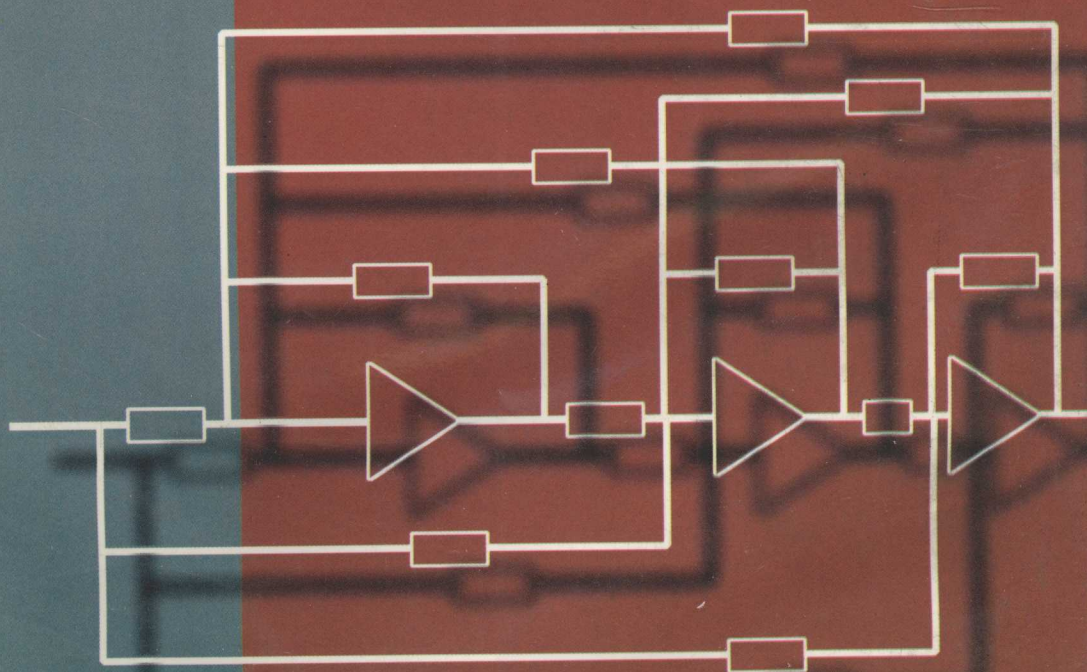


大连海事大学
出版基金赞助
学术丛书

线性电工、电子 及机械网络计算新法

王贤惠 纪致纹 著



大连海事大学出版社

大连海事大学出版基金赞助学术丛书

线性电工、电子及 机械网络计算新法

王贤惠 纪致纹 著

大连海事大学出版社

(辽)新登字 11 号

图书在版编目(CIP)数据

线性电工、电子及机械网络计算新法/王贤惠,纪致纹著. —大连:大连海事大学出版社,1996

ISBN 7-5632-1023-7

I. 线… I. ①王… ②纪… II. 网络电路-计算方法 N. TN711.02

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 20779 号

大连海事大学出版社出版

(大连市凌水桥 邮政编码 116026)

大连理工大学印刷厂印刷 大连海事大学出版社发行

1997 年 1 月第 1 版

1997 年 1 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16 印张:8.75

字数:218 千 印数:0001~1000

定价:12.80 元

内 容 简 介

《线性电工、电子及机械网络计算新法》一书共分十章。第一章叙述网络计算法的基础知识；第二、三章是网络计算法的基本原理，包括导纳信流图，阻抗信流图，网络计算式的推导，电压电流运算式的求取步骤；第四章从运放的基本回环项和它的特殊性出发论述运放网络计算法；第五章讨论多个电源作用下的网络计算；第六章网络计算法在其它类型网络计算中的应用；第七章论述网络分割与接缝，并介绍逐点分割的计算流程图；第八、九章是网络计算法在晶体管电路及机械网络中的应用；第十章，网络计算法的讨论。

书中题例答案是以“看图列式”的形式写出的，一般可以很顺利地进行阅读，并能自然地进行图式对照。

关于答案的正确性校验可参阅第十章题例。

本书可供电工类、电子类、自控类及机械类专业学生和工程技术人员学习、参考。

前 言

线性电工、电子及机械网络的计算与传递函数列写是密切相关的。常用的传递函数列写方法比较麻烦,为使列写简化,便于实际使用,经理论推导得到了在网络图上可以直接列写有关运算答案的方法。这种计算方法经反复实践验证,简化了常规计算的中间步骤,使计算速度加快、准确性提高、直观性增强。书中除了叙述各种类型网络计算法的基本原理,计算式的推导外,还论述了有源、无源网络的分割、接缝及计算流程等内容。为了使理论论证直接应用于实际题例中,增加实用性,故在写法上,采用了“看图列式”的实践法。希望通过读者亲自阅读练习实践,能在“看图列式”、“以式识图”、“图式对照”中融会贯通,学以致用。这是作者的最大愿望。

