配套人民教育出版社实验教科书（A版）

学海导航

高中新课标同步攻略

GAO ZHONG XIN KE BIAO TONG BU GONG LUE

丛书主编○李瑞坤

数学

（选修2-1）

首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

责任编辑　张雁冰
装帧设计　张鹤红

MATHEMATICS

学海导航

高中新课标同步攻略

数学（选修2-1）

学生用书

ISBN 978-7-81119-476-0

9 787811 194760 >

定价：17.50元

丛书主编◎李瑞坤

学海导航

高中新课标同步攻略

GAO ZHONG XIN KE BIAO TONG BU GONG LUE

本册主编 王田虎
副 主 编 蒲曾淳
编　　委 何杨坤 张　翼
胡首双 伍　丰
李祥钧 资文英
刘志联 郑丰权
本书策划 王培军

按学生用书 100：1 赠送

图书在版编目(CIP)数据

高中新课标同步攻略. 数学. 2-1：选修 / 王田虎主编.
北京：首都师范大学出版社，2008.12
（学海导航 / 李瑞坤主编）
ISBN 978-7-81119-476-0

Ⅰ. 高… Ⅱ. 王… Ⅲ. 数学课 – 高中 – 教学参考资料
Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 199213 号

学海导航·高中新课标同步攻略
数学(选修 2-1)·学生用书
丛书主编　李瑞坤
本册主编　王田虎

责任编辑　张雁冰　　装帧设计　张鹊红
责任校对　王培军

首都师范大学出版社出版发行
地　址　北京西三环北路 105 号
邮　编　100048
网　址　cnuph.com.cn
E-mail　master@cnuph.com.cn
湘潭市风帆印务有限公司印刷
全国新华书店发行

版　次　2008 年 12 月第 1 版
印　次　2008 年 12 月第 1 次印刷
开　本　880 × 1230 毫米　1/16
印　张　7.5
字　数　252 千
定　价　17.50 元

《高中新课标同步攻略·数学(选修2-1)》本着构建共同基础,提供发展平台,体现数学本质,培养学生能力的理念,以使不同层次的学生得到更大的进步为目的,依据新课程标准、教材体系及学生的认知特点,在参照原版的基础上,由课改实验区一批具有丰富教学实践经验的老师反复研讨修订而成。本模块主要内容有"常用逻辑用语""圆锥曲线与方程""空间向量与立体几何",按章节分课时同步编写。

新授课由**【学习目标】**、**【情境引入】**、**【目标训练】**、**【典例分析】**、**【方法点拨】**、**【达标练习】**、**【探究活动】**等栏目构成。

【学习目标】 根据新课程标准,列出学习研究的主要内容,提出数学知识、数学方法及数学思想的教学目标和能力发展要求。

【情境引入】 用现实生活中的实例或学习中可能遇到的问题设置情境,让枯燥的数学知识以大家喜闻乐见的形式呈现,把学生带入全新的数学学习境地,从而增强对数学学习的兴趣,感受在数学天地里遨游的乐趣。

【目标训练】 精心设计了三个层次的练习:一层练习(掌握基本概念);二层练习(解决常规问题);三层练习(灵活运用,举一反三)。三个层次的练习,由浅入深,层层递进,既有利于基础知识的学习,又有利于能力的培养;既符合学生的认知规律,又适应不同层次学生的要求。

【典例分析】 旨在通过对典型例题的解答,给学生解题和书写提供一个范例。

【方法点拨】 对本课时主要知识及解题方法、技巧、规律进行归纳和点拨,目的在于提炼数学思想和方法,优化思维方式。

【达标练习】 选题典型、题量适中、难易适度。既可以作为巩固练习,也可以作为达标检测。

【探究活动】 通过一课时一个开放性问题的设计,体现"探究学习"的课改理念,让学生在探究中深化所学知识,培养运用所学知识解决实际问题的能力。

本书分教师用书和学生用书,教师用书有详细的解析和答案,并比学生用书多了备选题,供教师教学参考,学生用书的试卷采用活页形式印制,并配有活页答案,以便师生灵活使用。

在本书的编写过程中,我们力图把本书编写成一本既符合课改理念又适应教学实际的教学用书,但二者统一并非易事。尽管参编老师反复推敲,层层把关,几易其稿,但限于能力和水平,书中难免有疏漏之处,敬请广大读者批评指正。

编 者

目录

CONTENTS

第一章　常用逻辑用语

第1课时　命题及其关系

学习目标

1. 了解命题的概念和命题的构成.
2. 能判断一个命题的真假.
3. 要求学生掌握四种命题,能由一个简单的命题,写出它的逆命题、否命题、逆否命题.

情境引入

下列哪些语句是陈述句?你能判定陈述句中陈述内容的真假吗?

