考好了，才能为家里排忧解难。我曾经在台下听她讲自己刻苦学习的经历：“你们有谁在大年

三十的晚上还学习到深夜三点？你们又有谁发烧烧到39度以上还在病床上看书？……”那一年，她以总分684分成为了浙江省文科高考状元。

陆文，一个出自父母离异的单亲家庭的女孩，她说，她努力学习的动力就是想让妈妈高兴，因为从小她就发现，每次她成绩考得很好，妈妈就会很高兴。为了给妈妈买一套宽敞明亮的房子，她选择了出国这条路，考托福，考GRE，最后如愿以偿，被芝加哥大学以每年6.4万美金的全额奖学金录取为生物方向的研究生。6.4万美金，当时相当于人民币52万。

齐伟，湖南省高考第七名，清华大学计算机学院的研究生，最近被全球最大的软件公司MICROSOFT聘为项目经理；霖秋，北京大学数学学院的小妹，在坚持不懈的努力中完成了自身最重要的一次涅槃，昨天的她在未名湖上游弋，今天的她已在千里之外的西雅图……

还有很多很多优秀的学子，他们也都有自己的故事，酸甜苦辣，很真实，很精彩。我有幸跟他们朝夕相处，默默观察，用心感受，他们的自信，他们的执着，他们的勤奋刻苦，尤其是他们的“学而得其法”所透露出来的睿智更让人拍案叫绝，他们人人都有一套行之有效的学习方法，花同样的时间和精力他们可以更加快速高效，举一反三。我一直在想：如果当年我也知道他们的这些方法，或许我也能考个清华北大的吧？

多年以来，我一直觉得我们的高考把简单的事情搞复杂了，学生们浪费了大量的时间和精力却收效甚微；多年以来，我们也一直在研究如何将一套优良的学习方法内化在图书中，让同学们在不知不觉中轻松快速的获取高分。这，就是出版《龙门专题》的原因了。

一本好书可以改变一个人的命运！名校，是每一个学子悠远的梦想和真实的渴望。“少年心事当拿云，谁念幽寒坐呜呃！”

龙门专题，走向名校的阶梯！

总策划 [signature]

