



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

(第2版)

# 信息光学理论与应用

王仕璠 编著



北京邮电大学出版社  
[www.buptpress.com](http://www.buptpress.com)



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 信息光学理论与应用

## (第2版)

王仕璠 编著

北京邮电大学出版社

·北京·

## 内 容 简 介

本书系统地介绍了信息光学的基础理论及相关的应用。全书共10章,内容涉及二维傅里叶分析、标量衍射理论、光学成像系统的频率特性、部分相干理论、光学全息照相、空间滤波、相干光学处理、非相干光学处理、信息光学在计量学和光通信中的应用等。

本书内容丰富,选材新颖,既系统地介绍基础理论,又同时兼顾理论和技术的当前发展,并强调理论与应用的结合。第2版较第1版作了许多修改和补充。书中精选了近200个例题、思考题和习题,并给出了全部习题的详细解答,便于读者加深对正文的理解。

本书读者对象为光学、光学工程、光电子技术、光信息科学与技术、应用物理、精密仪器等专业的高年级本科生和研究生,也可供相关专业的工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

信息光学理论与应用/王仕璠编著. —2版. —北京:北京邮电大学出版社,2009

ISBN 978-7-5635-1896-8

I. 信… II. ①王… III. 信息光学 IV. O438

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 197706 号

---

书 名: 信息光学理论与应用

作 者: 王仕璠

责任编辑: 李欣一 陈岚岚

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)

发 行 部: 电话: 62282185 传真: 62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京忠信诚胶印厂

开 本: 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张: 23

字 数: 604 千字

印 数: 1—5 000 册

版 次: 2004 年 3 月第 1 版 2009 年 2 月第 2 版 2009 年 2 月第 1 次印刷

---

ISBN 978-7-5635-1896-8

定 价: 38.00 元

· 如有印装质量问题, 请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·

## 第 2 版前言

本书第 2 版和第 1 版相较，有了很多修改。主要的修改如下：

1. 对原书各章作了全面的校订，使文字更加流畅、概念叙说更加准确、数学推演更加严谨，同时为便于教师与学生使用本教材，在各章末增加了“本章重点”和“思考题”，与此相配合，精选了数十道实用的例题作解题示范；重新审订了各章的习题，并给出了全部习题的详细答案。

2. 在相关章节，增写了信息光学在工业和科技领域中的应用，以便使理论与应用更紧密结合，同时开拓学生视野。

3. 将原书中第 9 章至第 11 章共 3 章压缩成一章（即现在的第 9 章），重点介绍信息光学用于计量学领域时的数据处理方法，原书中有关实验方面的一些描述，因另有专门的实验教材出版（见本人主编的《现代光学实验教程》，北京邮电大学出版社，2004），就从本书中删去了。

4. 新增了第 10 章“信息光学在光通信中的应用”。这是因为近 10 年来，光纤通信和相应元器件的发展极大地促进了信息光学与光通信技术的结合。光纤布喇格光栅和阵列波导光栅等的出现使全光网通信成为可能。鉴于空间光调制器在光学信息处理和光通信中日益广泛的应用，在第 7 章还专门增写了“空间光调制器”一节。全部新增和校订的内容约占原书 1/3 的篇幅。

衷心感谢北京邮电大学出版社对本书再版和申报“十一五”国家级规划教材给予的支持；衷心感谢采用本书作教材的各兄弟高校的同行们，是你们的支持才使本书得以再版；衷心感谢多年来听我讲授过“信息光学”课的学生们，是你们孜孜不倦的求知精神，激发了我的教学和写作热情；还要衷心感谢电子科技大学物理电子学院刘艺副教授，他为本书电子教案（PPT）的打印和绘图付出了辛勤劳动。