(1)你准备报考清华大学吗?

(2)世界上没有免费的午餐.

(3)向抗震救灾的人们致敬!

(4)广东人是中国人.

(5)$x>0$.

目标训练

【一层练习】

1. 在数学中,我们把用语言、符号或式子表达的,可以_____________的__________叫做命题,其中判断为______的语句叫做真命题,判断为______的语句叫做假命题.

2. 如果原命题为"若 p,则 q",那么它的逆命题是_____________;否命题为_____________;逆否命题为_____________.

【二层练习】

3. 判断下列语句中哪些是命题,是真命题还是假命题?

(1)末位是0的整数能被5整除.

(2)同学们好!

(3)$x\in\mathbf{R},x^2-1=0$.

(4)$x\in\mathbf{R},x^2<0$.

4. 把下列命题改写成"若 p,则 q"的形式,并指出条件与结论.

(1)矩形是平行四边形;

(2)偶函数的图象关于 y 轴对称.

5. 设原命题是"当 $c>0$ 时,若 $a>b$,则 $ac>bc$",写出它的逆命题、否命题与逆否命题.

【三层练习】

6. 写出"若 $x^2+y^2=0$,则 $x=y=0$"的逆命题、否命题与逆否命题,并判断其真假.

典例分析

【例1】给出下列语句:

①$\sqrt{2}$是无限循环小数.

②作$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$.

③椭圆实在是太美了!

④4是集合{1,2,3}中的元素.

⑤垂直于同一直线的两条直线必平行吗？

其中不是命题的是　②③⑤　.

解:一个语句是否为命题的判断依据:一看"是不是陈述句"、二看"能否判断真假".

①④符合命题的两个条件,所以是命题,而②是祈使句;③是感叹句;⑤是疑问句;所以②③⑤都不是命题.

【例2】写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题,并判定命题的真假.

(1)若 $a\neq0$ 且 $b\neq0$,则 $ab\neq0$;

(2) $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,若函数 $f(x)$ 为奇函数,则 $f(0)=0$.

解:(1)原命题为真命题.

其逆命题:若 $ab\neq0$,则 $a\neq0$ 且 $b\neq0$,是真命题;

其否命题:若 $a=0$ 或 $b=0$,则 $ab=0$,是真命题;

其逆否命题:若 $ab=0$,则 $a=0$ 或 $b=0$,是真命题.

(2)原命题是真命题,

其逆命题: $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,若 $f(0)=0$,则 $f(x)$ 为奇函数,是假命题,如 $f(x)=x^2+2x$, $f(0)=0$,但它非奇非偶.

其否命题: $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,若 $f(x)$ 不是奇函数,则 $f(0)\neq0$,它是假命题,如 $f(x)=x^2+2x$.

其逆否命题: $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,若 $f(0)\neq0$,则 $f(x)$ 不是奇函数,它是真命题.

方法点拨

1. 判断一个语句是不是命题必须符合两个条件:

(1)是陈述句;(2)可以判断真假.

2. 判断一个命题为假命题时,只须列举一个反例即可.而判断一个命题为真命题时,则不仅能举例说明,而且要进行严格证明.

3. 要写出一个已知命题的逆命题、否命题、逆否命题,关键是找出已知命题中的条件和结论,即表示为"若 p,则 q"的形式.

4. 在写逆命题时,应注意大前提;写否命题时,应注意正确地作出反设.

达标练习

1. 下列语句不是命题的是　(　　)

A. 2是奇数　　B. $\sin45°=1$

C. 你学过高等数学吗?　　D. 明天不会下雨

2. 下列哪个命题的逆命题为真　(　　)

A. 若 $a>b$,则 $ac>bc$

B. 若 $a^2>b^2$,则 $a>b>0$

C. 若 $|x-3|>1$,则 $2<x<4$

D. 若 $|x^2-3|>1$,则 $\sqrt{2}<x<2$

3. 命题"一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根",条件 p:________,结论 q:________.

4. 把命题"6是12和24的公约数"改写成"若 p,则 q"的形式是________.

5. 命题"已知 a,b,c 是实数,若 $a=b$,则 $a+c=b+c$",分别写出它的逆命题、否命题和逆否命题.

6. 把下列命题改写成"若 p,则 q"的形式,并写出它的逆命题、否命题和逆否命题.

(1)正数的平方根不等于0;

(2)对顶角相等.

探究活动

将命题"负数的平方是正数"改写为"若 p,则 q"有几种形式,写出它的原命题、逆命题、否命题、逆否命题.

第2课时　四种命题的关系

学习目标

1. 理解四种命题的关系，并能利用这个关系判断命题的真假.

2. 了解反证法的基本原理，能用反证法证明一些命题.