2008年7月

读者使用指南

1.《龙门专题》适合什么样的同学使用？

《龙门专题》是针对中等程度及中等程度以上的学生研究开发的，尤其是对尖子生来讲，《龙门专题》是必备图书！

2.中等程度的学生使用本书应注意什么？

这套书在设计上全面贯彻循序渐进的学习方法，中等程度的学生要特别注意：

"知识点精析与应用"部分侧重夯实学生的基础，重点在把基础知识讲细、讲透，适合为中等程度的学生奠定扎实的基础；

"能力拓展"部分重点在于拓展学生思维，直接与中高考的难度、题型接轨，适合中等学生提高成绩。

3.《龙门专题》适合什么时间使用？（3~5理科）

同步学习使用：

《龙门专题》每一节内容都是按照教材的顺序编排的，因此可以随着教学进度同步使用，老师讲到哪里，就紧跟着做透哪一本专题。

中高考复习：

"基础篇"适用于第一轮全面复习，全面梳理知识点，从这一角度，专题比任何高考复习资料都要详细、全面；

"综合应用篇"适用于第二轮专项复习，尤其是跟其他专题、其他学科进行交叉综合时，事半功倍。

4.如何使用《龙门专题》打下扎实的基础知识？

"万变不离其宗！"考试题目都是由基础知识演化而来的，因此基础知识是极其重要的，只有准确地理解、牢固地掌握基础知识，才能灵活、轻松地应用和解题！

使用《龙门专题》打基础，重点注意每节的"知识点精析与应用"，它分为三个小部分：

知识点精析：可帮助学生更全面的理解重点，突破难点；

解题方法指导：通过经典和新颖的例题帮助学生掌握解题规律和技巧；

基础达标演练：可以即学即练，便于巩固。

5.如何使用《龙门专题》拓展视野，提高素质？

"能力拓展"栏目是在牢固掌握基础的前提下，提高学生的综合素质和应试能力的，它同样包括三个小部分：

释疑解难：以综合性，关联所学知识，并作深度的拓展和延伸；

典型例题导析：最具代表性的例题、全面的思路分析、有的放矢的总结和反思，培养学生的解题技巧和方法；

思维拓展训练：完美的拓展训练设计，提升学生的学科思维能力。

6.怎么样在中高考复习中使用《龙门专题》？

"知识点精析与应用"用于梳理知识脉络，掌握基本知识点；复习时侧重使用"能力拓展"栏目，这部分立足于教材，对中高考必考内容进行拓展提升，也包括了一些难点和失分率较高的内容。

此外，"本书知识结构"、"本讲知识网络图"能帮助学生迅速快捷地掌握全部知识体系，提高复习效率。在中高考的复习备考中，还要注意：近年本专题知识在高考(中考)中所占分数比例，紧跟第二轮专项复习节奏使用。

7.尖子生如何使用《龙门专题》？

从全国调查看，尖子生最喜爱的教辅图书中，《龙门专题》被提及率十分高；来自高考状元的信息也表明，尖子生是特别适合使用本书的。尖子生在使用本书时，要注意以下几点：

首先，立足基础，通过自学或者预习的方式将基础知识理解并掌握；

其次，学习的重点放在"能力拓展"上，提高综合能力和应对中高考的能力；

再次，在复习中，一个板块一个板块的逐一解决，力争做到没有任何知识点的遗漏；

最后，中高考的复习，侧重于专题与专题之间、不同学科之间的复合型试题的研究和训练，确保在考试中基础题目不失分。

《龙门专题》状元榜

赵永胜 2007年山西省文科状元
中国人民大学财政金融学院

星座：射手座
喜欢的运动：爬山 乒乓球
喜欢的书：伟人传记，如《毛泽东传》
人生格言：生命不息，奋斗不止
学习方法、技巧：兴趣第一，带着乐趣反复翻阅教科书，从最基本的知识入手，打牢"地基"，从基础知识中演绎难题，争取举一反三，融会贯通。合理安排时间，持之以恒，坚信"天道酬勤，勤能补拙"。

卢　毅 2006年浙江省理科状元
北京大学元培学院

星座：天秤座
喜欢的运动：跑步 滑板
喜欢的书：《卡尔维诺文集》
人生格言：做自己
学习方法、技巧：注重知识点的系统性，将每门学科的知识点作一个系统地梳理，无论是预习还是复习，这样便可在课上学习时有的放矢，课后复习时查漏补缺。坚持锻炼，劳逸结合。

武睿颖 2005年河北省文科状元
北京大学元培学院

星座：天秤座
喜欢的运动：游泳 网球
喜欢的书：*A Thousand Splendid Suns*
人生格言：赢得时间，赢得生命
学习方法、技巧：勤奋是中学学习的不二法门；同时要掌握良好的学习方法，如制定学习目标、计划，定期总结公式、解题思路等，这样能事半功倍。最后要培养良好的心态，平和积极地面对学习中的得失。

刘诗泽 2005年黑龙江省理科状元
北京大学元培学院

星座：金牛座
喜欢的运动：篮球 台球 排球
喜欢的书：《三国演义》
人生格言：战斗到最后一滴血
学习方法、技巧：多读书，多做题，多总结。看淡眼前成绩，注重长期积累。坚持锻炼，劳逸结合。

邱　汛 2005年四川省文科状元
北京大学

星座：处女座
喜欢的运动：篮球 乒乓球
喜欢的书：《哈利·波特》
人生格言：非淡泊无以明志，
非宁静无以致远
学习方法、技巧：1. 要保持一颗平常心来面对考试、繁重的学习任务和激烈的竞争。2. 学会从各种测验考试中总结经验、教训，而不要仅仅局限于分数。3. 学会计划每一天的学习任务，安排每一天的学习时间。4. 坚持锻炼，劳逸结合。