由于作者水平所限，书中缺点和错误在所难免，恳切期望使用本教材的读者批评指正。

作者

# 目 录

第 1 章 二维傅里叶分析 .....	( 1 )
1.1 光学中常用的几种非初等函数 .....	( 1 )
1.1.1 矩形函数 .....	( 1 )
1.1.2 sinc 函数 .....	( 2 )
1.1.3 阶跃函数 .....	( 3 )
1.1.4 符号函数 .....	( 3 )
1.1.5 三角形函数 .....	( 4 )
1.1.6 高斯函数 .....	( 4 )
1.1.7 圆域函数 .....	( 6 )
1.2 $\delta$ 函数 .....	( 6 )
1.2.1 $\delta$ 函数的定义 .....	( 6 )
1.2.2 $\delta$ 函数的物理意义 .....	( 8 )
1.2.3 $\delta$ 函数的性质 .....	( 8 )
1.2.4 梳状函数 .....	( 10 )
1.3 卷 积 .....	( 11 )
1.3.1 卷积概念的引入 .....	( 12 )
1.3.2 卷积的定义 .....	( 13 )
1.3.3 卷积的物理意义和几何意义 .....	( 13 )
1.3.4 卷积的运算性质 .....	( 14 )
1.3.5 卷积运算举例 .....	( 16 )
1.4 相 关 .....	( 18 )
1.4.1 互相关 .....	( 18 )
1.4.2 自相关 .....	( 19 )
1.4.3 相关运算举例 .....	( 20 )
1.4.4 有限功率函数的相关 .....	( 22 )
1.5 傅里叶变换的基本概念 .....	( 22 )
1.5.1 二维傅里叶变换的定义 .....	( 22 )
1.5.2 存在条件 .....	( 23 )
1.5.3 广义傅里叶变换 .....	( 24 )
* 1.5.4 虚、实、奇、偶函数傅里叶变换的性质 .....	( 25 )
1.5.5 傅里叶变换作为分解式 .....	( 26 )
1.6 二维傅里叶变换的基本定理 .....	( 27 )
1.7 傅里叶-贝塞尔变换 .....	( 31 )
1.7.1 可分离变量函数的变换 .....	( 31 )

1.7.2 具有圆对称的函数：傅里叶-贝塞尔变换 .....	( 32 )
1.8 常用傅里叶变换对 .....	( 34 )
1.9 线性系统与线性空间不变系统 .....	( 36 )
1.9.1 系统的算符表示 .....	( 36 )
1.9.2 线性系统的意义 .....	( 37 )
1.9.3 脉冲响应函数与叠加积分 .....	( 37 )
1.9.4 线性空间不变系统 传递函数 .....	( 38 )
1.9.5 线性空间不变系统的本征函数 .....	( 39 )
1.9.6 LSI 级联系统 .....	( 41 )
1.10 二维采样定理 .....	( 42 )
1.10.1 图像函数的采样表示法 .....	( 43 )
1.10.2 奈奎斯特判据 .....	( 44 )
1.10.3 原始函数的复原 .....	( 44 )
1.10.4 空间-带宽积 .....	( 45 )
思考题 .....	( 46 )
习 题 .....	( 47 )
参考文献 .....	( 49 )
<b>第 2 章 标量衍射理论 .....</b>	<b>( 50 )</b>
2.1 引 言 .....	( 50 )
2.2 基尔霍夫衍射理论 .....	( 51 )
2.2.1 数学预备知识 .....	( 51 )
2.2.2 平面衍射屏的基尔霍夫衍射公式 .....	( 54 )
2.2.3 菲涅耳-基尔霍夫衍射公式 .....	( 55 )
2.2.4 衍射公式与叠加积分 .....	( 57 )
2.3 衍射规律的频域表达式 .....	( 57 )
2.3.1 衍射规律的频域描述 .....	( 57 )
2.3.2 传播现象作为一种线性空间滤波器 .....	( 59 )
2.3.3 衍射孔径对角谱的效应 .....	( 59 )
2.4 菲涅耳衍射与夫琅和费衍射 .....	( 60 )
2.4.1 初步的近似处理 .....	( 61 )
2.4.2 菲涅耳近似 .....	( 61 )
2.4.3 夫琅和费衍射 .....	( 63 )
2.4.4 夫琅和费衍射与菲涅耳衍射的关系 .....	( 63 )
2.5 夫琅和费衍射计算实例 .....	( 64 )
2.5.1 矩孔和单缝的夫琅和费衍射 .....	( 64 )
2.5.2 多缝的夫琅和费衍射 .....	( 66 )
2.5.3 圆孔的夫琅和费衍射 .....	( 68 )
2.5.4 圆环的夫琅和费衍射 .....	( 69 )
2.5.5 正弦型振幅光栅的夫琅和费衍射 .....	( 71 )