情境引入

主人邀请张三、李四、王五三个人吃饭聊天，时间到了，只有张三、李四准时赴约，王五打电话说："临时有急事，不能来了."主人听了随口说了句"你看看，该来的没有来."张三听了，脸色一沉，起来一声不吭地走了，主人愣了片刻，又道："哎哟，不该走的又走了."李四听了大怒，拂袖而去.

你能用逻辑学原理解释二人离去的原因吗？

目标训练

【一层练习】

1. 两个命题互为逆否命题，它们有________的真假性；两个命题互为逆命题或互为否命题，它们的真假性____________.

2. 一个命题与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中　(　　)

A. 真命题与假命题的个数相同

B. 真命题的个数一定是奇数

C. 真命题的个数一定是偶数

D. 真命题的个数可能是奇数，也可能是偶数

【二层练习】

3. 设命题"若 p，则 q"为真命题，则下列命题中一定为真的是　(　　)

A. 若 $\neg p$，则 $\neg q$　　B. 若 $\neg q$，则 $\neg p$

C. 若 q，则 p　　D. 若 $\neg q$，则 p

4. 命题"若 $xy=1$，则 x、y 互为倒数"与其逆命题、否命题、逆否命题中，真命题的个数是　(　　)

A. 0　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. 命题："若 $m>\frac{1}{4}$，则 $mx^2-x+1=0$ 无实数根"的否命题的等价命题是________________________.

【三层练习】

6. 判断命题"二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，若 $b=a+c$，则该二次函数的图象与 x 轴有公共点"的逆否命题的真假.

典例分析

【例1】设数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$是公比不相等的两个等比数列，$c_n=a_n+b_n$. 求证：$\{c_n\}$不是等比数列.

证明：设等比数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的公比分别为 p、q，且 $p\neq q$，而 $c_n=a_n+b_n$，假设$\{c_n\}$是等比数列.

则 $c_2^2=c_1\cdot c_3$，

因为 $c_2^2=(a_1p+b_1q)^2=a_1^2p^2+b_1^2q^2+2a_1b_1pq$，

$c_1\cdot c_3=(a_1+b_1)(a_1p^2+b_1q^2)=a_1^2p^2+b_1^2q^2+a_1b_1(p^2+q^2)$，

所以 $2a_1b_1pq=a_1b_1(p^2+q^2)$，

因为 $a_1b_1\neq0$，所以 $p^2+q^2=2pq$，得 $p=q$，这与 $p\neq q$ 矛盾. 故假设不成立.

所以$\{c_n\}$不是等比数列.

【例2】判断命题"已知 a，x 为实数，如果关于 x 的不等式 $x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant0$ 的解集非空，则 $a\geqslant1$"的逆否命题的真假.

解法1：逆否命题：已知 a，x 为实数，如果 $a<1$，则关于 x 的不等式 $x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant0$ 的解集为空集.

判断如下：

抛物线 $y=x^2+(2a+1)x+a^2+2$ 的开口向上，

判别式 $\Delta=(2a+1)^2-4(a^2+2)=4a-7$，

因为 $a<1$，所以 $4a-7<0$，

即抛物线 $y=x^2+(2a+1)x+a^2+2$ 与 x 轴无交点，

所以关于 x 的不等式 $x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant0$ 的解集为空集，故逆否命题为真.

解法2：先判断原命题的真假.

因为 a，x 为实数，且关于 x 的不等式 $x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant0$ 的解集非空，

所以 $\Delta=(2a+1)^2-4(a^2+2)\geqslant0$，解得 $a\geqslant\frac{7}{4}$，

因为 $a\geqslant\frac{7}{4}>1$，所以原命题为真，

故其逆否命题也为真.

解法3:利用集合的包含关系求解.

命题 p:关于 x 的不等式 $x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant 0$ 有非空解集;

命题 q:$a\geqslant 1$.

所以 p:$A=\{a\mid$关于 x 的不等式 $x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant 0$ 有实数解$\}$

$=\{a\mid\Delta=(2a+1)^2+4(a^2+2)\geqslant 0\}$

$=\{a\mid a\geqslant\frac{7}{4}\}$,

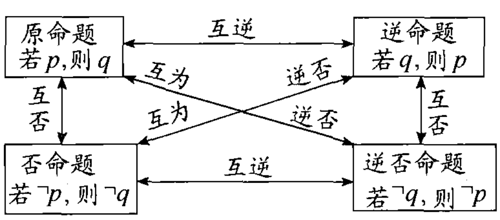
q:$B=\{a\mid a\geqslant 1\}$,

因为 $A\subseteq B$,所以“若 p,则 q”为真,其逆否命题也为真.

方法点拨

1. 原命题为真,逆否命题为真,但逆命题、否命题不一定为真.