林　叶 2005年江苏省文科状元
北京大学

星座：水瓶座
喜欢的运动：跑步 台球 放风筝
喜欢的书：《黑眼睛》《笑面人》
人生格言：不经省察的生活不值得过
学习方法、技巧：学习分两类，一类和理想真正有关，另一类只是不得不过的门槛。不要总因为喜好就偏废其中的一个，它不仅是必须的，而且你也许会发现，它本来也值得你热爱和认真对待。你自己的学习方法别人永远无法替代，它也是你生活的一部分，完善它，就像完善你自己。

田　禾 2005年北京市理科状元
北京大学元培学院

星座：水瓶座
喜欢的运动：羽毛球
喜欢的书：历史类书籍
人生格言：认真、坚持
学习方法、技巧：认真听讲，勤于思考，作阶段性总结，及时调整学习计划，坚持阅读课外书和新闻，一以贯之，学不偏废。

朱师达 2005年湖北省理科状元
北京大学元培学院

星座：水瓶座
喜欢的运动：足球 篮球 游泳
喜欢的书：《追风筝的人》《史记》
人生格言：有梦想就有可能，有希望
就不要放弃
学习方法、技巧：1. 知识系统化、结构化是掌握知识的有用技巧和重要体现。2. 知其然还要知其所以然，记忆才更牢固。3. 整体把握兴趣和强弱科的平衡。4. 正确认识自己的弱点，集中力量克服它。

Contents

目录

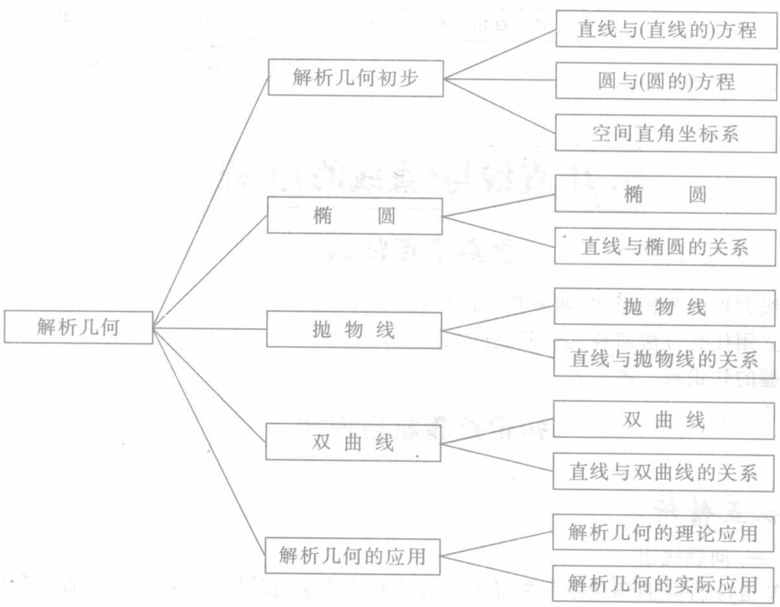
基 础 篇

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的学科，简单地说它是研究“数”与“形”的学科.解析几何是用代数的方法研究几何问题的学科.

学习解析几何，最重要的是建立对应观点，从点和坐标的对应开始，向曲线和方程的对应过渡，循序渐进地提升对应观点，最终形成一种思想.

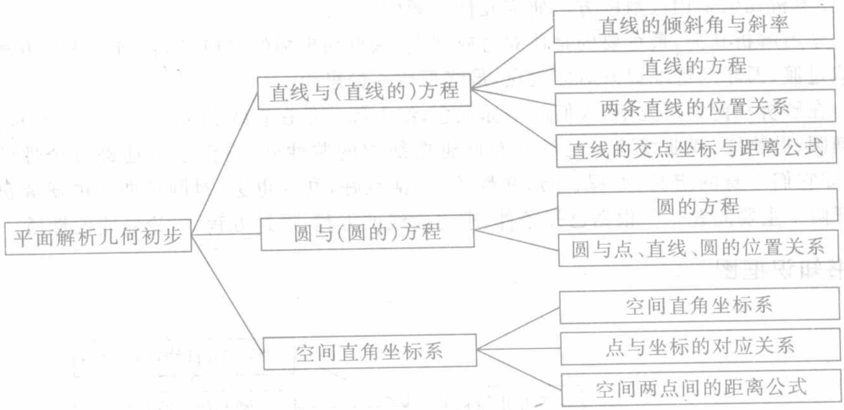
在解析几何的研究中，人们的坐标观念，绝大部分是在直线和圆的学习阶段形成的.而椭圆、抛物线、双曲线除了延续圆在圆锥曲线中的共性外，它们各自还都有个性的一面，即它们本身的定义、方程、图形和性质.个性也好，共性也罢，对圆锥曲线的研究仍离不开两个主要问题——根据已知条件，求出曲线的方程；通过方程，讨论曲线的性质.

