新课程 新考纲

GAOKAO BEIKAO ZHINAN

2010 高考备考指南

广州市教育局教学研究室 编

理科数学习题解答

华南理工大学出版社

2010
高考备考指南

语文(含练习册)	39.20元
文科数学(含练习册)	39.20元
文科数学习题解答	10.00元
理科数学(含练习册)	39.20元
理科数学习题解答	13.50元
英语(含练习册)	39.20元
英语听力录音带(三盒)	18.00元
文科综合 政治分册(含练习册)	29.80元
文科综合 历史分册(含练习册)	29.80元
文科综合 地理分册(含练习册)	29.80元
理科综合 物理分册(含练习册)	29.80元
理科综合 化学分册(含练习册)	29.80元
理科综合 生物分册(含练习册)	29.80元

责任编辑:赖淑华　黄丽谊
技术编辑:杨小丽　李焕成
封面设计:吴俊卿

ISBN 978-7-5623-3054-7

定价:13.50元

2010 高考备考指南

理科数学习题解答

（第四版）

广州市教育局教学研究室　编

华南理工大学出版社
·广州·

《2010 高考备考指南》编委会

图书在版编目(CIP)数据

2010 高考备考指南. 理科数学习题解答/广州市教育局教学研究室编. —4 版. —广州:华南理工大学出版社,2009. 4

ISBN 978-7-5623-3054-7

Ⅰ. 2…　Ⅱ. 广…　Ⅲ. 数学课-高中-解题-升学参考资料　Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 045717 号

总 发 行:华南理工大学出版社(广州五山华南理工大学 17 号楼,邮编 510640)

营销部电话:020－22236378　22236185　87111048(传真)

E-mail:z2cb@scut. edu. cn　　http://www. scutpress. com. cn

出版策划:范家巧　潘宜玲

责任编辑:赖淑华　黄丽谊

印 刷 者:广州市师范学校印刷厂

开　　本:889mm × 1194mm　1/16　印张:9　字数:298 千

版　　次:2009 年 4 月第 4 版　2009 年 4 月第 4 次印刷

定　　价:13. 50 元

前　言

《高考备考指南》丛书初版于1994年，是根据当时广州市有关领导的指示，为提高广州学生高考复习的效率，由广州市教育局教研室组织广州市100多名特级教师和骨干高级教师编写的，至今已出了十二版，一直是广州市高考备考的主流教辅，为大面积提高广州市的高考质量做出了显著的贡献。

每当广东高考方案发生变化的时候，《高考备考指南》丛书总是能率先做出调整，很好地适应了广东高考形式和内容的变化，满足了广大考生备考的需要，因而一直以来《高考备考指南》丛书都深受广大师生的喜爱。

从2010年开始，广东高考方案又做出了重大调整，由目前的“3＋文科基础/理科基础＋X”模式改为“3＋文科综合/理科综合”的新模式。由于“3＋文科综合/理科综合”的新模式在考试科目、时间和分值上都进行了调整，因而在命题范围和要求上必然要发生变化。为适应这种变化，供2010年广东高考考生复习使用的《高考备考指南》丛书第十三版又进行了重要的修订。修订后的《高考备考指南》丛书（第十三版）既保持了过去各版的优点，又注入了许多新的元素。概括起来，具有以下几个特点：

（1）科学性。内容全面、系统、科学、严谨，呈现方式合理，能较好地揭示知识间的内在联系，符合学生的认知规律和复习备考的规律。

（2）权威性。由广州市教育局教研室组织广州市具有丰富高考备考经验的教研员和骨干教师编写，对考点进行了准确的解读，对高考广东卷的试题特点和命题趋势有透彻的分析，对复习内容的选择、复习要求的把握、学习方法和解题方法的点拨有许多独到之处，反映了广州市多年来高考备考的研究成果。

（3）简明性。既覆盖全部考点，又突出重点，充分保证学科主干知识、重要题型、基本方法（通性通法）在全书中占有较大篇幅；对考点内容的选择在保证必需、够用的前提下，尽可能去除繁芜，减少容量，突显有效知识，以提高复习的针对性和有效性。

第十三版《高考备考指南》丛书总共由12种书构成，即语文、文科数学、文科数学习题解答、理科数学、理科数学习题解答、英语、文科综合政治分册、文科综合历史分册、文科综合地理分册、理科综合物理分册、理科综合化学分册、理科综合生物分册。每个学科只出一种，为方便使用，其中部分习题及其答案采用独立装订形式。每个考生的复习用书均为七种，即文科考生的复习用书有语文、文科数学、文科数学习题解答、英语、文科综合政治分册、文科综合历史分册、文科综合地理分册；理科考生的复习用书有语文、理科数学、理科数学习题解答、英语、理科综合物理分册、理科综合化学分册、理科综合生物分册。

多年来，华南理工大学出版社的领导、编辑和校对人员等为《高考备考指南》丛书的出版付出了辛勤的劳动，在此特表谢意！

编　者

2009年4月于广州

说　明

《高考备考指南·理科数学》包括复习用书和习题解答共两册书，两册书相互配套，构成了一个特别适合数学高考复习特点的内容体系。

其中，复习用书包含了高中数学课程标准中必修课程和选修系列2的全部内容。在充分考虑高中数学课程标准各种不同版本实验教科书的基础上，根据2009年新课程标准高考数学考试大纲(课程标准实验)及其考试大纲的说明(广东卷)，并对近几年高考数学命题趋势的分析，复习用书将高中数学课程标准中的必修内容和选修内容进行了有机的整合，使得知识之间的内在联系更加紧凑、连贯。为方便使用，复习用书按课时编写，而且将每课时的配套练习分为基础训练和综合提高两个部分。复习用书可供考生作为数学高考第一轮复习使用。

为了复习的系统性，复习用书配备了一本练习册，为每章提供了一套测试题，并在练习册的最后提供了四套综合测试题。为便于使用，练习册以活页形式独立装订，既可作为班级单元测试用，也可作为考生自行检测用。

习题解答一书给出了系统复习用书中全部习题的详尽解答，以方便考生解题时及时查对答案，比较解法的优劣。

《高考备考指南·理科数学》由广州市教育局教研室曾辛金、陈镇民担任主编。参加编写的人员分别是：许建中(第一章)，杨仁宽、宋洁云(第二章)，肖凌戆(第三章)，伍晓焰(第四章)，罗华、谭建东(第五章)，陈镇民、谭国华、罗晓斌(第六章)，刘殷(第七章)，曾辛金、赖青松(第八章)，许建中、吴华东(第九章)，翁之英、李大伟(第十章)，肖勇钢(第十一章)，彭雨茂(第十二章)，谭曙光、董大新(第十三章)，赵霞(第十四章)，严运华(第十五章)，谭曙光(第十六章)。另外，严运华、肖凌戆、李金龙、吴平生各命制了一套综合测试题。参加编写的人员均为广州市中学数学骨干教师，他们有着丰富的数学高考复习的实践经验，同时又都是高中数学课程标准实验的亲身参与者。