2. 命题之间的相互关系如图所示:



3. 反证法是一种间接证明命题的方法,它从命题结论的反面出发,引出矛盾,从而肯定命题的结论,即:欲证“若 p,则 q”为真命题,从否定结论(即非 q)出发,经过正确的逻辑推理导出矛盾,从而“非 q”为假,则原命题为真.

4. 注意否命题与命题的否定的区别:

若 p 表示命题,“非 p”叫做命题的否定,如果原命题是“若 p,则 q”,那么这个命题的否定是“若 p,则非 q”,即只否定结论.若命题的否定不成立,则命题一定成立.而原命题与否命题的真假没有联系.

5. 用反证法证题,可能出现的三种矛盾:

(1)与原命题条件矛盾;

(2)与假设结论矛盾;

(3)与某定理、公理、定义或公式等矛盾.

达标练习

1. 若命题 A 的逆命题为 B,命题 A 的否命题为 C,则 B 是 C 的　　(　　)

A. 逆命题　　B. 否命题

C. 逆否命题　　D. 以上都不正确

2. 下列命题中为真命题的是　　(　　)

A. 命题“若 $ac>bc$,则 $a>b$”

B. 命题“若 $b=3$,则 $b^2=9$”的逆命题

C. 命题“当 $x=2$ 时,$x^2-3x+2=0$”的否命题

D. 命题“相似三角形的对应角相等”的逆否命题

3. 用反证法证明命题“$a,b\in\mathbf{N}$,ab 可被5整除,那么 a,b 中至少有一个能被5整除”时,假设的内容应为　　(　　)

A. a,b 都能被5整除　　B. a,b 都不能被5整除

C. a,b 不都能被5整除　　D. a 不能被5整除

4. 命题“若 $x^2<1$,则 $-1<x<1$”的逆否命题是　　(　　)

A. 若 $x^2\geqslant 1$,则 $x\geqslant 1$,或 $x\leqslant -1$

B. 若 $-1<x<1$,则 $x^2<1$

C. 若 $x>1$,或 $x<-1$,则 $x^2>1$

D. 若 $x\geqslant 1$,或 $x\leqslant -1$,则 $x^2\geqslant 1$

5. 在空间中,①若四点不共面,则这四点中任何三点都不共线;②若两条直线没有公共点,则这两条直线是异面直线.

以上两个命题中,逆命题为真命题的是______(把符合要求的命题序号填上).

6. 求证:如果一条直线和两条平行线的一条是异面直线,且不与另一条直线相交,那么这条直线与另一条直线也是异面直线.

探究活动

已知函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数,$a,b\in\mathbf{R}$,对命题“若 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$,则 $a+b\geqslant 0$”,试判断其真假,并证明你的结论.

第3课时　充分条件与必要条件(一)

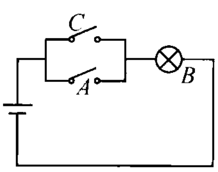
学习目标

1. 正确理解充分条件、必要条件和充要条件的概念.

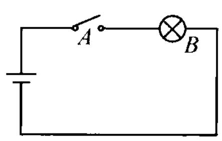
2. 能正确判断命题间的关系是充分条件、必要条件还是充要条件.

情境引入

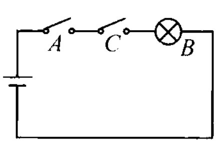
设计如下四个电路图,条件 A:"开关 A 闭合",条件 B:"灯泡 B 亮",问 A 是 B 的什么条件?



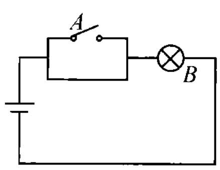
(1)



(2)



(3)



(4)

目标训练

【一层练习】

1. 一般地,"若 p,则 q"为真命题,是指由 p 通过推理可以得出 q,这时,我们就说,由 p 可推出 q,记作__________,并且说 p 是 q 的____________,q 是 p 的____________.

2. 如果既有 $p\Rightarrow q$,又有 $q\Rightarrow p$,就记作____________,此时,我们说,p 是 q 的____________条件,简称____________,显然,如果 p 是 q 的充要条件,那么 q 也是 p 的充要条件.

概括地说,如果 $p\Leftrightarrow q$,那么 p 与 q ________________.

【二层练习】

3. "$x>1$"是"$x^2>x$"的　(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. "$\frac{1}{x}<1$"是"$x>1$"的　(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【三层练习】

5. 若已知 A 是 B 的充分条件,C 是 D 的必要条件,而 B 是 C 的充分条件,同时也是 D 的充分条件,则 D 是 A 的________条件,A 是 C 的________条件.

6. 若 A:$a\in\mathbf{R}$,$|a|<1$,B:关于 x 的二次方程 $x^2+(a+1)x+a-2=0$ 的一根大于0,另一根小于0,则 A 是 B 的______________条件.