本书知识框图



第一讲　平面解析几何初步

本讲知识框图



1.1 直线与(直线的)方程

重点难点归纳

重点　直线方程的各种形式，两条直线的位置关系.

难点　建立用代数方法研究几何问题的观点.

本节需掌握的知识点　各公式.

知识点精析与应用

知识点精析

思考——问题提出

我们知道，在平面直角坐标系中，点可以用坐标来表示. 直线是由点构成的，直线和坐标之间存在着怎样的关系呢？在一次函数的学习中，我们初步地体会了除平行坐标轴外的所有直线可以用一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 来表示，即直线可以用方程 $kx-y+b=0$ 来表示.

用方程表示直线，其意义在哪儿呢？意义有二，一是用代数方法研究直线问题，二是研究二元一次方程的几何背景和解决思路.

现在要解决的问题是，一条直线的位置由哪些条件来确定；如何求出它的方程；怎样用方程来研究直线的有关问题，诸如两条直线的平行与垂直，点到直线的距离，等等.

探究——抽象概括

1. 直线的倾斜角与斜率

我们知道，两点确定一条直线．这里我们再提供一个确定直线的条件．

如图 1-1(1)，直线 l 过点 P，过点 P 可以作出无数条直线 l_1，l_2，…，这时 l 是不确定的．

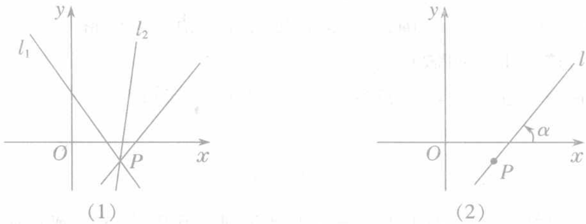


图 1-1

如图 1-1(2)，直线 l 过点 P，α 是一个确定的角，这时 l 是唯一的，即 l 是确定的．

(1)直线的倾斜角

如图 1-2，在日常生活中，道路的倾斜程度，也就是坡度，常常可以表示为坡度$=\dfrac{\text{升高量}}{\text{前进量}}$，它实际上就是角 α 的正切值，这个值刻画了坡度的大小，由此我们想到了用角来刻画直线的倾斜程度．

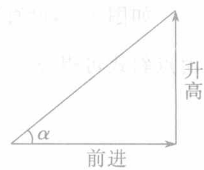


图 1-2

如图 1-3，设直线 l 与 x 轴相交．x 轴的正向与直线 l 向上的方向之间所成的角 α 叫做直线 l 的倾斜角．

直线的倾斜角还可表述为：把 x 轴(正方向)按逆时针方向绕着交点旋转到和直线 l 重合所成的角．

当直线 l 与 x 轴平行或重合时，规定它的倾斜角的大小为 $0°$．

直线的倾斜角 α 的取值范围是 $0°\leqslant\alpha<180°$．

(2)直线的斜率

如图 1-3，直线 l 的倾斜角 α 可以表示 l 相对于 x 轴的倾斜程度，为了从数量上进一步地刻画它，把 α 的正切值叫做 l 的斜率，常用 k 来表示，即 $k=\tan\alpha$．