为了保证书稿的质量，《高考备考指南·理科数学》还邀请了一批无论在数学专业上、还是在课堂教学上都具有较高造诣的广州市高中数学青年教师参与审校工作。

感谢华南理工大学出版社的编辑和校对人员，正是由于他们的帮助，才使本书得以顺利出版。

尽管本书的编写、编辑和校对人员均抱着非常严肃认真的态度对待本书的编写与出版工作，但由于水平有限，或偶有疏忽，本书必定还存在一些不足之处，恳请广大教师和学生提出批评、建议，以便再版时修订。

编　者

2009年3月

目　录

第一章　集合与常用逻辑用语

第一节　集合

1. (D). $\complement_U B=\{1,3,4\}$, $A\cap(\complement_U B)=\{1,3\}$,故选(D).

2. (D).

3. (D). 因为$\complement_U B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 4\}$,所以$A\cap(\complement_U B)=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$,故选(D).

4. (A). 因为$B\subseteq(A\cup B)$,$(B\cap C)\subseteq B$即$(B\cap C)\subseteq B\subseteq(A\cup B)$,而$A\cup B=B\cap C$,故$A\cup B=B\cap C=B$. 于是$A\subseteq B$,$B\subseteq C$,所以$A\subseteq C$,故选(A).

5. $P\cap\complement_U Q$. 因为$Q=\{x\mid g(x)\geqslant 0\}$,故$\complement_U Q=\{x\mid g(x)<0\}$,不等式组$\begin{cases}f(x)<0\\g(x)<0\end{cases}$的解集为

$$\left\{x\,\middle|\,\begin{cases}f(x)<0\\g(x)<0\end{cases}\right\}=\{x\mid f(x)<0\}\cap\{x\mid g(x)<0\}=P\cap(\complement_U Q).$$

6. $\{1,2,5\}$. 因$A\cap B=\{2\}$,则有$\log_2(a+3)=2$,故$a=1$,在$B=\{a,b\}$中,必有$b=2$,故$A=\{5,2\}$,$B=\{1,2\}$,由此可知$A\cup B=\{1,2,5\}$.

7. 因为$A\cap B=\{-3\}$,故$-3\in B$,由已知得$a^2+1\neq -3$,且$a^2+1\neq a^2$,故$\begin{cases}a-3=-3\\a^2\neq 2a-1\\a+1\neq a^2+1\end{cases}$

或$\begin{cases}2a-1=-3\\a^2\neq a-3\\a+1\neq a^2+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\a\neq 1\\a\neq 0\text{ 且 }a\neq 1\end{cases}$

或$\begin{cases}a=-1\\a\neq 0\text{ 且 }a\neq 1\end{cases}\Rightarrow a=-1$.

8. (1)因$B=\{1,2\}$,而$A\cup B=B$,故$A\subseteq B$. 故A可能有下列四种情形:

①当$A=\{1,2\}$时,$p=-3$,$q=2$;

②当$A=\{1\}$时,$p=-2$,$q=1$;

③当$A=\{2\}$时,$p=-4$,$q=4$;

④当$A=\varnothing$时,$p^2<4q$.

(2)解法1:由$A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$可知:

①当$A=\varnothing$时,有$\Delta<0$,即$(2+p)^2-4<0$,解得$-4<p<0$;

②当$A\neq\varnothing$时,但$A\subseteq\{x\mid x\leqslant 0\}$.

因$x^2+(2+p)x+1=0$不可能有根为0,且两根必同号,即$A\subseteq\mathbf{R}^-$.

故必有$\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\x_1+x_2<0\end{cases}$,即$\begin{cases}p^2+4p\geqslant 0\\2+p>0\end{cases}$,解得$\begin{cases}p\leqslant -4\\p>-2\end{cases}$或$p\geqslant 0$,故$p\geqslant 0$.

综合①、②可知:p的取值范围是$\{p\mid p>-4\}$.

解法2:由于方程$x^2+(2+p)x+1=0$不可能有根为0,且两根必同号. 所以$A\cap\mathbf{R}^+\neq\varnothing$时的条件是$\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\x_1+x_2>0\end{cases}$,即$\begin{cases}p^2+4p\geqslant 0\\2+p<0\end{cases}$,故$p\leqslant -4$.

故满足$A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$条件的$p$的取值范围是$p>-4$.

9. (C). 如图1-1,M是以原点为圆心、3为半径的上半圆,M与N有$M\cap N\neq\varnothing$,表明直线$l:y=x+b$与半圆有公共点,所以b的取值范围只能是$-3\leqslant b\leqslant 3\sqrt{2}$.

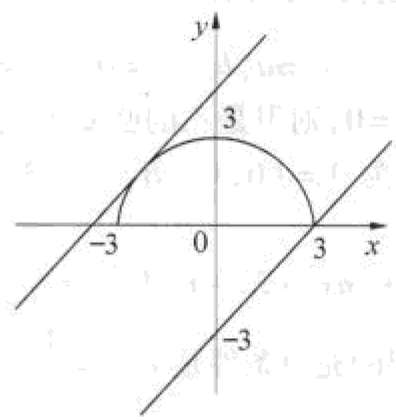

图1-1

10. $[-3,-1)\cup(1,+\infty)$.

$$\begin{aligned}A\cap B&=\{x\mid 4x^2-4>0\}\cap\{y\mid y\geqslant -3\}\\&=\{x\mid x>1\text{ 或 }x<-1\}\cap\{y\mid y\geqslant -3\}\\&=[-3,-1)\cup(1,+\infty).\end{aligned}$$

11. $\left(\dfrac{2}{3},1\right]\cup\left[-\dfrac{1}{3},0\right)$. 由$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$,$\theta\in[0,\pi]$,消去参数得$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1(0\leqslant y\leqslant 1)$,把$y=kx+k+1$代入得$\left(\dfrac{1}{4}+k^2\right)x^2+(2k^2+2k)x+k^2+2k=0$,由$\Delta=3k^2-2k=0$得$k=0$或$k=\dfrac{2}{3}$,又因为直

线 $y=kx+k+1$ 恒过点 $(-1,1)$，其与点 $(-2,0)$ 连线的斜率为 1，与点 $(2,0)$ 连线的斜率为 $-\frac{1}{3}$，由数形结合可得．

12. (1) $A=(2,4)$．①当 $a>0$ 时，$a<3a$，$B=(a,3a)$．若 $A\subsetneqq B$，则 $\begin{cases}a\leqslant 2\\3a\geqslant 4\end{cases}$，故 $\frac{4}{3}\leqslant a\leqslant 2$，即 $a\in\left[\frac{4}{3},2\right]$.