本书在写作过程中,曾得到陆祥润教授的热情指导与关怀,并担任主审,张金贵副教授也参加了部分审核工作,在此表示感谢。

书中有不当之处,敬请读者指教。

王贤惠 纪致纹 写于大连 1995.3

目 录

第一章 计算基础	(1)
第一节 电路计算定律.....	(1)
第二节 “运算子”知识.....	(2)
第三节 梅逊增益公式.....	(2)
第二章 网络算法原理	(11)
第一节 网络节点电压信号表示法及导纳信流图.....	(11)
第二节 节点运算电压计算式推导.....	(13)
第三节 节点自导纳相乘式的多次展开.....	(16)
第四节 连线符号规定.....	(22)
第五节 节点运算电压网络算法计算步骤.....	(25)
第六节 节点运算电压网络算法应用实践——看图列式.....	(27)
第三章 网孔电流运算式的计算	(35)
第一节 典型网络网孔电流信号表示法及阻抗信流图.....	(35)
第二节 网孔电流计算式推导.....	(36)
第三节 网孔运算电流计算步骤.....	(38)
第四节 单电压源网络的网孔电流计算实践——看图列式.....	(40)
第四章 运算放大器网络运算电压的求取	(44)
第一节 运算放大器网络的特殊性 & 运算电压求取式.....	(44)
第二节 运算放大器网络运算电压计算步骤.....	(49)
第三节 运算放大器网络计算示例.....	(49)
第四节 运算放大器网络运算电压计算实践——看图列式.....	(51)
第五章 多个电源输入下网络计算及其矩阵式求取	(61)
第一节 多电压源网络运算电压计算.....	(61)
第二节 电流源作用下运算电压计算.....	(63)
第三节 多个电源输入下,网络运算电压计算.....	(66)
第四节 多个电源输入下,网孔电流及支路电流计算.....	(68)
第五节 多输入,多输出网络运算电压或电流的矩阵式.....	(69)
第六节 电感电容有初始电流和初始电压时,网络节点运算电压,网孔运算电流计算.....	(72)
第六章 网络算法在其它类型网络计算中的应用	(76)
第一节 变压器网络计算.....	(76)

第二节 一端口网络电流及阻抗计算	(78)
第七章 网络分割与接缝	(82)
第一节 网络横竖分割的信流图	(82)
第二节 节点自回环支路与节点自导纳	(83)
第三节 网络分割与接缝计算原理	(83)
第四节 接缝计算中导纳 G 与 g	(89)
第五节 网络分割接缝计算实践	(91)
第六节 网络逐点分割的计算流程图	(95)
第七节 运放网络的分割与接缝	(97)
第八章 线性晶体管电路计算	(102)
第一节 晶体管电路计算的引言	(102)
第二节 晶体管基本电路的混合图表示	(103)
第三节 晶体管电路运算电压的计算步骤	(105)
第四节 晶体管电路计算法应用实践	(108)
第五节 受控源电路	(112)
第九章 机械网络中直线运动数学模型快速列写	(116)
第一节 典型机械网络的信流图表示	(116)
第二节 典型机械网络上传递函数的列写算式	(118)
第三节 典型机械网络传递式列写题例	(118)
第四节 机械网络传递式列写实践	(121)
第十章 网络计算法的讨论	(125)
第一节 网络计算法讨论	(125)
第二节 附录验证	(127)
第三节 关于 Δ' 与 Δ'_K 式的格式	(131)
参考文献	(133)

第一章 计算基础

本章主要叙述电路基本定律,运算微积的基础知识,根据联立方程组构造信流图,介绍信流图的有关术语,并进行必要的信流图计算,以达到掌握梅逊增益公式的实际应用。

第一节 电路计算定律

基尔霍夫电流定律是电路的一个基本定律,它是“电荷守恒”的一种反映,说明在电路节点处电荷不会产生和消灭,也不能积累,所以

$$\sum I = 0 \quad (1-1)$$

式(1-1)表明在电路的任意一个节点处,电流代数和恒等于零。例如有一电路图如图 1-1 所示,根据电路基本定律得:

$$\frac{V_1 - V_P}{R_1} + \frac{V_2 - V_P}{R_2} + \frac{V_3 - V_P}{R_3} = \frac{V_P}{R_4} \quad (1-2)$$

式(1-2)可改写成:

$$V_P \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right] = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} \quad (1-3)$$

式(1-3)可作以下理解:方程右边代数式理解为其它节点电压 V_1, V_2, V_3 产生流入节点 P 的电流和,而此时,节点 P 认为是接地的。方程左边代数式也可理解为节点 P 电压 V_P 产生流向其它节点的电流和,而此时,认为其它节点都是接地的,这两个电流和相等。这也是基本电流定律的一种表达形式。

基尔霍夫电压定律说明在电路中任一个回路内各段电压的代数数和为 0,即

$$\sum V = 0 \quad (1-4)$$

又经推证可得,在电路的任一个回路内,电阻上电压降代数数和等于电动势的代数数和,即

$$\sum IR = \sum E \quad (1-5)$$

例如图 1-2 所示,设定网孔电流为 I_1, I_2 ,则对第一、二网孔回路,分别列写基尔霍夫电压定律应为:

$$\begin{aligned} V &= I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_2 \\ I_2(R_2 + R_3) - I_1 R_2 &= 0 \end{aligned} \quad (1-6)$$