对于 P_1，$P_2\in l$，k 还可以表示为 $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$．

k 可一并表示为

$$\boxed{k=\tan\alpha=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}.}$$

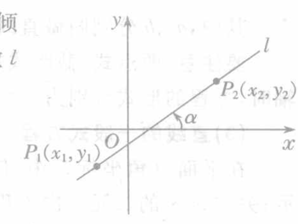


图 1-3

要注意，$\alpha=90°$ 时，不存在正切值，这说明倾斜角是 $90°$ 的直线没有斜率，所以，这个公式中，$\alpha\neq90°$，$x_1\neq x_2$．

2. 直线的方程

(1)直线的点斜式方程

我们知道，直线过一个定点、倾斜角也确定时，直线就确定了．

如图 1-4，设不垂直 x 轴的直线 l 经过定点 $P_0(x_0,y_0)$，其斜率为 k，$P(x,y)$ 为 l 上异于点 P_0 的任一点，这时 $k=\frac{y-y_0}{x-x_0}$，即

$$\boxed{y-y_0=k(x-x_0).}$$

这就是直线 l 的方程. 由于确定直线 l 的条件是点 P_0 和斜率 k，所以，把方程的这种形式叫做点斜式.

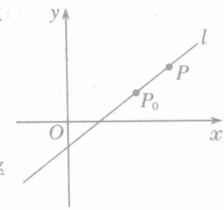


图 1-4

特别地，当直线 l 过点 $(0,b)$、斜率为 k 时，由点斜式可得 $y-b=k(x-0)$，即

$$\boxed{y=kx+b.}$$

这时，称 b 是直线 l 在 y 轴上的截距，并把这种形式的方程叫做斜截式.

要注意，点斜式、斜截式都不能表示倾斜角是 90°的直线.

(2)直线的两点式方程

直线经过两个定点时，直线是确定的.

如图 1-5，设直线 l 经过两点 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$，$x_1\neq x_2$. 由点斜式可得 $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$，当 $y_1\neq y_2$ 时，可写为

$$\boxed{\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}.}$$

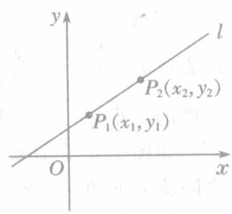


图 1-5

这就是直线的两点式方程.

特别地，l 经过点 $(a,0)(0,b)$，且 $ab\neq 0$（这两点都不是原点）时，由两点式可得 $\frac{y-0}{b-0}=\frac{x-a}{0-a}$，即

$$\boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1.}$$

其中，a、b 分别叫做直线 l 在 x 轴、y 轴上的截距. 方程的这种形式叫做截距式.

要注意，两点式、截距式方程都不能表示垂直于坐标轴的直线. 当直线垂直于 x 轴、y 轴时，方程的形式分别为 $x=x_0$ 与 $y=y_0$.

(3)直线的一般式方程

在平面直角坐标系中，任意一条直线都可以用一个关于 x、y 的二元一次方程来表示；关于 x、y 的二元一次方程，它都表示一条直线.

下面的方程称为直线的一般式方程.

$$\boxed{Ax+By+C=0(A^2+B^2\neq 0).}$$

其中，$A^2+B^2\neq 0$ 的意义是 A、B 不同时为 0.

为了方便，这里我们把直线方程的五种形式归纳在一个表格内，供参考使用.

直线方程的五种形式

名称	方程的形式	常数的几何意义	适用范围
点斜式	$y-y_1=k(x-x_1)$	(x_1,y_1)是直线上一定点,k是斜率	直线与x轴不垂直
斜截式	$y=kx+b$	k是斜率,b是直线在y轴上的截距	直线与x轴不垂直
两点式	$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$	(x_1,y_1)、(x_2,y_2)是直线上的两定点	直线与x轴和y轴不垂直
截距式	$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$	a是直线在x轴上的非零截距,b是直线在y轴上的非零截距	直线与x轴和y轴都不垂直,并且它还不经过原点
一般式	$Ax+By+C=0$ $(A^2+B^2\neq0)$	A、B、C为系数	任何位置的直线

3. 两条直线的位置关系

(1)两条直线平行

设直线l_1与l_2都有斜率,其方程分别为$y=k_1x+b_1$与$y=k_2x+b_2$.