2.5.6 正弦型位相光栅的夫琅和费衍射	( 73 )
2.6 菲涅耳衍射计算实例	( 75 )
2.6.1 傅里叶成像	( 75 )
2.6.2 衍射屏被会聚球面波照明时的衍射	( 77 )
* 2.6.3 方孔的菲涅耳衍射	( 78 )
2.7 衍射的巴俾涅原理	( 82 )
思考题	( 83 )
习 题	( 84 )
参考文献	( 86 )
<b>第 3 章 光学成像系统的频率特性</b>	( 87 )
3.1 透镜的傅里叶变换性质	( 88 )
3.1.1 薄透镜的位相调制作用	( 88 )
3.1.2 透镜的傅里叶变换性质	( 90 )
3.1.3 透镜孔径的影响	( 92 )
3.2 光学成像系统的一般分析	( 95 )
3.2.1 成像系统的普遍模型	( 95 )
3.2.2 衍射受限系统的点扩展函数	( 96 )
3.2.3 准单色光照明时物像关系分析	( 98 )
3.3 衍射受限相干成像系统的传递函数	( 100 )
3.3.1 相干传递函数的定义	( 100 )
3.3.2 相干传递函数与系统物理性质的联系	( 101 )
3.3.3 像差对系统传递函数的影响	( 102 )
3.3.4 相干传递函数计算举例	( 103 )
3.4 衍射受限非相干成像系统的传递函数	( 105 )
3.4.1 衍射受限系统的光学传递函数	( 105 )
3.4.2 OTF 与 CTF 的关系	( 106 )
3.4.3 光学传递函数的一般性质和意义	( 107 )
3.4.4 衍射受限系统 OTF 的计算	( 109 )
3.4.5 像差对 OTF 的影响	( 112 )
3.5 相干成像与非相干成像系统的比较	( 115 )
思考题	( 117 )
习 题	( 118 )
参考文献	( 120 )
<b>第 4 章 部分相干理论</b>	( 121 )
4.1 光场相干性的一般概念	( 121 )
4.1.1 光源的空间相干性与光源线度	( 121 )
4.1.2 光源的时间相干性与光波频谱	( 124 )
4.2 互相干函数	( 128 )

4.2.1	解析信号——实多色场的复值表示 .....	(128)
4.2.2	互相干函数与复相干度 .....	(129)
4.2.3	互相干函数的谱表示 .....	(131)
4.2.4	互相干函数与互相干度的测量 .....	(132)
4.3	准单色光的干涉 .....	(132)
4.3.1	准单色场的互强度和复相干度 .....	(132)
4.3.2	准单色光的传播 .....	(135)
4.4	范西特-泽尼克定理 .....	(140)
4.4.1	范西特-泽尼克定理 .....	(140)
4.4.2	均匀圆形光源的例子 .....	(141)
	思考题 .....	(143)
	习题 .....	(143)
	参考文献 .....	(144)
<b>第5章</b>	<b>光学全息照相 .....</b>	<b>(146)</b>
5.1	全息照相的基本原理 .....	(146)
5.1.1	全息图的记录和重现 .....	(146)
5.1.2	基本理论 .....	(147)
5.1.3	全息照相的基本特点 .....	(149)
5.1.4	全息图的类型 .....	(149)
5.2	菲涅耳全息图 .....	(150)
5.2.1	基元全息图的几何模型 .....	(151)
5.2.2	点源全息图的记录和重现 .....	(152)
5.2.3	几种特殊情况 .....	(154)
5.3	全息记录介质 .....	(156)
5.3.1	基本术语 .....	(156)
5.3.2	全息记录介质的特性 .....	(156)
5.3.3	几种常用的全息记录介质 .....	(161)
5.4	全息照相装置及实验注意事项 .....	(164)
5.4.1	全息照相所需的设备和元件 .....	(164)
5.4.2	全息照相光路的布置 .....	(166)
5.5	傅里叶变换全息图 .....	(167)
5.5.1	傅里叶变换全息图的记录和重现 .....	(167)
5.5.2	准傅里叶变换全息图 .....	(168)
5.5.3	无透镜傅里叶变换全息图 .....	(169)
5.6	像全息图 彩虹全息图 .....	(171)
5.6.1	像全息图 .....	(171)
5.6.2	彩虹全息图 .....	(172)
5.7	体积全息图 .....	(174)
5.7.1	透射体积全息图 .....	(175)