典例分析

【例1】若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$ 都是非零向量,则"$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$"是"$\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$"的　(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

解:因为 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}\Rightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$,

又因为 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$ 都是非零向量,所以 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$.

当 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$ 时,$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$

$\Rightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=0$,即 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$,

所以是充要条件,选C.

【例2】下列各小题中,p 是 q 的充要条件的是　(　　)

①p:$m<-2$ 或 $m>6$;q:$y=x^2+mx+m+3$ 有两个不同的零点;

②p:$\frac{f(-x)}{f(x)}=1$;q:$y=f(x)$是偶函数;

③p:$\cos\alpha=\cos\beta$;q:$\tan\alpha=\tan\beta$;

④p:$A\cap B=A$;q:$\complement_U B\subseteq\complement_U A$.

A. ①②　　B. ②③

C. ③④　　D. ①④

解:①由判别式 $\Delta=m^2-4(m+3)>0$,得 $m>6$ 或 $m<-2$,所以命题 p、q 范围相同,所以 p 是 q 的充要条件.

②由 $\frac{f(-x)}{f(x)}=1$,得 $f(-x)=f(x)$,得 $f(x)$是偶函数,

若 $f(x)$是偶函数,如 $y=x^2$,但 $f(0)=0$,$\frac{f(0)}{f(0)}\neq1$,

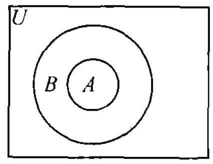
所以 p 是 q 的充分但不必要条件.

③如 $\cos30^\circ=\cos(-30^\circ)$,但 $\tan30^\circ\neq\tan(-30^\circ)$,

又如 $\tan30°=\tan210°$，但 $\cos30°\neq\cos210°$，

所以 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

④由 $A\cap B=A$，得 $A\subseteq B$，画出韦恩图.



所以 $\complement_U B\subseteq\complement_U A$，

又 $\complement_U B\subseteq\complement_U A$，得 $A\subseteq B$，

所以 $A\cap B=A$，

综上可知 p 是 q 的充要条件，故选 D.

方法点拨

判定 p 是 q 的什么条件，可按下列方法进行判别：

1. 构造命题“$p\Rightarrow q$”，“$q\Rightarrow p$”；然后分别证明，即证明命题成立或证明命题不成立；最后按定义，作出结论. 即借助“$\Rightarrow$”号，可记为：箭头所指为必要，箭尾跟着是充分.

2. 等价转化：充分条件具有传递性，若 $p\Rightarrow p_1\Rightarrow p_2\Rightarrow\cdots\Rightarrow q$，则 $p\Rightarrow q$，即 p 是 q 的充分条件；必要条件也有传递性，若 $p\Leftarrow p_1\Leftarrow p_2\Leftarrow\cdots\Leftarrow q$，则 $p\Leftarrow q$，即 p 是 q 的必要条件；当然充要条件也有传递性. 因此，对于较复杂的充要条件的判断，可先将条件进行等价转化，化简后再判断.

达标练习

1. 设 $a,b,c\in\mathbf{R}$，则“$a>b$”是“$ac^2>bc^2$”的　　（　　）

A. 充要条件　　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. “$c=0$”是“抛物线 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 过原点”的　　（　　）

A. 充要条件　　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 若集合 $A=\{1,\sin\theta\}$，$B=\{\frac{1}{2},2\}$，则“$\theta=\frac{5\pi}{6}$”是“$A\cap B=\{\frac{1}{2}\}$”的　　（　　）

A. 充要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. $m=-2$ 是直线 $(2-m)x+my+3=0$ 和直线 $x-my-3=0$ 互相垂直的　　（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 方程 $ax^2+2x+1=0$ 至少有一个负根的充要条件是　　（　　）

A. $0<a\leqslant1$　　B. $a<1$

C. $a\leqslant1$　　D. $0<a\leqslant1$ 或 $a<0$

6. 已知 p 是 r 的充分条件，q 是 r 的充分条件，s 是 r 的必要条件，q 是 s 的必要条件. 现有下列问题：①s 是 q 的充要条件；②p 是 q 的充分条件而不是必要条件；③r 是 q 的必要条件而不是充分条件；④ $\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要条件而不是充分条件；⑤r 是 s 的充分条件而不是必要条件，则正确命题序号是　　（　　）

A. ①④⑤　　B. ①②④

C. ②③⑤　　D. ②④⑤

7. 已知 p：$-2\leqslant x\leqslant10$，q：$1-m\leqslant x\leqslant1+m\ (m>0)$，若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件，求实数 m 的取值范围.

探究活动

设 p：$-2<m<0$，$0<n<1$；q：关于 x 的方程 $x^2+mx+n=0$ 有两个小于 1 的正实根，试分析 p 是 q 的什么条件.