$l_1/\!/l_2$时,$k_1=k_2$;反之,$k_1=k_2$,且$b_1\neq b_2$时,$l_1/\!/l_2$.这样的关系可以一并表示为

$$\boxed{l_1/\!/l_2\Leftrightarrow k_1=k_2,\text{且 } b_1\neq b_2.}$$

要注意,$k_1=k_2$时,$l_1/\!/l_2$或l_1与l_2重合.

(2)两条直线垂直

对两条都有斜率的直线$l_1:y=k_1x+b_1$与$l_2:y=k_2x+b_2$,有

$$\boxed{l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1.}$$

要注意,直线l_1没有斜率时,与它平行或重合的直线l_2也没有斜率,与它垂直的直线l'_2有斜率,其值为0.

还要注意,如果约定了直线l_1与l_2不重合,那么$l_1/\!/l_2$包括:l_1、l_2都没有斜率;l_1、l_2都有斜率,其值相等.

4. 直线的交点坐标与距离公式

(1)两条直线的交点坐标

对两条直线l_1:$A_1x+B_1y+C_1=0$,l_2:$A_2x+B_2y+C_2=0$,方程组$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1=0,\\A_2x+B_2y+C_2=0\end{cases}$无解、有唯一解、有无穷多个解时,$l_1$与$l_2$分别平行、相交、重合.

求两条直线的交点坐标,就是求这两个直线方程的公共解.

(2)两点间的距离

两点$P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$间的距离为

$$\boxed{|P_1P_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}.}$$

$|P_1P_2|$也可表示为$d(A,B)$,或表示为P_1P_2.

(3)点到直线的距离

点 $P_0(x_0,y_0)$到直线 $Ax+By+C=0$ 的距离为

$$\boxed{d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}.}$$

特别地，两条平行直线 $Ax+By+C_1=0$ 与 $Ax+By+C_2=0(C_1\neq C_2)$的距离是 $d=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$. 求两条平行直线间的距离，还可在一条直线上任取一点，再求这点到另一条直线的距离.

(4)中点坐标

已知两点 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$，设点 $P(x,y)$是线段 P_1P_2 的中点，这时

$$\boxed{\begin{cases}x=\dfrac{x_1+x_2}{2},\\ y=\dfrac{y_1+y_2}{2}.\end{cases}}$$

解题方法指导

1. 直线的斜率与倾斜角

使用公式 $k=\tan\alpha=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(\alpha\neq 90°,x_1\neq x_2)$，可使一些与直线的倾斜角、斜率有关的问题获解.

在 $k=\tan\alpha$ 中，$k>0$ 时，α 是锐角，$k<0$ 时，α 是钝角，反之也正确.

解答倾斜角、斜率问题，直线与 x 轴是否垂直，是分类讨论的切入点，这是由直线有斜率与没有斜率所决定的.

[例 1] 求经过 A、B 两点的直线的倾斜角 α 的大小.

(1)$A(1,1)$，$B(1,2)$；

(2)$A(-1,2)$，$B(3,2)$；

(3)$A(-2,-2)$，$B(3,3)$；

(4)$A(-1,0)$，$B(0,-\sqrt{3})$；

(5)$A(m,2\sqrt{3}m+\sqrt{3})$，$B(2m-1,3\sqrt{3}m)$，其中 $m\in\mathbf{R}$.

分析 先考虑直线 AB 与 x 轴是否垂直？垂直，$\alpha=90°$；不垂直，再计算斜率 k_{AB}，根据 k_{AB} 的值就可以求出 α 的大小.

解 (1)点 $A(1,1)$、$B(1,2)$的横坐标相等，所以，直线 $AB\perp x$ 轴，$\alpha=90°$.

(2)点 $A(-1,2)$、$B(3,2)$的纵坐标相等，所以，直线 $AB\perp y$ 轴，$\alpha=0°$.