5.7.2	反射全息图 .....	(176)
5.8	模压全息图 .....	(178)
5.8.1	全息图的模压复制 .....	(178)
5.8.2	全息烫印箔 .....	(179)
5.8.3	动态点阵全息图 .....	(179)
5.9	全息照相的应用 .....	(180)
5.9.1	全息显示 .....	(181)
5.9.2	全息光学元件 .....	(182)
5.9.3	全息信息存储 .....	(185)
	思考题 .....	(189)
	习 题 .....	(189)
	参考文献 .....	(190)
<b>第6章</b>	<b>空间滤波 .....</b>	<b>(192)</b>
6.1	空间滤波的基本原理 .....	(193)
6.1.1	阿贝成像理论 .....	(193)
6.1.2	空间频谱分析系统 .....	(194)
6.1.3	空间频率滤波系统 .....	(196)
6.1.4	空间滤波的傅里叶分析 .....	(198)
6.2	空间滤波器的结构类型和应用举例 .....	(201)
6.2.1	空间滤波器结构类型 .....	(201)
6.2.2	空间滤波器应用举例 .....	(202)
* 6.3	暗场法与纹影法 .....	(204)
6.3.1	暗场法 .....	(204)
6.3.2	纹影法 .....	(205)
	思考题 .....	(207)
	习 题 .....	(208)
	参考文献 .....	(209)
<b>第7章</b>	<b>相干光学处理 .....</b>	<b>(211)</b>
7.1	图像相减 .....	(211)
7.1.1	正弦光栅法 .....	(211)
7.1.2	全息照相法 .....	(213)
7.2	匹配滤波与光学图像识别 .....	(214)
7.2.1	空间匹配滤波器的意义 .....	(214)
7.2.2	匹配滤波器的制作 .....	(214)
7.2.3	利用匹配滤波器进行图像识别 .....	(215)
7.3	用梅林变换作光学相关 .....	(216)
7.4	用圆谐变换实现光学相关 .....	(218)
7.5	联合变换相关器 .....	(219)

7.5.1	联合变换相关器的识别原理 .....	(219)
7.5.2	实时联合变换相关器 .....	(220)
7.6	半色调网屏技术 .....	(221)
7.6.1	半色调图片的制作 .....	(222)
7.6.2	半色调网屏对图像的非线性处理 .....	(222)
7.6.3	几种图像处理实例 .....	(223)
7.7	其他相干光学处理 .....	(225)
7.7.1	用逆滤波器消模糊 .....	(225)
7.7.2	光学微分 .....	(226)
7.8	空间光调制器 .....	(228)
7.8.1	空间光调制器的意义和类型 .....	(228)
7.8.2	液晶光阀 .....	(229)
7.8.3	数字微反射镜器件 .....	(233)
	思考题 .....	(234)
	习题 .....	(235)
	参考文献 .....	(236)
<b>第8章</b>	<b>非相干光学处理 .....</b>	<b>(237)</b>
8.1	相干与非相干光学处理的比较 .....	(237)
8.2	基于几何光学的非相干处理系统 .....	(238)
8.2.1	图像乘积的积分运算 .....	(238)
8.2.2	图像的相关和卷积 .....	(239)
8.2.3	双极性信号的处理技术 .....	(240)
8.2.4	利用散焦系统的非相干叠加积分 .....	(241)
8.3	基于衍射的非相干处理——非相干频域综合 .....	(242)
8.3.1	切趾术 .....	(242)
8.3.2	沃耳特 (Wolter) 最小强度检出滤波器 .....	(242)
8.4	白光信息处理 .....	(244)
8.4.1	白光信息处理原理 .....	(244)
8.4.2	实时假彩色编码技术 .....	(246)
8.4.3	$\theta$ 调制技术 .....	(248)
8.5	位相调制假彩色编码 .....	(250)
8.5.1	光栅调制 .....	(250)
8.5.2	漂白处理 .....	(250)
8.5.3	滤波解调 .....	(251)
	思考题 .....	(252)
	习题 .....	(253)
	参考文献 .....	(254)