②当 $a<0$ 时，$3a<a<0$，故 $B=(3a,a)$．显然 $A\subsetneqq B$ 不满足，故 a 的取值范围是 $\left[\frac{4}{3},2\right]$.

(2)① $a>0$ 时，$B=(a,3a)$．因为 $A\cap B=\varnothing$，故 $a\geqslant 4$ 或 $a\leqslant\frac{2}{3}$，即 $0<a\leqslant\frac{3}{2}$ 或 $a\geqslant 4$.

② $a=0$ 时，$B=\varnothing$，故 $A\cap B=\varnothing$ 满足.

③ $a<0$ 时，$B=(3a,a)$．由于 $A\cap B=\varnothing$，故 $a\leqslant 2$ 或 $a\geqslant\frac{4}{3}$，即 $a<0$.

综上所述，a 的取值范围是：$\left(-\infty,\frac{2}{3}\right]\cup[4,+\infty)$.

第二节　充分条件与必要条件

1. (B)．$ab=ac\Leftrightarrow a(b-c)=0\nRightarrow b=c$，而 $b=c\Rightarrow a(b-c)=0$，则甲是乙的必要不充分条件．

2. (A)．因为 $A=(0,1)$，$B=(0,3)$，所以 $A\subsetneqq B$，故选(A).

3. (C)．方程 $ax^2+2x+1=0\ (a\neq 0)$ 有一个正根和一个负根的充要条件是 $x_1x_2=\frac{1}{a}<0$ 即 $a<0$.

4. (C)．只有 $l\perp\alpha$，才有 l 垂直平面 α 内无数条直线，故选(C).

5. $ab>0$ 是 $\frac{a}{b}>0$ 的充要条件；而 $ab\geqslant 0\Leftrightarrow\begin{cases}a\geqslant 0\\b\geqslant 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a\leqslant 0\\b\leqslant 0\end{cases}$，$\frac{a}{b}\geqslant 0\Leftrightarrow\begin{cases}a\geqslant 0\\b>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a\leqslant 0\\b<0\end{cases}$，因此 $ab\geqslant 0$ 是 $\frac{a}{b}\geqslant 0$ 的必要不充分条件．

6. $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ 由 $|4x-3|\leqslant 1$ 解得 $\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 2$，即 $q:a\leqslant x\leqslant a+1$．由题设条件得 q 是 p 的必要不充分条件，即 $p\Rightarrow q$，$q\nRightarrow p$，故 $\left[\frac{1}{2},1\right]\subsetneqq[a,a+1]$．所以 $a\leqslant\frac{1}{2}$ 且 $a+1\geqslant 1$ 得 $0\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$.

7. 逆命题："已知 a,b,c,d 是实数，若 $a+c>b+d$，则 $a>b$ 且 $c>d$"是假命题．否命题："已知 a,b,c,d 是实数，若 $a\leqslant b$ 或 $c\leqslant d$，则 $a+c\leqslant b+d$"是假命题(因逆、否命题同真假)．逆否命题："已知 a,b,c,d 是实数，若 $a+c\leqslant b+d$，则 $a\leqslant b$ 或 $c\leqslant d$"是真命题(因原命题为真).

8. (1)原命题为真．逆命题："若 $x,y\in\mathbf{R}$ 且 x,y 不全为0，则 $x^2+y^2\neq 0$"是真命题．否命题："若 $x,y\in\mathbf{R}$ 且 $x^2+y^2=0$，则 x,y 全为0"是真命题．逆否命题："若 $x,y\in\mathbf{R}$ 且 x,y 全为0，则 $x^2+y^2=0$"是真命题．

(2)原命题为假．逆命题："若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴有公共点，则 $b^2-4ac<0$"是假命题．否命题："若在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，$b^2-4ac\geqslant 0$，则该二次函数图象与 x 轴没有公共点"是假命题．逆否命题："若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴没有公共点，则 $b^2-4ac\geqslant 0$"是假命题．

9. (A)．由 $A\subsetneqq B$ 利用韦恩图得 $(\complement_U A)\cup B=U$，故 $A\subsetneqq B$ 是 $(\complement_U A)\cup B=U$ 的充分条件，而 $A=B$ 时，$(\complement_U A)\cup B=U$，故 $A\subsetneqq B$ 不是 $(\complement_U A)\cup B=U$ 的必要条件．

10. (D)．因 $b/\!/\beta$，$\alpha\cap\beta=a$，故 a 与 b 无交点，若 $a/\!/b$，由 $b\perp\alpha$，得 $a\perp\alpha$，由题设有 $a\subseteq\alpha$，故 a 与 b 不可能平行，a 与 b 又无交点，故 a,b 是异面直线．

11. $1\leqslant m<2$．因 $|x|+|x-1|>m$ 的解集为 $\mathbf{R}$，故 $m<(|x|+|x-1|)_{\min}$，$|x|+|x-1|\geqslant|x-(x-1)|=1$，故 $m<1$．已知 $(5-2m)^x$ 为增函数，故 $5-2x>1$，$m<2$．由于 p,q 一真一假，故 $\begin{cases}m\geqslant 1\\m<2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m<1\\m\geqslant 2\end{cases}$，即 $1\leqslant m<2$.

12. 必要性．因线段 AB 的方程为 $y=-x+3\ (0\leqslant x\leqslant 3)$，由 $\begin{cases}y=-x^2+mx-1\\y=-x+3\end{cases}\ (0\leqslant x\leqslant 3)$，得 $-x^2+(m+1)x-4=0\ (0\leqslant x\leqslant 3)$，令 $f(x)=x^2-(m+1)x+4\ (0\leqslant x\leqslant 3)$，则抛物线 C 与线段 AB 有两个不同交点等价于 $f(x)$ 与 x 轴在 $[0,3]$ 内有两个交点，即等价于

$$\begin{cases}\Delta>0\\f(0)\geqslant 0\\f(3)\geqslant 0\\0\leqslant -\frac{b}{2a}\leqslant 3\end{cases}，\ 即\begin{cases}m^2+2m-15>0\\10-3m\geqslant 0\\0\leqslant m+1\leqslant 6\end{cases}\ \Leftrightarrow$$

$\begin{cases}m<-5\text{ 或 }m>3\\ m\leqslant\dfrac{10}{3}\\ -1\leqslant m\leqslant 5\end{cases}$,

所以 $3<m\leqslant\dfrac{10}{3}$,从而必要性得证.