第 4 课时　充分条件与必要条件(二)

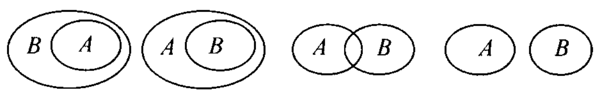
学习目标

1. 进一步理解充分、必要、充要条件的概念，掌握判断命题的条件的充要性的方法.

2. 能从集合的观点理解充分、必要条件.

情境引入

如图，集合 A 与集合 B 是什么关系，A 是 B 的什么条件呢？你能举例说明吗？



①　②　③　④

目标训练

【一层练习】

1. 根据下面集合 A 与 B 之间的关系填空：

(1)若 $A\subseteq B$，则 A 是 B 的_______条件；

(2)若 $A\supseteq B$，则 A 是 B 的_______条件；

(3)若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，即 $A=B$，则 A 是 B 的_______条件；

(4)若 $A\nsubseteq B$ 且 $B\nsubseteq A$，则 A 是 B 的___________条件.

2. 若命题"若 p，则 q"的逆命题为真，则 p 是 q 的_______条件，$\neg p$ 是 $\neg q$ 的_______条件.

【二层练习】

3. 设集合 $M=\{x|0<x\leqslant 3\}$，$N=\{x|0<x\leqslant 2\}$，那么"$a\in M$"是"$a\in N$"的　　(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 已知直线 a、b、c 和平面 α，则 $a/\!/b$ 的一个充分条件是　　(　　)

A. $a/\!/\alpha$，$b/\!/\alpha$

B. $a\perp c$，$b\perp c$

C. a、b 与平面 α 所成的角相等

D. $a\perp\alpha$，$b\perp\alpha$

5. 函数 $f(x)=x|x+a|+b$ 是奇函数的充要条件是________.

【三层练习】

6. 已知 p：$x^2-8x-20>0$，q：$x^2-2x+1-a^2>0$，若 p 是 q 的充分不必要条件，求正实数 a 的取值范围.

典例分析

【例 1】证明：二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ 是偶函数的充要条件是 $b=0$.

证明：充分性：

若 $b=0$，则 $f(x)=ax^2+c\ (a\neq 0)$，

因为 $f(-x)=a\cdot(-x)^2+c=ax^2+c=f(x)$，

所以 $f(x)$ 是偶函数.

必要性：

若 $f(x)$ 是偶函数，则 $f(-x)=f(x)$，

于是 $a(-x)^2+b(-x)+c=ax^2+bx+c$，

所以 $2bx=0$ 对任意 x 都成立，所以 $b=0$，

综上所述，命题成立.

【例 2】已知 p：$x^2-4x-5\leqslant 0$，q：$|x-3|<a\ (a>0)$. 若 q 是 p 的必要不充分条件，求实数 a 的取值范围.

解：设 $A=\{x|x^2-4x-5\leqslant 0\}=\{x|-1\leqslant x\leqslant 5\}$，

$B=\{x||x-3|<a\}=\{x|3-a<x<3+a\}$，$(a>0)$

因为 q 是 p 的必要不充分条件，所以 $A\subseteq B$，

即 $\begin{cases}3-a<-1\\3+a>5\end{cases}$，解得 $a>4$.

所以实数 a 的取值范围为 $(4,+\infty)$.

方法点拨

1. 利用集合间的包含关系对充要条件进行判断，将命题

p、q看成集合，若 $p\subseteq q$，则 p 是 q 的充分条件；若 $p\supseteq q$，则 p 是 q 的必要条件；若 $p=q$，则 p 是 q 的充要条件.

2. 证明充要条件，即证明命题的原命题和逆命题都成立，证明充要性一定要注意分类讨论，要搞清它的叙述格式，避免在论证时将充分性错当必要性证，而又将必要性错当充分性证.

达标练习

1. 已知集合 M、N，则 $M\cap N=N$ 的充要条件是 (　　)

A. $M\subseteq N$　　B. $M\subsetneqq N$

C. $M=N$　　D. $N\subseteq M$

2. 空间四点 A、B、C、D 共面的一个充分不必要条件是 (　　)

A. $AB/\!/CD$　　B. A、B、C、D 构成四边形

C. $AB=CD$　　D. $AC\perp BD$

3. $a=1$ 是直线 $y=ax+1$ 和直线 $y=(a-2)x-1$ 垂直的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 设集合 $M=\{(x,y)\mid x^2+y^2>2\}$，$N=\{(x,y)\mid y-x>2\}$，则“点 $P\in M$”是“点 $P\in N$”的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 设 A、B 为两个集合，下列四个命题：

①设 $A\not\subseteq B\Leftrightarrow$对任意 $x\in A$，有 $x\notin B$；

②$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$；

③$A\not\subseteq B\Leftrightarrow B\not\subseteq A$；

④$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$存在 $x\in A$，但 $x\notin B$.