<b>第 9 章 信息光学在计量学中的应用</b> .....	(255)
9.1 全息干涉计量的原理和基本方法 .....	(255)
9.1.1 全息干涉计量的特点 .....	(255)
9.1.2 二次曝光全息干涉术 .....	(256)
9.1.3 实时全息干涉术 .....	(257)
9.1.4 时间平均全息干涉术 .....	(258)
9.1.5 动态全息干涉术 .....	(260)
9.2 全息干涉图的数据处理方法 .....	(261)
9.2.1 用二次曝光法测定三维位移场 .....	(261)
9.2.2 测定刚体的微小转角与平动 .....	(264)
9.2.3 测定物体的均匀应变 .....	(266)
9.2.4 测定物体的微小振动 .....	(269)
9.3 散斑效应及其基本统计特征 .....	(270)
9.3.1 散斑的光强分布函数 .....	(271)
9.3.2 散斑图的衬度 .....	(275)
9.3.3 散斑的特征尺寸 .....	(275)
9.4 二次曝光散斑图的记录和处理 .....	(277)
9.4.1 二次曝光散斑图的记录 .....	(277)
9.4.2 散斑图的处理方法 .....	(277)
9.4.3 用双散斑图系统测量空间位移 .....	(279)
9.4.4 用散斑摄影研究位相物体 .....	(281)
9.4.5 用时间平均散斑图分析振动 .....	(283)
9.5 散斑干涉计量 .....	(284)
9.6 面内云纹法的基本概念 .....	(287)
9.6.1 云纹的由来 .....	(287)
9.6.2 均匀线位移引起的云纹效应 .....	(288)
9.6.3 纯转动产生的云纹效应 .....	(289)
9.6.4 均匀线位移和纯转动并存时引起的云纹效应 .....	(290)
9.6.5 云纹移动效应和线应变符号的判别 .....	(292)
9.6.6 云纹图的记录光路 .....	(292)
9.6.7 投影云纹法 .....	(293)
9.7 衍射光栅云纹干涉法 .....	(294)
9.7.1 闪耀光栅 .....	(294)
9.7.2 面内位移的实时观测 .....	(296)
9.7.3 差载面内位移 .....	(298)
9.7.4 离面位移场的实时观测 .....	(299)
9.7.5 三维位移导数场 .....	(299)
思考题 .....	(301)
习 题 .....	(302)

参考文献 .....	(302)
<b>第 10 章 信息光学在光通信中的应用 .....</b>	<b>(304)</b>
10.1 布喇格光纤光栅 .....	(304)
10.1.1 光纤的基本结构 .....	(304)
10.1.2 光纤中的色散 .....	(307)
10.1.3 布喇格光纤光栅的记录方法 .....	(308)
10.1.4 FBG 的应用 .....	(310)
10.2 超短脉冲的整形 .....	(312)
10.2.1 时间频率到空间频率的变换 .....	(312)
10.2.2 脉冲整形系统 .....	(313)
10.2.3 超短脉冲整形的应用 .....	(314)
10.3 阵列波导光栅 .....	(314)
10.3.1 阵列波导光栅的基本结构 .....	(314)
10.3.2 阵列波导光栅的工作原理 .....	(315)
思考题 .....	(316)
习题 .....	(316)
参考文献 .....	(317)
<b>附录 1 贝塞尔函数关系式表 .....</b>	<b>(318)</b>
<b>附录 2 全部习题答案 .....</b>	<b>(319)</b>

# 第 1 章 二维傅里叶分析

自 20 世纪 40 年代后期起,由于通信理论中“系统”的观点和数学上的傅里叶分析(频谱分析)方法被引入光学,更新了传统光学的概念,丰富了光学学科的内容,并形成现代光学的一个重要分支——傅里叶光学(Fourier Optics)。

作为系统,无论是通信系统还是光学系统,它们都是用来把收集到的信息转换成人们所需要的输出信息,只不过通信系统传递和转换的信息是随时间变化的函数(例如被调制的电压和电流波形),而光学系统传递和转换的信息(光场的复振幅分布或光强度分布)则是随空间变化的函数。在数学上,这两者之间没有实质性的差别。近年来,随着光纤通信和相应元器件(例如半导体激光器和接收器等)的出现,进一步促进了光学与通信理论和技术的结合。傅里叶光学促进了图像科学、应用光学、光纤通信和光电子学的发展,可以认为它是光学、光电子学、信息论和通信理论的交叉科学,也是信息光学在各种应用领域中的数理基础。

本章的重点是介绍傅里叶光学中广泛用到的一些数学知识。在内容的选择和数学概念的引入上,密切结合光学现象而不拘泥于数学上的系统性和严密性,希望这样会有利于读者较快地掌握和运用这些数学工具来处理问题,从而避免由于烦琐的数学论证和运算而淡化傅里叶光学内容的物理实质和实用性。