充分性. 因 $m\in\left(-3,\dfrac{10}{3}\right]$,故

$$x_1=\frac{1+m-\sqrt{(1+m)^2-16}}{2}>\frac{1+m-\sqrt{(1+m)^2}}{2}=0,$$

$$x_2=\frac{1+m+\sqrt{(1+m)^2-16}}{2}\leqslant\frac{1+\frac{10}{3}+\sqrt{\left(1+\frac{10}{3}\right)^2-16}}{2}=3,$$

所以方程 $x^2-(1+m)x+4=0$ 有两个不同的实数根,且两根 x_1,x_2 满足 $0<x_1<x_2\leqslant 3$,即方程组 $\begin{cases}y=-x^2+mx-1\\ y=-x+3\end{cases}$ $(0\leqslant x\leqslant 3)$ 有两组不同的实数解.

所以,抛物线 $y=-x^2+mx-1$ 和线段 AB 有两个不同交点的充要条件是 $3<m\leqslant\dfrac{10}{3}$.

第三节　常用逻辑用语

1. (B). 由于 $\forall x\in\mathbf{R}$ 都有 $x^2\geqslant 0$,因而有 $x^2+3\geqslant 3$,所以"$\forall x\in\mathbf{R}$, $x^2+3<0$"为假命题;由 $0\in\mathbf{N}$,当 $x=0$ 时,$x^2\geqslant 1$ 不成立,所以命题"$\forall x\in\mathbf{N},x^2\geqslant 1$"是假命题;由于 $-1\in\mathbf{Z}$,当 $x=-1$ 时,$x^5<1$,所以命题"$\exists x\in\mathbf{Z}$,使 $x^5<1$"为真命题;由于使 $x^2=3$ 成立的数只有 $\pm\sqrt{3}$,且均不是有理数,因此没有任何一个有理数的平方能等于 3,所以"$\exists x\in\mathbf{Q},x^2=3$"是假命题.
2. (C). 因为全称命题的否定形式是特称命题,而 $\sin x\leqslant 1$ 的否定是 $\sin x>1$,故选(C).
3. (C). 因为 $p\vee q$ 为真,则 p,q 中至少有一个真;$p\wedge q$ 为假,则 p,q 中至少有一个假;因此,p,q 中必有一真一假,即 p,q 中有且只有一个为真.
4. (D). 因为(A)的否命题"$\exists x\in\mathbf{R},x^2+3x+4\leqslant 0$"是假命题;(B)的否命题"$\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x-3>0$"是假命题;(C)的否命题"所有三角形不是锐角三角形"是假命题;(D)的否命题"有些一元二次方程不一定有实数解"是真命题.
5. $\{-1,0,1,2\}$. 因为 $\neg q$ 为假,故 q 为真,又因 $p\wedge q$ 为假,故 p 必假,故 $\begin{cases}|x^2-x|<6\\ x\in\mathbf{Z}\end{cases}$,即 $\begin{cases}-6<x^2-x<6\\ x\in\mathbf{Z}\end{cases}$, $\begin{cases}-2<x<3\\ x\in\mathbf{Z}\end{cases}$,
所以 $x=\{-1,0,1,2\}$.
6. $(0,1]\cup[4,+\infty)$. 因为 p 中,因为 $y=a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,所以 $a>1$. 即 $p:a>1$. 在 q 中,不等式 $ax^2-ax+1>0$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立,所以 $\Delta<0$ 即 $a^2-4a<0$.
所以 $0<a<4$,即 $q:0<a<4$. $p\vee q$ 为真,$p\wedge q$ 为假. 故 p 与 q 有且只有一个为真.
(1)若 p 真 q 假,则 $a\geqslant 4$;
(2)若 q 真 p 假,则 $0<a\leqslant 1$.
7. 若方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等负根,则 $\begin{cases}\Delta=m^2-4>0\\ x_1+x_2=-m<0\end{cases}$,于是 $m>2$,即 $p:m>2$. 若方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根,则 $\Delta=16(m-2)^2-16<0$,于是 $1<m<3$,即 q: $1<m<3$. 若"$p\vee q$"为真,则 p,q 至少有一个为真;若"$p\wedge q$"为假,则 p,q 至少有一个为假. 或 p,q 一真一假,即 p 真 q 假或 p 假 q 真,所以 $\begin{cases}m>2\\ m\leqslant 1\text{ 或 }m\geqslant 3\end{cases}$,或 $\begin{cases}m\leqslant 2\\ 1<m<3\end{cases}$,即 $m\geqslant 3$ 或 $1<m\leqslant 2$.
故实数 m 的取值范围为 $(1,2]\cup[3,+\infty)$.
8. (1)命题的否定形式:$\exists x\in\mathbf{R}$,使 $3x-5\neq 0$,故 $x=3$ 时,$3\times 3-5=4\neq 0$,故命题的否定形式为真;
(2)命题的否定形式:$\exists x\in\mathbf{R}$,使 $x^2\leqslant 0$,所以 $x=0,0^2=0$,故命题的否定形式为真;
(3)命题的否定形式:$\forall x\in\mathbf{R},x^2\neq 1$,因 $x=1$ 时,$x^2=1$,故命题的否定形式为假;
(4)命题的否定形式:$\forall x\in\mathbf{R}$,x 不是方程 $x^2-3x+2=0$ 的根,当 $x=1$ 时,$x^2-3x+2=0$ 成立,故命题的否定形式为假.
9. (C). "$\neg$ (p 或 q)"为假命题,则"p 或 q"为真命题,即 p,q 中至少有一个为真命题.
10. (C). ①的否定是:有些实数的平方不是正数,因 $x=0$ 时,$x^2=0$ 不是正数,因而命题为真命

题；②的否定是：有些实数 x 不都是方程 $5x-12=0$ 的根，因 $x=1$，而 $5\times1-12\neq0$，所以命题为真命题；③的否定是：有些数被 8 整除但不能被 4 整除，该命题为假命题；④的否定是：四边形，若它是正方形，则它的四条边中，至少有两条边不相等，这个命题是假命题．

11. (1) p 且 q，p：梯形的中位线平行于两底，q：梯形的中位线等于两底和的一半；
(2) $\neg p$，p：$\sqrt{3}>2$；
(3) p 或 q，p：方程 $x^2-16=0$ 的一个解是 $x=4$；q：方程 $x^2-16=0$ 的一个解是 $x=-4$.