其中真命题的序号是______.

6. 求证：$0\leqslant a<\frac{4}{5}$ 是不等式 $ax^2-ax+1-a>0$ 对一切实数 x 都成立的充要条件.

探究活动

设 α、β 是方程 $x^2-ax+b=0$ 的两个实根，试分析 $a>2$ 且 $b>1$ 是两根 α、β 均大于 1 的什么条件？

第 5 课时　简单的逻辑联结词(一)

学习目标

1. 了解复合命题的含义,体会复合命题与逻辑联结词及简单命题的联系.

2. 会使用逻辑联结词“且”“或”,会正确表示复合命题.

3. 掌握 $p\wedge q$,$p\vee q$ 形式命题的真假与命题 p 及 q 的关系.

情境引入

“花生是生长在地下或是生长在树上”这句话是对还是错呢?

目标训练

【一层练习】

1. 用联结词“且”把命题 p 和 q 联结起来,得到的新命题记作 $p\wedge q$,读作________,确定命题 $p\wedge q$ 的真假有如下规定:当 p、q ________时,$p\wedge q$ 是真命题;当________时,$p\wedge q$ 是假命题.

2. 用联结词“或”把命题 p 和 q 联结起来得到的新命题,记作 $p\vee q$,读作________,确定 $p\vee q$ 的真假有如下规定:当 p、q ________时,$p\vee q$ 是真命题;当 p、q ________时,$p\vee q$ 是假命题.

【二层练习】

3. 关于下列四个命题的说法不正确的是　(　　)
   A. “矩形既是平行四边形又是圆的内接四边形”是“$p\wedge q$”的形式,该命题是真命题
   B. “菱形既是平行四边形又是圆的外切四边形”是“$p\wedge q$”的形式,该命题是真命题
   C. “矩形是圆的外切四边形或是圆的内接四边形”是“$p\vee q$”的形式,该命题是假命题
   D. “菱形是圆的内接四边形或是圆的外切四边形”是“$p\vee q$”的形式,该命题是真命题

4. 命题“方程 $|x|=1$ 的解是 $x=\pm1$”中,使用逻辑联结词的情况是　(　　)
   A. 或　　B. 且
   C. 或与且　　D. 没有使用

5. 若把命题“$A\subseteq B$”看成一个复合命题,那么复合命题的形式是________,其中构成它的两个简单命题分别是________.

【三层练习】

6. 已知两个命题,p:方程 $x^2-2\sqrt{2}x+2=0$ 的两个根都是实数,q:方程 $x^2-2\sqrt{2}x+2=0$ 的两个根异号,写出由这组命题构成的“$p\vee q$”,“$p\wedge q$”形式的复合命题,并判断真假.

典例分析

【例 1】判断下列命题的真假:

(1)-1 是偶数或奇数;

(2)零和负数的平方根都不存在;

(3)$|x+2|\geq0$ 有实数解.

解:(1)命题 p:-1 是偶数,假命题;

命题 q:-1 是奇数,真命题,

所以“$p\vee q$”是真命题.

(2)命题 p:0 的平方根不存在,假命题;

命题 q:负数的平方根不存在,真命题;

所以“$p\wedge q$”是假命题.

(3)命题 p:$|x+2|>0$ 有实数解,真命题;

命题 q:$|x+2|=0$ 有实数解,真命题;

所以“$p\vee q$”是真命题.

【例 2】已知 $c>0$,设 p:函数 $y=c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上递减;q:不等式 $x+|x-2c|>1$ 的解集为 $\mathbf{R}$,如果“p 或 q”为真,且“p 且 q”为假,求 c 的取值范围.

解:p:函数 $y=c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上递减,所以 $0<c<1$,

q:不等式 $x+|x-2c|>1$ 的解集为 $\mathbf{R}$,

设 $f(x)=x+|x-2c|=\begin{cases}2x-2c & (x\geqslant 2c)\\ 2c & (x<2c)\end{cases}$，

则 $f(x)$ 的最小值为 $2c$，即 $2c>1$，$c>\frac{1}{2}$，

由题意知 p,q 一真一假，所以

①当 p 真 q 假时，得 $0<c\leqslant\frac{1}{2}$；

②当 p 假 q 真时，得 $c\geqslant 1$.

所以 c 的取值范围为 $(0,\frac{1}{2}]\cup[1,+\infty)$.

方法点拨

1. 逻辑联结词与集合间的运算关系.

"且"与交集定义：$A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$ 中的"且"意义相同；

"或"与并集定义：$A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$ 中的"或"意义相同.