为与新电工符号概念配合,在以后论证及题中遇到电势 E 的书写符号,都以端电压 (V) 来

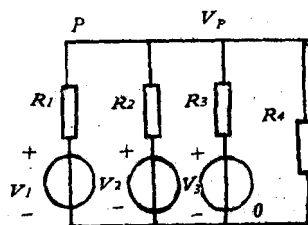


图 1-1 节点电压图

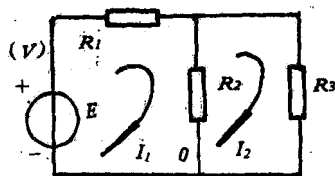


图 1-2 回路电流图

理解。

第二节 “运算子”知识

设 $f(t)$ 是一个时间 t 的函数式, t 是实变数。当 $t \geq 0$ 时, 函数 $f(t)$ 满足积分式 $\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt < \infty$, 则定义

$$L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt \quad (1-7)$$

为函数 $f(t)$ 的拉氏变换式, 并以 $F(S) = L[f(t)]$ 表示, 其中 S 为复数。拉氏变换是一种函数的变换, 它将实变数函数变换成一个复变数函数, 这种变换可以将一个微分方程变换成一个代数方程。例如, 有一个 R, L 串联的电路, 设电感 L 中初始电流为零。

当接通输入电压 $V(t)$ 时, 电路服从下列的微分方程, 即:

$$V(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) \quad (1-8)$$

对上述方程两边取拉氏变换则得:

$$SLI(S) + RI(S) = V(S) \quad I(S) = \frac{V(S)}{LS + R} \quad (1-9)$$

式(1-9)是一个算子 S 的代数运算式。

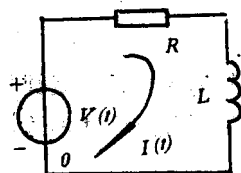


图 1-3 RL 串联电路图

应用拉氏变换式, 在等值运算电路中, 对电感来说, $SL, \frac{1}{SL}$ 即为电感 L 的运算阻抗和运算导纳, $Li(0^-)$ 和 $i(0^-)/S$ 分别为反映电感初始电流值的附加电压源电压和附加电流源电流; 对电容来说, $\frac{1}{SC}$ 和 SC 为电容 C 的运算阻抗和导纳, $\frac{V(0^-)}{S}$ 和 $CV(0^-)$ 分别为反映电容电压初始值的电压源电压和电流源电流, 电阻仍为 R 形式。

在图 1-3 电路中, 以回路电流 i 作为输出变量, 以激励电压 V 作为输入变量, 在初始条件为零的情况下, 对式(1-8)的两边各量取拉氏变换, 然后得到输出量 $I(S)$ 和输入量 $V(S)$ 的比值, 称为传递函数, 即:

$$\frac{I(S)}{V(S)} = \frac{1}{R + LS} \quad (1-10)$$

求解某电路的电流和电压的时间变化式时, 在一般情况下, 要先列出传递函数式, 然后取拉氏反变换。因此列出传递函数式是一个十分重要的过程。本书中所说运算电流, 电压, 是指电流, 电压的拉氏变换式。但 S 常常省略。

当 $S = j\omega$ 时, 拉氏变换中复变量 S 限定在复平面虚轴上变化。依据这个变换式, 可求解频率域中有关问题, 也可进行交流电路的有关运算。

第三节 梅逊增益公式

1. 信流图

信流图是联立方程组的一种图解表示形式, 它由节点和标有方向的支路构成, 支路旁要标上增益值。节点表示网络中的变量(信号), 二个节点之间连结一条支路, 表示信号的传递作用,

信号流动方向用支路上的箭头表示。支路旁标上增益值,它起着相乘器的作用,有时也可称为支路权值或传递函数值。例如有一个方程

$$x_2 = g_{21}x_1 \quad (1-11)$$

式(1-11)右边 x_1 表示输入变量(信号),式(1-11)左边 x_2 表示输出变量(信号),分别用小圆圈节点 x_1, x_2 表示。 g_{21} 是两个变量之间,从变量 x_1 到 x_2 的传递增益值,箭头表示传递方向。式(1-11)的信流图表示在图 1-4a)上, g_{21} 的下标表示从节点 1 到 2 的传输,要注意在这个信流图上并不反映有 $x_1 = \frac{1}{g_{21}}x_2$ 的含义。如果要获得这样关系式,则必须要重画信流图,如图 1-4b)所示。

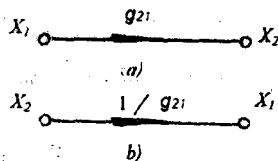


图 1-4 信流图表示

在图 1-4a)中,对节点 x_1 来说,这条支路为输出支路,但对节点 x_2 来说,这条支路则是输入支路。

又如一个方程组

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= g_{11}x_1 - g_{12}x_2 + r_1 \\ x_2 &= g_{22}x_2 - g_{21}x_1 + r_2 \\ x_3 &= g_{31}x_1 + g_{32}x_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