12. (1)命题的否定：某些正方形不都是菱形，为假命题；
(2)命题的否定：$\forall x\in\mathbf{R}$，$4x-3\leqslant x$，因 $x=2$ 时，$4\times2-3=6>2$，故"$\forall x\in\mathbf{R}$，$4x-3\leqslant x$"是假命题；
(3)命题的否定：$\exists x\in\mathbf{R}$，使 $x+1\neq2x$，因 $x=2$ 时，$x+1=2+1=3\neq2\times2$，故"$\exists x\in\mathbf{R}$，使 $x+1\neq2x$"是真命题；
(4)命题的否定：集合 A 既不是集合 $A\cap B$ 的子集，也不是集合 $A\cup B$ 的子集，是假命题．

习题一

1. (D)．解法 1：因集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{2,5,8\}$，$B=\{1,3,5,7\}$．故 $\complement_U A=\{1,3,4,6,7\}$，故 $(\complement_U A)\cap B=\{1,3,7\}$，故选(D)．
解法 2：由选择支可排除(B)、(C)，因 $(\complement_U A)\cap B$ 中的元素必是 B 的元素，从选择支(A)可知 5 只能是 A 的元素，并不是 $(\complement_U A)$ 中的元素，故排除(A)．选(D)．

2. (A)．解法 1：因 $\dfrac{x-1}{x-2}\leqslant\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{x-2}-\dfrac{1}{2}\leqslant0\Leftrightarrow\dfrac{x}{x-2}\leqslant0\Leftrightarrow0\leqslant x<2$，故 $M=\{x\mid0\leqslant x<2\}$．因 $x^2+2x-3<0\Leftrightarrow-3<x<1$，故 $N=\{x\mid-3<x<1\}$，$M\cap N=\{x\mid0\leqslant x<1\}$．故选(A)．
解法 2：由选择支，只需先验证 $x=1$ 时是不是两个不等式都成立．显然 $x^2+2x-3<0$ 不成立，故选(A)．

3. (D)．当 $k=2n\ (n\in\mathbf{Z})$ 时，$Q=\{y\mid y=\dfrac{n}{2}\pi-\dfrac{1}{2}\pi,n\in\mathbf{Z}\}$；当 $k=2n-1$ 时．$Q=\{y\mid y=\dfrac{n}{2}\pi+\dfrac{1}{4}\pi,n\in\mathbf{Z}\}$．
故 $P\subsetneqq Q$，选(D)．

4. (A)．因 $|x|=x\Leftrightarrow x\geqslant0$，而 $x^2\geqslant-x\Leftrightarrow x\leqslant-1$ 或 $x\geqslant0$，故 $p\Rightarrow q$，但 $q\nRightarrow p$，故 p 是 q 的充分不必要条件．故选(A)．

5. (B)．因为 $|x-1|<2\Rightarrow-1<x<3$，$x(x-3)<0\Rightarrow0<x<3$，所以当 $0<x<3$ 时，$-1<x<3$ 成立．故选(B)．

6. (A)．因 $a>b$ 与 $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$ 同时成立 $\Leftrightarrow\begin{cases}ab>0\\a>b\end{cases}\Leftrightarrow a>b>0$ 或 $b<a<0$．故选(A)．

7. (C)．①是真命题，③是真命题，其余均为假命题．故选(C)．

8. (C)．(A)的否命题："$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1<0$，故 $x^2-x+1=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}\geqslant\dfrac{3}{4}$"为假命题；
(B)的否命题："有些四边形内角和不等于 360°"为假命题；
(D)的否命题："至少存在一个分数不是有理数"为假命题；
而(C)的否命题："$\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$"为真命题．故选(C)．

9. 因 $A=\{y\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}=\{y\mid y\geqslant0\}$，$B=\{y\mid y=2-|x|,x\in\mathbf{R}\}=\{y\mid y\leqslant2\}$，故 $A\cap B=\{y\mid0\leqslant y\leqslant2\}$．因 $\complement_{\mathbf{R}}B=\{y\mid y>2\}$，故 $A\cap\complement_{\mathbf{R}}B=\{y\mid y>2\}$．

10. 因 $P\subsetneqq Q\subsetneqq U$，故 $P\cap\complement_U Q=\varnothing$.

11. $B=\left\{(x,y)\left|\dfrac{y-1}{x-2}=\dfrac{1}{2}\text{且 }x,y\in\mathbf{R}\right.\right\}=\{(x,y)\mid x-2y=0\text{ 且 }x\neq2,y\neq1,\text{且 }x,y\in\mathbf{R}\}$.
故 $\complement_U B=\{(x,y)\mid x-2y\neq0\text{ 或 }x=2\text{ 或 }y=1\text{ 且 }x,y\in\mathbf{R}\}$.
故 $A\cap(\complement_U B)=\{(x,y)\mid x=2\text{ 且 }y=1\}=\{(2,1)\}$.

12. 否命题是：若 $(x-1)(y+2)=0$，则 $x=1$ 或 $y=-2$.
逆否命题是：若 $x=1$ 或 $y=-2$，则 $(x-1)(y+2)=0$.

13. 由 $|x-a|<2$，得 $a-2<x<a+2$，故 $A=\{x\mid a-2<x<a+2\}$．由 $\dfrac{2x-1}{x+2}<1$，得 $\dfrac{x-3}{x+2}<0$，即 $-2<x<3$，故 $B=\{x\mid-2<x<3\}$．因 $A\subseteq B$，所

以有$\begin{cases}a-2\geqslant -2\\a+2\leqslant 3\end{cases}$,解得$0\leqslant a\leqslant 1$,故 a 的取值范围是$[0,1]$.

14. 由 $a(x-2)+1>0, a>2$, 得 $x>2-\frac{1}{a}$. 由 $(x-1)^2>a(x-2)+1$,得$(x-a)(x-2)>0$,因 $a>2$,故解得 $x<2$ 或 $x>a$. 由 $a>2$ 得 $0<\frac{1}{a}<\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}<-\frac{1}{a}<0$,即$\frac{3}{2}<2-\frac{1}{a}<2$. 因 p,q 都成立的条件是 $2-\frac{1}{a}<x<2$ 或$x>a$,故得 p,q 都成立的 x 的集合为$\left\{x \mid 2-\frac{1}{a}<x<2 \text{或} x>a\right\}$.

