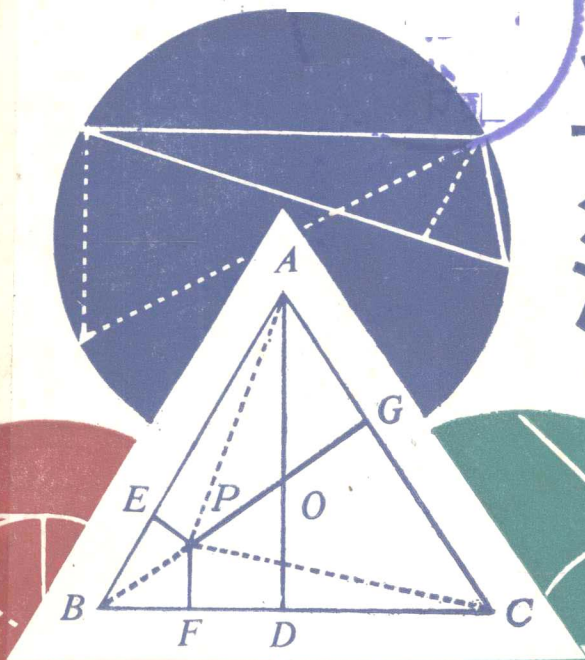


CHUZHONG
SHUXUE XUE
XI FAN

初中数学 学习方法



中國少年兒童出版社

初中数学

学习方法

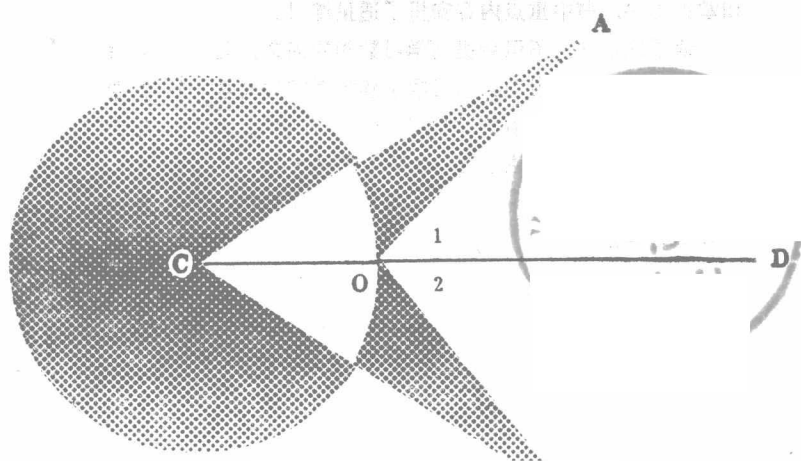
CHUZHONG
SHUXUE XUE
XI FAN



中国轻工业出版社

初中数学学习方法

陶文中



中国少年儿童出版社

封面设计：韩 琳

责任编辑：陈效师

初中数学学习方法

陶 文 中

*

中国青年出版社出版 发行

中国青年出版社印刷厂印刷 新华书店经销

*

787×1092 1/32 7.25印张 2插页 120千字

1990年2月北京第1版 1990年2月北京第1次印刷

印数1—5,000册 定价2.30元

内 容 提 要

本书从初中学生的实际出发，运用学习心理学和教育心理学，深入浅出地讲述了与学好数学密切相关的概念、方法、能力三个方面八个至关重要的问题。为了帮助读者理解和掌握方法，书中重点内容安排了适量练习。

读了这本书，不但会提高学习数学的兴趣，而且对学会一般思想方法也有帮助。学习数学感到困难的同学和数学学习较好的同学都能从中各得其所，使你从学会数学走向会学数学。它是初中学生学习数学的良师益友。

本书适合初中一、二、三年级学生，课外数学小组及初中数学教师阅读。

本书不能给你提供一把可以打开一切门户、解决所有问题的魔钥匙，但是它却给你提出了许多可供模仿的例子和供你实际练习的机会。

……没有人能到达北斗星，但是人们望着它却找到了正确的方向。

——G·波利亚(美)

写在前面的话

一说起数学,人们就会在脑海中浮现出数字、字母、符号、图形及它们之间的各种各样的关系。的确,这是一门抽象的学问。正因为它抽象,所以它的应用也最广泛。在今天,数学已渗透到人类社会活动的各个领域,由于它非常重要,所以一直是中学的主要基础课程。

怎样才能学好数学呢?当然,首先要刻苦,要勤奋,它是学好功课的一个必要条件。除此之外,还应讲求学习方法,要根据每门功课的特点去学习,只有这样才能提高学习效率。学得法可以事半功倍,否则将事倍功半。法国生理学家贝尔纳说过这样一句话:“良好的学习方法能使我们更好地发挥运用天赋的才能,而拙劣的方法,则可能阻碍才能的发展”。由此可见,科学的学习对学习科学(包括数学)是多么重要。