## 1.1 光学中常用的几种非初等函数

在傅里叶光学中,有一些广泛使用的非初等函数被用来描述各种物理量。掌握它们的定义,熟悉它们的图像,常常会对分析、理解诸多光学现象带来很多方便。为此,首先介绍它们的定义和性质,并给它们各自指定专门的符号,为以后的讨论节省许多篇幅。

### 1.1.1 矩形函数

一维矩形函数(Rectangle Function)定义为:

$$\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1 & |x| \leq a/2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1.1.1)$$

式中, $a > 0$ ,其函数图形如图 1.1.1 所示。

该函数以坐标原点为中心,在宽度为  $a$  的区间内其值等于 1,其他地方处处为 0。

在时间域中,当用  $x$  代表时间变量时,光学中可以用一维矩形函数来描写照相机快门,定义式(1.1.1)中的  $a$  便是曝光时间;在空间域中,可以用该函数来描述无限大不透明屏上单缝的透过率,故一维矩形函数也称为门函数(Gating Function)。同时,它与某函数相乘后,可限制该函数自变量的取值范围,起到截取函数的作用。例如乘积  $\cos x \cdot \text{rect}(x/a)$  表示余弦函数只出现在区间  $(-a/2, +a/2)$  上。

二维矩形函数的定义为:

$$\text{rect}\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}\right) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{y}{b}\right) = \begin{cases} 1 & |x| \leq \frac{a}{2}, |y| \leq \frac{b}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1.1.2)$$

式中,  $a > 0, b > 0$ 。

该函数可视为二个一维矩形函数的乘积,它在  $xOy$  平面上以原点为中心的  $a \times b$  矩形区域内,函数值为 1,其他地方处处等于 0,如图 1.1.2 所示。二维矩形函数可用来描述无限大不透明屏上矩形孔的透过率。

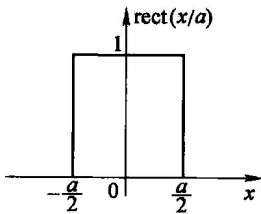


图 1.1.1 一维矩形函数

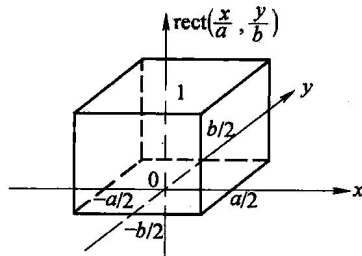


图 1.1.2 二维矩形函数

### 1.1.2 sinc 函数

一维 sinc 函数(sinc Function)定义为:

$$\text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{\sin(\pi x/a)}{\pi x/a} \quad (1.1.3)$$

式中,  $a > 0$ 。

该函数在原点处有最大值 1,而在  $x = \pm na (n=1,2,3,\dots)$  处的值等于 0,其函数图形如图 1.1.3 所示。原点两侧第一级零点之间的宽度(称为 sinc 函数的主瓣宽度, Mainlobe Width)为  $2a$ ,并且它的面积(包括正波瓣和负波瓣)刚好等于  $a$ 。

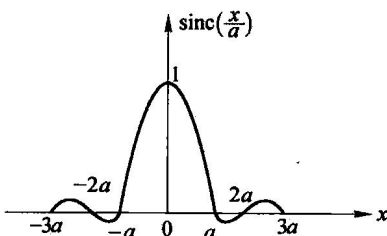


图 1.1.3 一维 sinc 函数

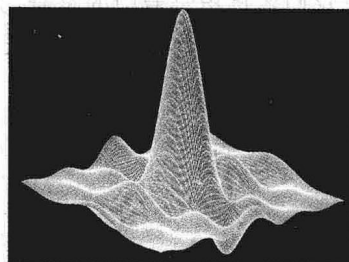


图 1.1.4 二维 sinc 函数

二维 sinc 函数定义为:

$$\text{sinc}\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}\right) = \text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right) \text{sinc}\left(\frac{y}{b}\right) \quad (1.1.4)$$

式中,  $a > 0, b > 0$ 。

该函数可视为二个一维 sinc 函数的乘积, 零点位置在  $(\pm ma, \pm nb)$ ,  $m, n$  均为正整数, 其函数图形如图 1.1.4 所示。