15. 由 $y=c^x$ 为减函数得 $0<c<1$. 当 $x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$时,因为$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}$,所以$f(x)$在$\left[\frac{1}{2},1\right]$上为减函数,在$[1,2]$上为增函数,所以$f(x)_{\min}=f(1)=2$,当 $x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$时,由$f(x)>\frac{1}{c}$恒成立得 $2>\frac{1}{c}$,所以 $c>\frac{1}{2}$,因为 $p\vee q$ 真,$p\wedge q$ 假,所以 p、q 有且只有一个真. ①当 p 真,且 q 假时,$0<c\leqslant\frac{1}{2}$;②当 p 假且 q 真时,$c\geqslant 1$. 故 c 的取值范围为$\left(0,\frac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty)$.

16. 因 p 条件可化为 $3a<x<a\ (a<0)$,q 条件可化为 $-2\leqslant x\leqslant 3$或$x<-4$或 $x>2$.
即 p:$(3a,a)$ 且 $a<0$;q:$(-\infty,-4)\cup[-2,+\infty)$,因$\neg p$ 是$\neg q$ 的必要不充分条件,故 p 是 q 的充分不必要条件,故$(3a,a)\subseteq(-\infty,-4)\cup[-2,+\infty)$,即 $a\leqslant -4$ 或$\begin{cases}3a\geqslant -2\\a<0\end{cases}$,故 $a\leqslant -4$ 或 $-\frac{2}{3}\leqslant a<0$,故 a 的取值范围是$(-\infty,-4]\cup[-\frac{2}{3},0)$.

17. 必要性:因为$\triangle ABC$ 是等边三角形,且 a,b,c 是其三边,所以$a=b=c$,所以 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$.
充分性:因为 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$, 所以 $\frac{1}{2}(a-b)^2+\frac{1}{2}(b-c)^2+\frac{1}{2}(c-a)^2=0$,即 $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$.
即 $a-b=0, b-c=0, c-a=0$. 所以 $a=b=c$;因为 a,b,c 是$\triangle ABC$ 的三边,所以$\triangle ABC$ 是等边三角形. 即证.

18. (1)设此方程的两实根为 x_1,x_2,则有两个正根的充要条件是

$$\begin{cases}1-a\neq 0\\\Delta\geqslant 0\\x_1+x_2>0\\x_1\cdot x_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 1\\a\leqslant 2 \text{ 或 } a\geqslant 10\\\frac{a+2}{a-1}>0\\\frac{4}{a-1}>0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}a\neq 1\\a\leqslant 2 \text{ 或 } a\geqslant 10\\a<-2 \text{ 或 } a>1\\a>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<a\leqslant 2 \text{ 或 } a\geqslant 10,$$

故 $1<a\leqslant 2$ 或 $a\geqslant 10$ 是方程有两个正根的充要条件.
(2)从(1)可知,当$1<a\leqslant 2$ 或 $a\geqslant 10$ 时方程有两个正根. 当 $a=1$ 时,方程可化为 $3x-4=0$,有一正根$x=\frac{4}{3}$. 又因为方程有一正根一负根时,充要条件是$x_1x_2<0$,即$\frac{4}{a-1}<0$, 得 $a<1$.
综上所述,方程$(1-a)x^2+(a+2)x-4=0$ 至少有一正根的充要条件是:$a\leqslant 2$ 或 $a\geqslant 10$.

第二章　函数概念与幂函数、指数函数、对数函数

第一节　函数及其表示

第一课时

1. (A). $x=6, y=3$ 在集合 B 中没有元素对应.

2. (B). 由 $\begin{cases}1-x>0\\3x+1>0\end{cases}\Rightarrow -\dfrac{1}{3}<x<1$.

3. (B). 只有第二个图形满足映射定义.

4. (B). 代入点 $(0,0)$, $(1,\dfrac{3}{2})$ 验证.

5. (B). 因为 $\begin{cases}x-1\neq 0\\0\leqslant 2x\leqslant 2\end{cases}$, 所以 $0\leqslant x<1$.

6. 依题意, 当 $0<s\leqslant 3$ 时, $Q=7$; 当 $s>3$ 时, $Q=7+2.6(s-3)$, 故 $Q=\begin{cases}7 & 0<s\leqslant 3\\7+2.6(s-3) & s>3\end{cases}$.

7. $f(x)=\begin{cases}2 & x>0\\x^2+4x+2 & x\leqslant 0\end{cases}$, 3

8. (1) 因为 $3>2$, 所以 $f(3)=-2\times 3+8=2$.
因为 $-\sqrt{2}<-1$, 故 $f(-\sqrt{2})=2-\sqrt{2}$.
又 $-1<2-\sqrt{2}<2$, 所以 $f(f(-\sqrt{2}))=f(2-\sqrt{2})=(2-\sqrt{2})^2=6-4\sqrt{2}$. 又 $a>0$, 当 $0<a<2$ 时, $f(a)=a^2$; 当 $a\geqslant 2$ 时, $f(a)=-2a+8$, 综上
$f(a)=\begin{cases}a^2 & 0<a<2\\-2a+8 & a\geqslant 2\end{cases}$.
(2) $f(x)$ 的图象如图 2-1 所示. $x\leqslant -1$ 时, $f(x)=x+2\leqslant 1$, 此时不存在解;
$-1<x<2$ 时, 由 $x^2=3$, 得 $x=\pm\sqrt{3}$; $x=-\sqrt{3}<-1$ (舍去);
$x\geqslant 2$ 时, 由 $-2x+8=3$, 得 $x=\dfrac{5}{2}$.

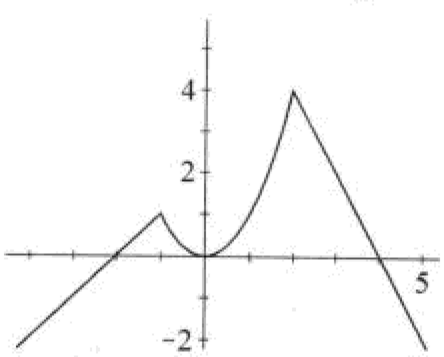

图 2-1

综上, $x=\sqrt{3}$ 或 $\dfrac{5}{2}$.

9. (C). 由 $-2\leqslant x^2-1\leqslant 2$, $0\leqslant x^2\leqslant 3$, 于是 $-\sqrt{3}\leqslant x\leqslant\sqrt{3}$.

10. (C).