按照一定次序,先画上节点表示变量 r_1, r_2, x_1, x_2, x_3 。式(1-12)的第一个方程说明 x_1 依赖下面三个信号,它们分别为 $g_{11}x_1, -g_{12}x_2$ 和 r_1 ,并且 x_1 是这些信号和,按照节点和支路增益值的关

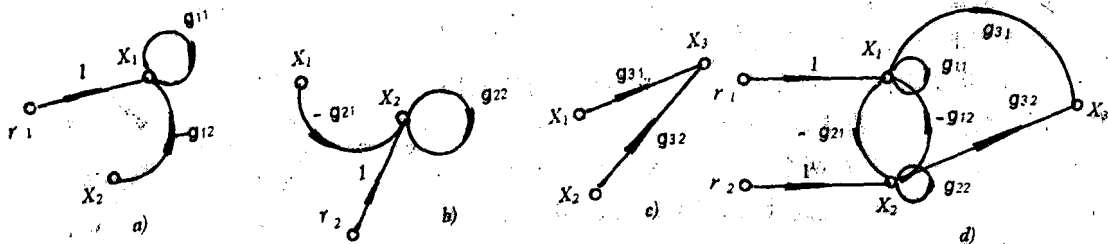


图 1-5 信流图的构成

系先画在图 1-5a)上, g_{11} 是一个自回环支路。式(1-12)的第二个方程说明 x_2 为 $g_{22}x_2, -g_{21}x_1$ 和 r_2 三个信号和,按信号传输关系,画在图 1-5b)上。同理画出第三个方程的关系式,如图 1-5c)所示。最后把 1-5a),b),c)的信流图都画在一个图上,如图 1-5d)所示,它即是方程组(1-12)的信流图。

在信流图中可以得到二个常用性质:

- (1) 节点代表变量或信号,它是所有输入支路信号总和。
- (2) 所有输出支路的信号就是该节点所代表的信号。

2. 信流图有关术语

- (1) 输入节点(源):只有输出支路的节点,如图 1-5a),b)中节点 r_1, r_2 。
- (2) 输出节点(汇结点):只有输入支路的节点,如图 1-5d)中节点 x_3 。然而这个条件一般不易满足,如图 1-5a)所示,没有节点满足输出节点的条件,但是可以认为节点 x_1 作为输出节点。

为了符合定义,可以引入一条支路(增益为1)和一个变量 x_1 相连,见图1-6所示,这种经过修改后的信流图,相当于加入方程 $x_1 = x_1$,新的 x_1 节点可以认为是输出节点。但上述方法对输入节点是不适用的。

(3)混合节点:既有输入支路,又有输出支路的节点,如图1-5d)中的 x_1, x_2 。

(4)通道:从某一节点开始,沿着支路的箭头方向连续经过一些支路而终止在另一节点(或同一节点)的路径,统称为通道。一个信流图可以有好多条通道。

(5)前向通道:一条从输入节点开始,终止于输出节点且每节点只通过一次的通道。例如图1-5d)中 r_1, r_2 是输入节点,有三个可能的输出节点, x_1, x_2, x_3 ,从 r_1 到 x_3 ,前向通道有两条(它们为 $1 \times g_{31}$ 和 $1 \times (-g_{21})g_{32}$)。从 r_2 到 x_3 亦有两条前向通道(它们为 $1 \times g_{32}$ 和 $1 \times (-g_{12})g_{31}$)。

(6)回环:如果通道从某一节点开始,又终止于该节点,并且在通道中遇到的其他节点只经过一次,则该通道称为回环。例如图1-5d)中有 $g_{11}, g_{22}, (-g_{21})(-g_{12})$ 。其中 g_{11}, g_{22} 为自回环。

(7)通道增益:在通道上所遇到的各支路增益的乘积叫通道增益。例如在图1-5d)上, $r_1 - x_1 - x_2 - x_3$ 的通道增益为 $1 \times (-g_{21})g_{32}$ 。

3. 信流图代数运算

信流图的有关代数计算方法有:

(1)串联法则:单方向支路串联,可用一条简单支路代替,其增益等于支路增益的乘积,如图1-7a)所示。

(2)并联法则:若在两个节点间有多个同方向的并行支路,则可用一条简单支路代替,且简单支路增益等于多个并行支路增益的和,如图1-7b)所示。

(3)节点吸收法则:在信流图代数中,为了简化运算,常需要消去不必要的节点,该方法称为节点吸收法则。如图1-7c)左边图变换成右边图,中间节点 x_2 被吸收,但从输入和输出节点信号传输关系来看,两者是等效的。

(4)节点分裂:把带有自回环的节点分裂成两个节点,一个为与所有输入支路相连的节点 x'_1 ,另一个为与所有输出支路相连的节点 x_2 ,然后用一个传输支路为 $\frac{1}{1-g_{11}}$ 的支路连接起来即可,如图1-8所示。

(5)自回环消去法则:自回环消去法则可用图1-9说明。从图1-9a)左图得 $g_{21}x_1 + g_{22}x_2 = x_2$,所以 $x_2 = \frac{g_{21}}{1-g_{22}}x_1$,此式表示在图1-9a)右图上,说明这两个图是等效的。采用同样办法,也可把图1-9b)的自回环消去,只要在前向通道上支路权值除以 $(1-g_{22})$ (g_{22} 为自回环增益值)即可。