由基础光学中知道, sinc 函数可用来分别描述单缝(一维情形)和矩孔(二维情形)的夫琅和费衍射的振幅分布, 其平方表示衍射图样。由于 sinc 函数与矩形函数(单缝、矩孔的透过率)之间的这种紧密联系, 致使它们在傅里叶光学中经常被用到。

### 1.1.3 阶跃函数

一维阶跃函数(Step Function)定义为:

$$\text{step}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 0 & \frac{x}{a} < 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{x}{a} = 0 \\ 1 & \frac{x}{a} > 0 \end{cases} \quad (1.1.5)$$

式中,  $a > 0$ , 其函数图形如图 1.1.5 所示。

该函数在原点  $x=0$  处有一个间断点, 取值为  $\frac{1}{2}$  (规定它等于该间断点处左、右极限的平均值)。这种定义方式只是为了与本节后面的符号函数相呼应, 对实际计算来说, 这种间断点处的情况无关紧要, 通常无须考虑。此外, 讨论这种函数的宽度和面积是没有意义的。

将一维阶跃函数与某函数相乘时, 在  $x > 0$  的部分, 乘积等于该函数, 在  $x < 0$  的部分, 乘积恒等于 0, 因而一维阶跃函数的作用如同一个“开关”, 可在某点“开启”或“关闭”另一个函数。例如乘积  $\cos(2\pi x) \cdot \text{step}(x)$ , 对  $x < 0$  恒等于 0, 而对  $x > 0$  则是  $\cos(2\pi x)$ 。

二维阶跃函数定义为:

$$f(x, y) = \text{step}(x) \quad (1.1.6)$$

上式表明, 这里定义的二维阶跃函数在  $y$  方向上等于常数, 而在  $x$  方向上等同于一维阶跃函数, 其函数图形如图 1.1.6 所示。这种函数可用来描述光学直边(或刀口)的透过率。

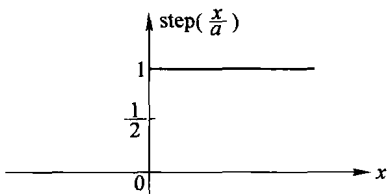


图 1.1.5 一维阶跃函数

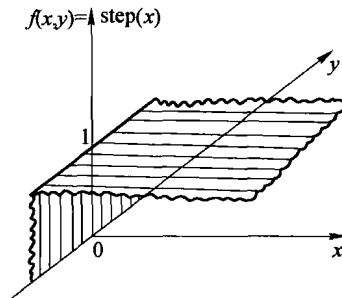


图 1.1.6 二维阶跃函数

### 1.1.4 符号函数

一维符号函数(Signum Function)定义为:

$$\operatorname{sgn}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} +1 & \frac{x}{a} > 0 \\ 0 & \frac{x}{a} = 0 \\ -1 & \frac{x}{a} < 0 \end{cases} \quad (1.1.7)$$

其函数图形如图 1.1.7 所示。

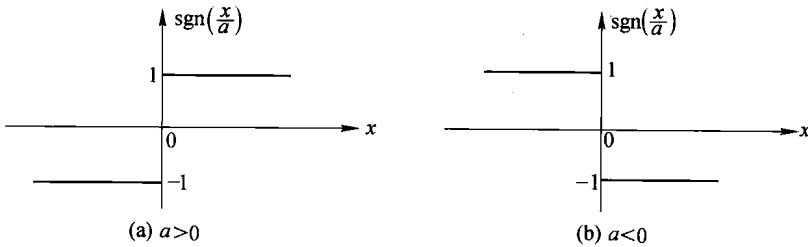


图 1.1.7 符号函数

符号函数与一维阶跃函数之间存在下列关系式：

$$\operatorname{sgn}(x) = 2 \operatorname{step}(x) - 1 \quad (1.1.8)$$

和阶跃函数的情况一样,宽度和面积的概念是没有意义的。而  $a$  的正负仅仅决定函数的取向。

符号函数  $\operatorname{sgn}(x)$  与某函数相乘,可使该函数在某点的极性(正负号)发生翻转。例如某孔径的一半嵌有  $\pi$  位相板,则可利用符号函数来描述此孔径的复振幅透过率。

### 1.1.5 三角形函数

一维三角形函数(Triangle Function)定义为：

$$\Lambda\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{a} & \frac{|x|}{a} < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1.1.9)$$