11. 当 $x\leqslant -1$ 时, 所求射线的方程为 $f(x)=x+2$. 由偶函数可知, 当 $x\geqslant 1$ 时, $f(x)=-x+2$. 由题设, 二次函数 $f(x)=ax^2+2$ 过点 $(-1,1)$, 于是 $a=-1$, 所以
$$f(x)=\begin{cases}x+2 & x\leqslant -1\\-x^2+2 & -1<x<1\\-x+2 & x\geqslant 1\end{cases}.$$

12. (1) 令 $1+\dfrac{1}{x}=t$, 则 $x=\dfrac{1}{t-1}(t\neq 1)$, 代入已知函数式得: $f(t)=\dfrac{1}{\frac{1}{t-1}}+\dfrac{(\frac{1}{t-1})^2+1}{(\frac{1}{t-1})^2}=t^2-t+1$,
所以 $f(x)=x^2-x+1$ $(x\neq 1)$, 所以 $f(x+\sqrt{2})=3+\sqrt{2}$.
(2) 令 $t=1-\cos x$, 则 $\cos x=1-t$, $f(t)=1-(1-t)^2=-t^2+2t$, 所以 $f(x)=-x^2+2x$, $x\in[0,2]$.

第二课时

1. (B). 函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ $(x\in\mathbf{R})$, 故 $1+x^2\geqslant 1$, 所以原函数的值域是 $(0,1]$.

2. (A). 由 $y=3^x>0$, $y=x^2-1\geqslant -1$ 可知.

3. (B). (A) $y=(x-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{3}{4}$, $x\geqslant 1$, $y\geqslant 1$.
(B) $y=3^x>0$.
(C) $y=\dfrac{-\frac{1}{2}(2x+5)+\frac{2}{5}+1}{2x+5}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\frac{7}{2}}{2x+5}$, 故 $y\neq -\dfrac{1}{2}$.
(D) $2^x>0$, $-2^x<0$, $0\leqslant 1-2^x<1$, 故 $0\leqslant y<1$.

4. (D). $f(x)=27-3x$, 一次函数 $f(x)$ 为减函数, $x\in[-2,2]$, 因为 $x=-2$ 时, $f(x)$ 取最大值

$f(-2)=27-3\times(-2)=27+6=33$.

5. -48. $f'(x)=6x^2-8x-40=0$, $x_1=-\frac{10}{3}$, $x_2=2$, 因为 $x\in[-3,3]$, 只需比较 $f(-3)$, $f(2)$, $f(3)$ 的大小, 所以 $f(x)_{\min}=f(2)=-48$.

6. 由 $a^x=\frac{1+y}{1-y}>0$, 得 $\frac{1+y}{1-y}>0$, 即

$$(1-y)(1+y)>0,$$

解得 $-1<y<1$, 即函数的值域是 $(-1,1)$.

7. 设长为 x(m), 则宽为 $\frac{4-2x}{3}$(m), 窗户的面积 $S=x\cdot\frac{4-2x}{3}=-\frac{2}{3}(x-1)^2+\frac{2}{3}\leqslant\frac{2}{3}$, 当 $x=1$ 时, 窗户的面积 S 有最大值. 故当长为 1 m、宽为 $\frac{2}{3}$ m时, 窗户透过的光线最多.

8. (1) $y\geqslant4$, 值域为 $[4,+\infty)$.

(2) $y=\frac{5(x-3)+15+3}{x-3}=5+\frac{18}{x-3}$, 故 $y\neq5$, 值域为 $(-\infty,5)\cup(5,+\infty)$.

(3) $x^2-6x+10=(x-3)^2+1$, 因为 $1\leqslant x\leqslant2$, 所以 $2\leqslant x^2-6x+10\leqslant5$, $\left(\frac{1}{2}\right)^5\leqslant\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-6x+10}\leqslant\left(\frac{1}{2}\right)^2$, $\frac{1}{32}\leqslant y\leqslant\frac{1}{4}$, 值域为 $\left[\frac{1}{32},\frac{1}{4}\right]$.

(4) 由于 $f(x)=2^{x-5}$ 和 $g(x)=\log_3\sqrt{x-1}$ 在区间 $[2,10]$ 上均为增函数, 所以原函数在已知区间上也是增函数, 从而可求得值域是 $\left[\frac{1}{8},33\right]$.

9. (A). 函数的定义域为 $(0,+\infty)$, $y=\frac{x^2-x+3}{x}=x-1+\frac{3}{x}\geqslant2\sqrt{3}-1$.

10. (C). 不等式 $-4\leqslant|x-3|-|x+1|\leqslant4$, $k\geqslant4$.

11. (A). 在同一坐标系中作出两函数的图象, 可知 $F(x)=\begin{cases}2-x^2 & x<-2\text{ 或 }x>1\\ x & -2\leqslant x\leqslant1\end{cases}$, 于是 $F(x)$ 的最大值是 $F(1)=1$, 故应选(A).

12. 如图 2-2, 分别过 B、C 作 AD 的垂线, 垂足分别为 H、G, 则 $AH=BH=1$, $AG=3$. 求解本题, 需分类讨论如下:

(1) 当 M 位于 H 左侧时, $AM=MN=x$, 此时

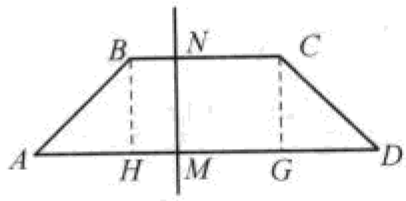

图 2-2

$y=S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}x^2$ $(0<x<1)$;

(2) 当 M 在 H 与 G 之间时, 有 $y=S_{梯形MNBA}=\frac{1}{2}(x-1)\times1=x-\frac{1}{2}$ $(1\leqslant x<3)$;

(3) 当 M 位于 G 与 D 之间时, 由图知

$y=S_{梯形ABCD}-S_{\triangle MDN}=\frac{2+4}{2}\times1-\frac{1}{2}(4-x)^2=-\frac{1}{2}x^2+4x-5$ $(3\leqslant x\leqslant4)$.

$$y=f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2 & 0<x<1\\ x-\frac{1}{2} & 1\leqslant x<3\\ -\frac{1}{2}x^2+4x-5 & 3\leqslant x\leqslant4\end{cases}$$

为所求函数表达式, 定义域为 $(0,4]$, 值域为 $(0,3]$.

第二节　函数的基本性质

第一课时

1. (B). 作出对应的图象, 易知①、④对应函数在 $(-\infty,0)$ 上是增函数.

2. (B). $y=\frac{x}{1-x}=\frac{-(1-x)+1}{1-x}=-1+\frac{1}{1-x}$.

3. (A). $-g(x)$ 是增函数, 则 $f(x)+(-g(x))$ 为增函数.

4. (B).

5. $(-4,-1]$. 求出 $u=-x^2-2x+8$ 的单调增区间, 结合原函数的定义域可得.

6. (1) 因为 $f(1)=3$, 所以 $\frac{a+2}{b}=3$　①

又 $f(2)=\frac{9}{2}$, 所以 $\frac{4(a+1)+1}{2b}=\frac{9}{2}$　②

由式①、式②解得 $a=1$, $b=1$,

所以 $f(x)=\frac{2x^2+1}{x}$.