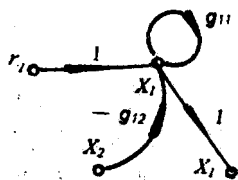
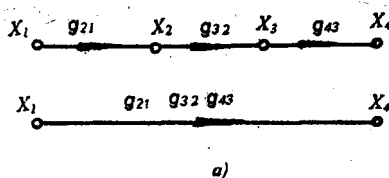
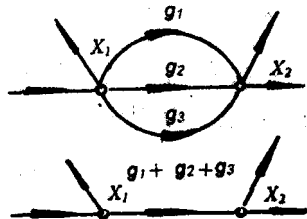


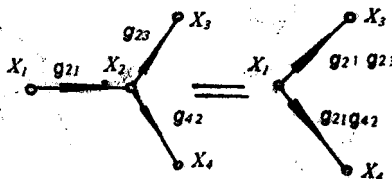
图 1-6 修改后的信流图



a)



b)



c)

图 1-7 信流图简化

(6) 反馈回路简化: 反馈回路简化法则如图 1-10 所示, 按图 1-10a) 得 $x_3 = g_{32}x_2$ 及 $x_2 = g_{21}x_1 + g_{23}x_3$, 所以 $x_3 = g_{32}g_{21}x_1 + g_{32}g_{23}x_3$, 亦可写成 $x_3 = \frac{g_{21}g_{32}}{1 - g_{32}g_{23}}x_1$, 如图 1-10b) 所示。

(7) 复杂信流图简化: 对于任何一个复杂网络系统, 如图

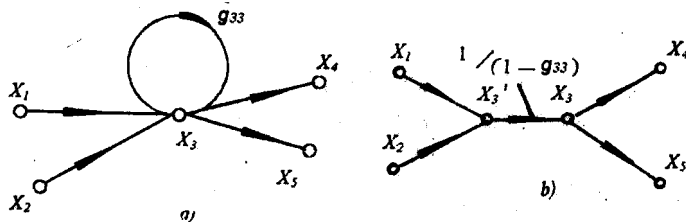


图 1-8 节点分裂

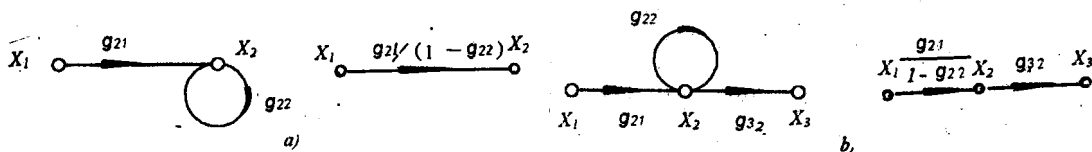


图 1-9 自回环消去

1-11 所示, 若把输入信号节点置放在图 1-11a) 的左侧, 而系统输出节点置放在图 1-11a) 的右侧, 则内部节点之间影响能够通过一般代数运算过程, 产生恒等信流图, 如图 1-11b) 所示。

对于线性系统, 可以应用叠加原理, 输出信号等于每一个输入信号所提供的支路信号的总和, 即:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= T_a x_1 + T_d x_2 \\ y_2 &= T_b x_1 + T_e x_2 \\ y_3 &= T_c x_1 + T_f x_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

T 为从给定输入(源)节点到给定的输出节点之间的传输式。

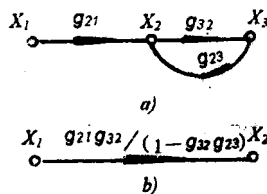


图 1-10 反馈回路简化

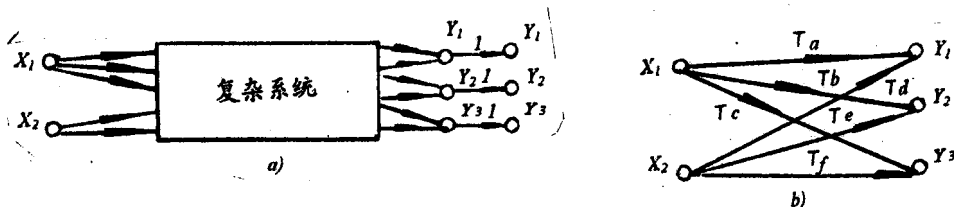


图 1-11 复杂系统

$T_a, T_b, T_c, T_d, T_e, T_f$ 为相应节点间传输式。

4. 梅逊增益公式(Mason's Gain Formula)

一个复杂的信流图, 用分析的办法求出输入输出关系, 通常是很烦琐的, 可是用梅逊增益公式可以很快获得结果, 增益公式为:

$$G = \frac{C}{r} = \frac{\sum_{K=1}^m G_K \Delta_K}{\Delta} \quad (1-14)$$

式中: G ——变量 C 和 r 之间增益;

C ——输出节点变量(信号);

r ——输入节点变量(信号);

m ——前向通道总数;

G_K ——第 K 个前向通道增益;

$\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \cdots + (-1)^W \sum L_W$;

$\sum L_1$ ——所有不同回环的增益之和;