式中,  $a > 0$ , 函数图形如图 1.1.8(a) 所示。

该函数图形可视为底边宽度为  $2a$ 、高度为 1 的三角形。

二维三角形函数定义为：

$$\Lambda\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}\right) = \Lambda\left(\frac{x}{a}\right) \Lambda\left(\frac{y}{b}\right) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|x|}{a}\right) \left(1 - \frac{|y|}{b}\right) & \frac{|x|}{a}, \frac{|y|}{b} < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1.1.10)$$

式中,  $a > 0, b > 0$ 。

该函数可视为两个一维三角形函数的乘积,其函数图形如图 1.1.8(b) 所示。

二维三角形函数可用来表示一个光瞳为矩形的非相干成像系统的光学传递函数(详见第 3 章)。

### 1.1.6 高斯函数

一维高斯函数(Gaussian Function)定义为：



$$\text{Gauss}\left(\frac{x}{a}\right) = e^{-\pi\left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (1.1.11)$$

式中,  $a > 0$ 。

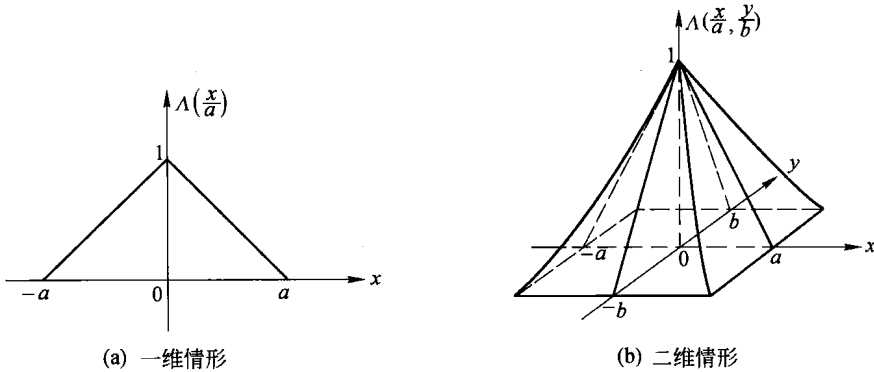


图 1.1.8 三角形函数

该函数图形如图 1.1.9(a)所示,指数中加入因子  $\pi$ ,是为了使高斯函数曲线的中央高度具有最大值 1,曲线下的面积等于  $a$ 。

二维高斯函数定义为:

$$\text{Gauss}\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}\right) = \exp\left\{-\pi\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]\right\} \quad (1.1.12)$$

式中,  $a > 0, b > 0$ 。

该函数图形如图 1.1.9(b)所示,函数曲线下的体积等于  $ab$ 。若  $a=b=1$ ,则二维高斯函数可表示成:

$$\text{Gauss}(x, y) = \exp[-\pi(x^2 + y^2)] \quad (1.1.13)$$

若用极坐标表示,则令  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,便有:

$$\text{Gauss}(r) = e^{-\pi r^2} \quad (1.1.14)$$

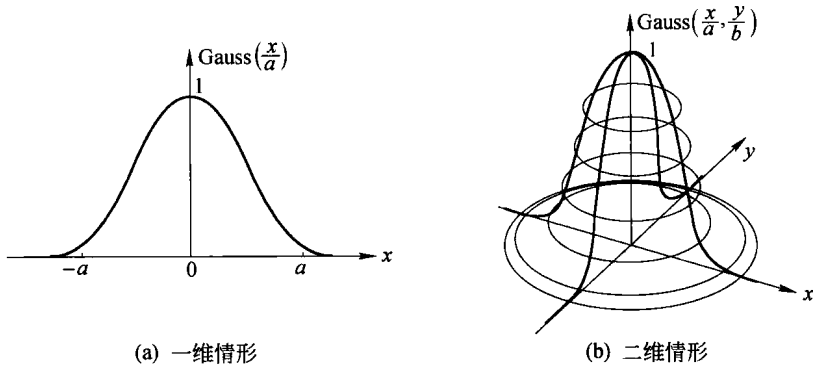


图 1.1.9 高斯函数

高斯函数具有下列重要性质:

- ① 它是光滑函数,且其各阶导数都是连续的;
- ② 高斯函数的傅里叶变换也是高斯函数。

高斯函数在统计学领域内经常遇到。在光学领域中,它常用来描述激光器发出的高斯光束,有时也用于光学信息处理中的“切趾术”(详见第 8 章)。