(2) 函数 $f(x)$ 在区间 $[2,3]$ 上是增函数, 设 $x_2>x_1\geqslant2$, 则

$$f(x_2)-f(x_1)=\frac{2x_2^2+1}{x_2}-\frac{2x_1^2+1}{x_1}$$
$$=\frac{(2x_2^2+1)x_1-(2x_1^2+1)x_2}{x_2x_1}=\frac{(x_2-x_1)(2x_1x_2-1)}{x_2x_1}$$

因为 $x_1\geqslant 2, x_2>2$，所以 $2x_1x_2-1>0$，$x_1x_2>0$，又因为 $x_1<x_2$，所以 $x_2-x_1>0$. 所以 $f(x_2)-f(x_1)>0$，即 $f(x_2)>f(x_1)$，故函数 $f(x)$ 在区间 $[2,3]$ 上是增函数. 所以 $f(x)_{\max}=f(3)=\frac{19}{3}$.

7. 由 $y=\lg t, t=x^2-ax-3$ 复合成 $y=\lg(x^2-ax-3)$，因为 $y=\lg t$ 为增函数，原函数在 $(-\infty,-1)$ 上为减函数，故 $t=x^2-ax-3$ 在 $(-\infty,-1)$ 上为减函数，对称轴 $x=-\frac{-a}{2}=\frac{a}{2}$，所以 $\frac{a}{2}\geqslant -1, a\geqslant -2$，且 $f(x)=\lg(x^2-ax-3)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上有意义，故 $x^2-ax-3>0$，因为 $t=x^2-ax-3$ 在 $(-\infty,-1)$ 上为减函数，所以 $t>(-1)^2-a(-1)-3\geqslant 0$，$a\geqslant 2$，$a$ 的取值范围为 $[2,+\infty)$.

8. (1) 设 $0<x_1<x_2$，

$$f(x_1)-f(x_2)=2^{x_1}+\frac{1}{2^{x_1}}-\left(2^{x_2}+\frac{1}{2^{x_2}}\right)$$
$$=2^{x_1}-2^{x_2}+\frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{2^{x_1}\cdot 2^{x_2}}$$
$$=(2^{x_1}-2^{x_2})\left(1-\frac{1}{2^{x_1}\cdot 2^{x_2}}\right)$$
$$=(2^{x_1}-2^{x_2})\cdot\frac{2^{x_1+x_2}-1}{2^{x_1+x_2}},$$

因为 $0<x_1<x_2$, $2^{x_1}<2^{x_2}$, $0<x_1+x_2$, $2^0<2^{x_1+x_2}$, $2^{x_1}-2^{x_2}<0$, $2^{x_1+x_2}-1>0$, $2^{x_1+x_2}>0$,
所以 $f(x_1)-f(x_2)<0$, $f(x_1)<f(x_2)$, $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数.

(2) 因为 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，所以 $2+\frac{1}{2}\leqslant y\leqslant 2^3+\frac{1}{2^3}$, $\frac{5}{2}\leqslant y\leqslant\frac{65}{8}$, 值域为 $\left[\frac{5}{2},\frac{65}{8}\right]$.

9. (D). $f(x)=-x^2+2ax=-(x-a)^2+a^2$，抛物线开口向下，对称轴 $x=a\leqslant 1$，$g(x)=\frac{a}{x+1}$ 在区间 $[1,2]$ 上是减函数，所以 $a>0$.

10. (D). 由函数的性质有 $f(x)$ 为增函数，则 $-f(x)$ 为减函数.

11. 证明：任取 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1<x_2$，则 $F(x_1)-F(x_2)=(f(x_1)-f(a-x_1))-(f(x_2)-f(a-x_2))=(f(x_1)-f(x_2))+(f(a-x_2)-f(a-x_1))$. 由 $x_1<x_2$，得 $a-x_2<a-x_1$. 由 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，得 $f(x_1)<f(x_2)$，$f(a-x_2)<f(a-x_1)$. 故 $f(x_1)-f(x_2)<0$，$f(a-x_2)-f(a-x_1)<0$. 故 $F(x_1)-F(x_2)<0$，即 $F(x_1)<F(x_2)$. 故 $F(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数.

12. 由 $f(-x^2+x-2)>f(-kx)$，得 $-x^2+x-2<-kx$，即 $x^2-(k+1)x+2>0$ 对一切实数 x 恒成立，于是 $8-(k+1)^2>0$，解得 $-2\sqrt{2}-1<k<2\sqrt{2}-1$.

第二课时

1. (D). (B)、(C) 定义域不关于原点对称.
2. (C).
3. (D). 设 $x<0$，则 $-x>0$，$f(-x)=-x(1+\sqrt[3]{-x})=-x(1-\sqrt[3]{x})$，由于 $f(x)$ 是奇函数，得 $f(x)=-f(-x)=x(1-\sqrt[3]{x})$.
4. (D). $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 3 为周期的奇函数，故 $f(2)=f(-1)<-1$, $\frac{3a-4}{a+1}<-1$, $-1<a<\frac{3}{4}$.
5. 由 $f(-2)=(-2)^2-a\sin(2)-2+8=10$，得 $f(2)=2^2+a\sin(2)+2+8=14$.
6. -1. 由于函数为奇函数，所以 $f(-1)=-f(1)$，$0=-\frac{2\times(1+a)}{1}$, $a=-1$.
7. 因 $f(x)$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数，且在区间 $[0,1)$ 上单调递增，所以 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上是递增的. 由 $f(1-a)+f(1-a^2)<0\Rightarrow$
$f(1-a)<-f(1-a^2)=f(a^2-1)$，
得 $\begin{cases}-1<1-a<1\\-1<a^2-1<1\\1-a<a^2-1\end{cases}$，解得 $1<a<\sqrt{2}$.
8. 依题意，对一切 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(-x)=f(x)$，即 $\frac{e^x}{a}+\frac{a}{e^x}=\frac{e^{-x}}{a}+\frac{a}{e^{-x}}$，故
$\frac{e^x}{a}+\frac{a}{e^x}=\frac{1}{ae^x}+ae^x\Rightarrow\left(a-\frac{1}{a}\right)\left(e^x-\frac{1}{e^x}\right)=0$
对一切 $x\in\mathbf{R}$ 成立.
故 $a-\frac{1}{a}=0$, $a^2=1$，又 $a>0$，故 $a=1$.
9. (B). $f(x)-f(-x)=f(x)+f(x)=2f(x)>-1$,