$\sum L_2$ ——所有两个互不接触回环增益乘积之和;

$\sum L_3$ ——所有三个互不接触回环增益乘积之和;

⋮

$\sum L_W$ ——所有 W 个互不接触回环增益乘积之和;

Δ_K ——与第 K 条前向通道不接触部分的 Δ 值,称为第 K 条通道的余因式(即 $\Delta_K = 1 -$

$\sum L'_1 + \sum L'_2 - \sum L'_3 + \cdots + (-1)^S \sum L'_S$)。

如果两个回环没有任何公共的节点,则此两个回环为互不接触。

下面用一个线性代数方程来解析梅逊公式的应用

过程,如:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= r + g_4 x_2 \\ x_2 &= g_1 x_1 + g_5 x_3 \\ x_3 &= g_2 x_2 + g_6 C \\ C &= g_7 x_1 + g_3 x_3 \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

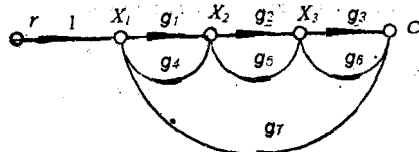


图 1-12 反馈系统信流图

按方程作出相应的信流图 1-12,用梅逊公式求 C/r , 因为:

$$\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \cdots + (-1)^W \sum L_W$$

$$\sum L_1 = g_2 g_5 + g_3 g_6 + g_1 g_4 + g_7 g_6 g_5 g_4$$

$$\sum L_2 = g_1 g_4 g_3 g_6$$

$$G_1 = g_1 g_2 g_3$$

$$G_2 = g_7$$

Δ_1 为与第一条前向通道不接触部分 Δ ,也就是去掉和第一条前向通道相接解的回环之后剩下的 Δ 。在本例中,第一条前向通道即是从 r 开始,经 x_1, x_2, x_3 到达 C ,全部回环均与第一条前向通道相接触,所以 Δ_1 式中 $\sum L'_1, \sum L'_2 \cdots$ 都为 0,即 $\Delta_1 = 1 - 0 + 0 - \cdots = 1$ 。第二条前向通道是从 r 开始,经 x_1 到 C ,只有回环 $g_2 g_5$ 为不相接触的回环,所以 $\Delta_2 = 1 - g_2 g_5$ 代入梅逊公式可得:

$$G = \frac{C}{r} = \frac{\sum_{k=1}^m G_k \Delta_k}{\Delta} = \frac{G_1 \Delta_1 + G_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{g_1 g_2 g_3 + g_7 (1 - g_2 g_5)}{1 - (g_1 g_4 + g_2 g_5 + g_3 g_6 + g_7 g_6 g_5 g_4) + g_1 g_4 g_3 g_6} \quad (1-16)$$

重写方程组(1-15),并按线性方程组的常规解法,求 C/r 。

$$\left. \begin{aligned} x_1 - g_4 x_2 &= r \\ -g_1 x_1 + x_2 - g_5 x_3 &= 0 \\ -g_2 x_2 + x_3 - g_6 C &= 0 \\ -g_7 x_1 - g_3 x_3 + C &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

系数行列式为:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -g_4 & 0 & 0 \\ -g_1 & 1 & -g_5 & 0 \\ 0 & -g_2 & 1 & -g_6 \\ -g_7 & 0 & -g_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -g_5 & 0 \\ -g_2 & 1 & -g_6 \\ 0 & -g_3 & 1 \end{vmatrix} + g_4 \begin{vmatrix} -g_1 & -g_5 & 0 \\ 0 & 1 & -g_6 \\ -g_7 & -g_3 & 1 \end{vmatrix} = 1 - g_2 g_5 - g_3 g_6 - g_1 g_4 - g_7 g_6 g_5 g_4 + g_1 g_4 g_3 g_6 \quad (1-18)$$

因为要求 C ,所以先求 Δ_4 ,把 Δ 中第四列元素换成式(1-17)右端相应各量即得:

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & -g_4 & 0 & r \\ -g_1 & 1 & -g_5 & 0 \\ 0 & -g_2 & 1 & 0 \\ -g_7 & 0 & -g_3 & 0 \end{vmatrix} = -r \begin{vmatrix} -g_1 & 1 & -g_5 \\ 0 & -g_2 & 1 \\ -g_7 & 0 & -g_3 \end{vmatrix} = r(g_1 g_2 g_3 + g_7 - g_7 g_2 g_5)$$

所以 $C = \Delta_4 / \Delta$,即得:

$$G = \frac{C}{r} = \frac{g_1 g_2 g_3 + g_7 (1 - g_2 g_5)}{1 - (g_1 g_4 + g_2 g_5 + g_3 g_6 + g_7 g_6 g_5 g_4) + g_1 g_4 g_3 g_6} \quad (1-19)$$

从上面分析结果可见,梅逊公式解与线性代数方程用克莱姆定理得到的解,两者是一致的, Δ 即是系数行列式, Δ_k 即是它们的余因式,所以梅逊公式实际上是线性代数方程解的一种表达方式,但是梅逊公式便于直接应用。