2. 判断复合命题真假的步骤：

(1)把复合命题写成两个简单命题，并确定复合命题的构成形式；

(2)判断简单命题的真假；

(3)利用真值表判断复合命题的真假.

真值表

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	假	真
假	假	假	假

达标练习

1. 下列是"$p\wedge q$"形式命题的是　（　　）

A. 3 是 6 的约数

B. 2 不是质数

C. 菱形的对角线互相垂直平分

D. 李梅是跳水运动员或是游泳运动员

2. 下列命题中是真命题的是　（　　）

A. $2+1<3$　　B. $3\geqslant 4$

C. 1 既是质数又是合数　　D. $4\geqslant 3$

3. 已知命题 p：5 是 10 的约数，q：5 是 15 的约数，则

$p\vee q$：______________________；

$p\wedge q$：______________________.

4. 分别用"$p\vee q$""$p\wedge q$"填空：

(1)命题"集合 $A\supsetneqq B$"是________的形式；

(2)命题"$\sqrt{(x-1)^2+4}\geqslant 2$"是________的形式.

5. 判断下列复合命题的真假：

(1)方程 $x^2+4x+4=0$ 的判别式 $\Delta\geqslant 0$；

(2)周长或面积相等的圆是等圆.

6. 指出下列命题的结构形式：

(1)$\frac{x+9}{x^2-9}$有意义时，$x\neq\pm 3$；

(2)$x=\pm 3$ 时，$x^2-9=0$.

7. 已知 $a>0$，设命题 p：函数 $y=a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减；q：关于 x 的不等式 $x^2-ax+1<0$ 有解，若"p 或 q"是真命题，求 a 的取值范围.

探究活动

已知下面两个命题：

p：能被 5 整除的整数的个位数一定为 5；

q：能被 5 整除的整数的个位数一定为 0.

有同学把命题"$p\vee q$"表述为"能被 5 整除的整数的个位数一定是 5 或 0"，请问这样表述是否正确，为什么？若不正确，如何表述.

第 6 课时　简单的逻辑联结词(二)

学习目标

1. 体会复合命题与逻辑联结词"非"及简单命题的联系.
2. 会用逻辑联结词"非"正确表示复合命题.
3. 掌握 $\neg p$ 形式命题的真假与命题 p 的关系.

情境引入

现有张三、李四、王五三人,张三说李四在说谎,李四说王五在说谎,王五说张三和李四都在说谎,请问:张三、李四、王五谁在说谎?谁说的是真话?

目标训练

【一层练习】

1. 一般地,对一个命题 p 全盘否定,就得到一个新命题,记作________,读作________或____________.
   若 p 是真命题,则 $\neg p$ 必是______命题;若 p 是假命题,则 $\neg p$ 必是______命题.
2. 如果命题"$p \vee q$"与命题"$\neg p$"都是真命题,那么 (　　)
   A. 命题 p 不一定是假命题
   B. 命题 q 一定为真命题
   C. 命题 q 不一定是真命题
   D. 命题 p 与命题 q 的真假相同

【二层练习】

3. 命题 $p:a^2+b^2<0\ (a,b\in\mathbf{R})$;命题 $q:a^2+b^2\geqslant 0\ (a,b\in\mathbf{R})$,下列结论中正确的是 (　　)
   A. "$p \vee q$"为真　　B. "$p \wedge q$"为真
   C. "$\neg p$"为假　　D. "$\neg q$"为真
4. 已知全集 $S=\mathbf{R}$,$A\subseteq S$,$B\subseteq S$,若命题 $p:\sqrt{2}\in(A\cup B)$,则命题"$\neg p$"是 (　　)
   A. $\sqrt{2}\notin A$　　B. $\sqrt{2}\in \complement_S B$
   C. $\sqrt{2}\notin(A\cap B)$　　D. $\sqrt{2}\in[(\complement_S A)\cap(\complement_S B)]$
5. 命题 p:0 不是自然数,命题 q:π 是无理数,在命题"$p\wedge q$"、"$p\vee q$"、"$\neg p$"、"$\neg q$"中,假命题是____________,真命题是____________.

【三层练习】

6. 写出下列各命题的否定及其否命题,并判断它们的真假:
   (1)若 x,y 都是奇数,则 $x+y$ 是偶数;
   (2)若 $xy=0$,则 $x=0$ 或 $y=0$.
7. 连续抛一枚质地均匀的硬币 2 次,设 p:第一次正面向上,q:第二次正面向上,分别用 p,q 及逻辑联结词表示下列命题:
   (1)命题 r:两次都正面朝上;
   (2)命题 s:两次都反面朝上;
   (3)命题 t:至少有一次正面朝上;
   (4)命题 u:恰有一次正面朝上.