(3)$k_{AB}=\frac{3+2}{3+2}=1$，$\tan\alpha=k_{AB}=1$，$0°\leqslant\alpha<180°$，所以 $\alpha=45°$.

(4)$k_{AB}=\frac{-\sqrt{3}-0}{0+1}=-\sqrt{3}$，$\tan\alpha=k_{AB}=-\sqrt{3}$，$0°\leqslant\alpha<180°$，

所以 $$\alpha=120°.$$

(5)当 $m=2m-1$,即 $m=1$ 时,经过 $A(m,2\sqrt{3}m+\sqrt{3})$、$B(2m-1,3\sqrt{3}m)$ 的直线与 x 轴垂直,$\alpha=90°$.

当 $m\neq1$ 时,$k_{AB}=\dfrac{3\sqrt{3}m-(2\sqrt{3}m+\sqrt{3})}{(2m-1)-m}=\dfrac{\sqrt{3}(m-1)}{m-1}=\sqrt{3}$,$0°\leqslant\alpha<180°$,

所以 $$\alpha=60°.$$

点评 本例的第(2)小题还可以这样求解:

$k_{AB}=\dfrac{2-2}{3+1}=0$,$0°\leqslant\alpha<180°$,$\alpha=0°$.

这表明,求 α 的大小,除了垂直于 x 轴的直线以外,都可以通过先求 k_{AB} 再求 α 的大小去完成.

本例的第(4)小题还可以这样求解:

如图 1-6,根据点 $A(-1,0)$、$B(0,-\sqrt{3})$ 可知,在 Rt$\triangle OAB$ 中,$|OA|=1$,$|OB|=\sqrt{3}$,$\tan\angle OAB=\dfrac{|OB|}{|OA|}=\sqrt{3}$,$\angle OAB=60°$. 直线 AB 的倾斜角 α 是$\angle AOB$ 的补角,所以 $\alpha=120°$.

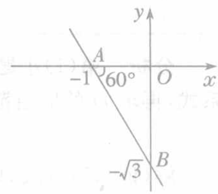


图 1-6

这提醒我们,现在的知识和以往的知识是相通的. 学习数学,把知识上下贯通、左右协调、前后衔接起来,就会有立体交叉之感悟,你的思维才能得到较好的拓展.

本例的第(5)小题,求解中对参数 m 实施了分类讨论,其中“$m=2m-1$”是从 A、B 两点的横坐标相等考虑的,因为这时直线 AB 垂直于 x 轴. 可以说,讨论斜率问题,直线有斜率、没有斜率是最敏感的问题,不可忽视.

[例 2] 证明以 $O(0,0)$、$A(2,0)$、$B(1,\sqrt{3})$ 为顶点的三角形是正三角形.

分析 只需证明直线 OB、AB 的倾斜角的大小分别是 $60°$ 与 $120°$.

证明 如图 1-7,点 $O(0,0)$、$A(2,0)$都在 x 轴上,点 B 的坐标是$(1,\sqrt{3})$.

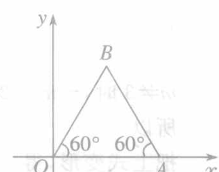


图 1-7

直线 OB 的斜率 $k_{OB}=\dfrac{\sqrt{3}-0}{1-0}=\sqrt{3}$,它的倾斜角的大小是 $60°$,$\angle AOB=60°$.

直线 AB 的斜率 $k_{AB}=\dfrac{\sqrt{3}-0}{1-2}=-\sqrt{3}$,它的倾斜角的大小是 $120°$,$\angle BAO$ 是它的补角,$\angle BAO=60°$.

综上,$\triangle OAB$ 是正三角形.

点评 解答一道数学题,可能有好多种方法.

例如,本例还可以这样求解:

如图 1-8,取线段 OA 的中点 $C(1,0)$,连结 BC,此后 $BC\perp OA$.

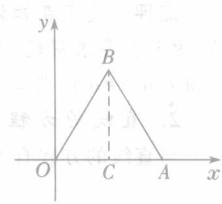


图 1-8