例 1-1:求图 1-13 信流图输出 C 与输入 R 的传递关系。

解:前向通道 1; $G_1 = g_1 g_2 g_3 g_4$

前向通道 2; $G_2 = g_5 g_6 g_7 g_8$

有 4 个回环: $L_1 = g_2 h_2$ $L_2 = g_3 h_3$

$L_3 = g_6 h_1$ $L_4 = g_7 h_4$

回环 L_1 和 L_2 不与 L_3 和 L_4 相接触,因此:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_2 L_3 + L_2 L_4)$$

与第一通道不相接触回环是 L_3, L_4 ,所以 $\Delta_1 = 1 - (L_3 + L_4)$ 。与第二前向通道不相接触回环是 L_1, L_2 ,所以 $\Delta_2 = 1 - (L_1 + L_2)$ 。系统传递函数为

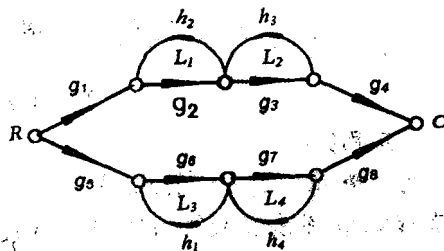


图 1-13 并行通道的信流图

$$\frac{C}{R} = G = \frac{G_1 \Delta_1 + G_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{g_1 g_2 g_3 g_4 (1 - L_3 - L_4) + g_5 g_6 g_7 g_8 (1 - L_1 - L_2)}{1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1 L_4 + L_1 L_3 + L_2 L_3 + L_2 L_4} \quad (1-20)$$

例 1-2: 已知多环系统信流图如图 1-14 所示, 求系统输入 $R(S)$ 和输出 $C(S)$ 的传递函数 (支路权值即指支路传递函数)。

解: 前向通道是:

$$G_1 = g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6; G_2 = g_1 g_2 g_7 g_8;$$

$$G_3 = g_1 g_2 g_3 g_4 g_8. \text{ 回环是:}$$

$$L_1 = -g_2 g_3 g_4 g_5 h_2; L_2 = -g_5 g_6 h_1;$$

$$L_3 = -g_3 h_1; L_4 = -g_2 g_7 h_2; L_5 = -$$

$$g_4 h_4; L_6 = -g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6 h_3; L_7 = -$$

$$g_1 g_2 g_7 g_8 h_3; L_8 = -g_1 g_2 g_3 g_4 g_8 h_3. L_3$$

$$\text{环和 } L_4 \text{ 环; } L_5 \text{ 环和 } L_7 \text{ 环; } L_3 \text{ 环和}$$

$$L_4 \text{ 环为互不接触环。因此:}$$

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8) + (L_5 L_7 + L_5 L_4 + L_3 L_4)$$

$$\Delta_1 = \Delta_3 = 1$$

$$\Delta_2 = 1 - L_5 = 1 + g_4 h_4$$

传递函数

$$G(S) = \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{G_1 + G_2 \Delta_2 + G_3}{\Delta} \quad (1-21)$$

代入相应值, 即得系统传递函数。

例 1-3: 已知信流图 1-15, 求 $x_1/x_0; x_3/x_0$

解: 根据图直接可得:

$$\frac{x_1}{x_0} = \frac{g_1 (1 + g_4)}{\Delta} \quad (1-22)$$

$$\frac{x_3}{x_0} = \frac{g_1 g_5 (1 + g_4) + g_1 g_2 g_3}{\Delta} \quad (1-23)$$

图 1-15 含自回环的信流图

式中:

$$\Delta = 1 + g_5 g_6 + g_4 + g_2 g_3 g_6 + g_4 g_5 g_6 \quad (1-24)$$

5. 应用实践

为了熟悉“Mason”公式, 希读者能顺利阅读实践练习的答案。

练习 1-1: 已知信流图 1-16a) 中, a, b, c, d, e, f 为各支路权值, 求 x_3/x_0 。

答:

$$\frac{x_3}{x_0} = d + ae + c(ab + f)$$

$$(1-25)$$

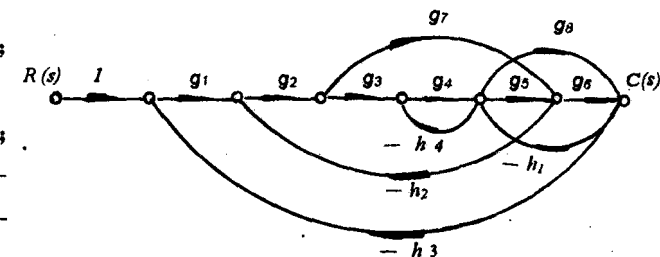


图 1-14 多环系统信流图

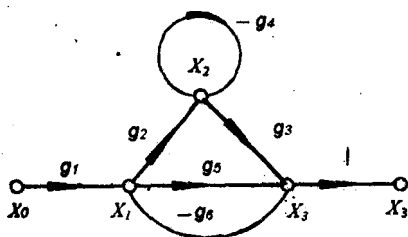


图 1-15 含自回环的信流图

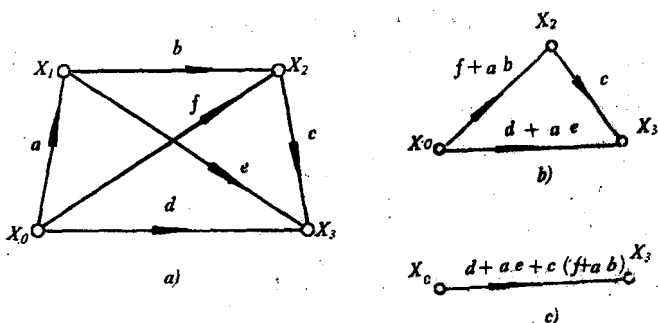


图 1-16 串、并联简化过程

注:先简化 a, b 支路,利用串联支路权值相乘法,然后简化 a, e 支路,亦利用串联法则,这样可以吸收节点 x_1 ,得图 1-16b),再把 $c(ab+f)$ 支路和 $d+ae$ 并联支路权值相加,得图 1-16c)。

练习 1-2:已知信流图 1-17a)中, a, b, c, d 为各支路权值,求 $\frac{x_2}{x_0}, \frac{x_4}{x_0}$ 。

答: $\frac{x_2}{x_0} = a + bc; \frac{x_4}{x_0} = bd$ (1-26)

注:简化过程如图 1-17b)所示。

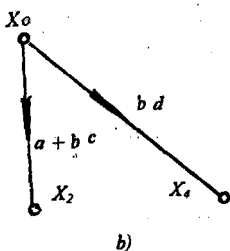
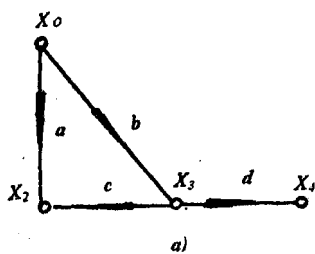


图 1-17 节点吸收简化过程

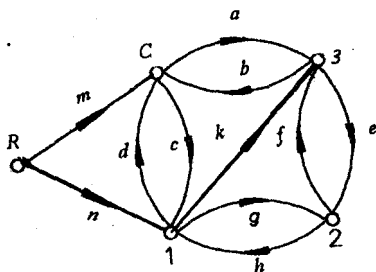


图 1-18 多环信流图

练习 1-3:已知信流图如图 1-18 所示,求 C/R 增益值。

答:

$$\frac{C}{R} = \frac{m[1 - (ef + gh + ehk)] + nd(1 - ef) + nkb + ngfb}{1 - (ab + cd + ef + gh + bck + ehk + aehd + bcgf) + (abgh + cdef)} \quad (1-27)$$

练习 1-4:已知信流图如图 1-19 所示,求 C/R 增益值。

答:

$$\frac{C}{R} = \frac{akg(1 - 0) + bg(1 - e)}{1 - (hk + e + n + d + fkg) + (ed + en + nd + hkn) - end} \quad (1-28)$$

练习 1-5:已知信流图如图 1-20 所示,求 C/R 增益值。

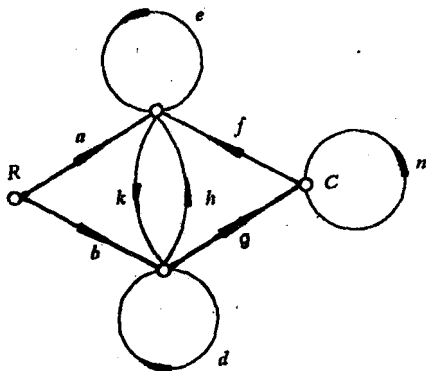


图 1-19 多自回环的信流图

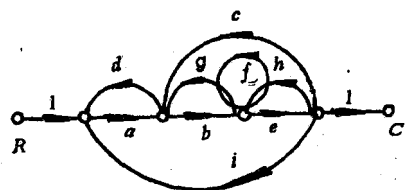


图 1-20 含自回环的多环系统

答:

$$\frac{C}{R} = \frac{abe}{1 - ad - bg - f - eh - abei - bec + adeh + adf} \quad (1-29)$$

练习 1-6: 已知信流图及各支路权值, 如图 1-21 所示, 求 C/R 。

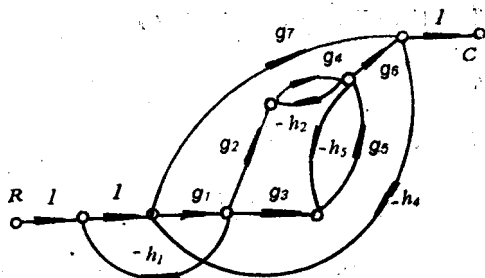


图 1-21 复杂信流图

答:

$$\frac{C}{R} = \frac{g_1 g_2 g_4 g_6 (1) + g_1 g_3 g_5 g_6 + g_7 (1 + g_4 h_2 + g_5 h_5)}{1 + g_1 h_1 + g_7 h_4 + g_4 h_2 + g_5 h_5 + g_3 g_5 g_6 h_4 g_1 + g_1 g_2 g_4 g_6 h_4 + (g_1 h_1 g_4 h_2 + g_1 h_1 g_5 h_5 + g_7 h_4 g_4 h_2 + g_7 h_4 g_5 h_5)} \quad (1-30)$$