中学数学与小学数学有很大的不同,不但内容比小学丰富得多,而且数学的思想和方法也灵活得多。这本名叫《初中数学学习方法》的书是专为帮助初中学生学习数学而写的,其中,概念是学好数学的基础,方法是运用知识解决问题的手段和途径,而能力则是学习和运用知识、方法去解决问题的本领。对同学们来说,这是最要紧的了。要想学好数学,就必须在这三方面下功夫。因此,我们把概念、方法、能力比作学好

数学的金三角。

这本书中所谈的各节内容既有联系又互相独立。读者根据自己的需要,可以系统地读,也可以选读。为了尽量适合初中各年级的不同要求,书中的举例兼顾了各年级的内容。

另外,由于这是一本介绍数学学习方法的书,所以有一个如何阅读本书的方法问题。建议读者,第一要边读边想,努力理解每一节的要点;第二要联系学习实际,想想怎样改进自己学习数学的方法;第三,本书有些练习题是专为掌握某种方法设计的,最好动手做一下,读练结合,会收到更好的效果。

愿这本书成为你学习数学的亲密朋友,陪伴你愉快地度过初中阶段的学习。

目 录

一 迎接学习的新转折点	1
1. 过好转折关	2
2. 与数学符号打交道	7
3. 学会准确使用数学语言	12
二 学好数学概念	16
1. 关键在于理解	16
2. 明确两类概念	20
3. 定义的组成	22
4. 定义的顺用和逆用	24
5. 概念之间的关系	27
6. 系统地整理概念	30
7. 注意概念的变化发展	31
三 掌握解题的基本工具	35
1. 过程与结论同样重要	35
2. 学会剖析定理	37
3. 公式的“一”变“多”	46
4. 定理的作用	50

5. 解题后的小结	53
四 解数学题的要求	57
1. 解题要正确	57
2. 书写工整规范	58
3. 解法要简捷	59
4. 多 解	59
五 解数学题的思维方法	60
1. 综合法与分析法	60
2. 熟化问题	63
3. 变化问题	70
六 四种重要的数学通法	94
1. 神奇的配方法	94
2. 独树一帜的待定系数法	106
3. 化难为易的换元法	113
4. 绝处逢生的反证法	118
七 数学能力的培养和发展	127
1. 培养数学观察能力	128
2. 提高数学概括能力	138
3. 发展逻辑思维能力	158
八 要创造性地学习数学	213
1. 积极探索, 发现新知识	214
2. 创造性地解决问题	219

— 迎接学习的新转折

欢迎你,中学的新伙伴!

数学,是一切现代科技工艺的基础,是现代的人所不可缺少的基本知识。同时,数学又一直是训练人的思考方法,培养思维能力的最好的园地。正是基础数学具有这两个作用,所以,不论是中国还是外国,在中学课程里面,都把数学当作最重要的基础课之一。

你已经是一名中学生了!从小学到中学,这是你一生中的第二个大转折。相信你一定暗下了决心,要把中学数学学好!然而,事情并不那么简单,我们常听到一些同学诉说学习上的苦恼:“老师,我小学数学学得挺好的,怎么到了中学,我也努力了,可成绩总是上不去呢?”当然,原因可能是多方面的。不过,有一个原因常常被人忽视,这就是学习数学的方法。

我们看到,不少同学学习数学总喜欢死记硬背,做题套公式、套方法。因此,他们只会做熟悉的题目,而只要题目稍微变化一点,就蒙了!由此可见,同学们要学好数学,需要了解初中数学的特点,要懂得怎样学习初中数学,学会用科学的方法学习数学。

下面,我们分四个方面和同学们谈谈。

1. 过好转折关

在生活中,你或许有过多次这样的体验:当一辆疾驰的汽车迅速转弯的时候,车上的乘客立刻会身体倾斜,感到不舒服。这是什么原因呢?学过物理的人都知道,那是物体惯性作用的结果。学习也有着类似的惯性。当我们学完了某个知识再去学习一个新知识的时候,虽然学习内容发生了变化,思维的列车已经在新轨道上前进了,而自己原先的思维习惯和方法却还没有转过弯来,常使思维列车偏离新的轨道。虽然不习惯或不适应会随着学习的不断深入而逐渐得到解决,但是时间会很长的。为了学好新知识,同学们必须努力适应新的学习,较快地、顺利地过好学习新知识的转折关。

初中数学有三大转折:(1)算术到代数的转折;(2)代数到几何的转折;(3)从常量数学到变量数学的转折。

当然,在每一个大转折中,也还包括很多小的转折。就以算术到代数的转折来说吧,这里面就包括下面三个重要转折:第一,从算术数(小学学过的整数、分数)到有理数的转折;第二,从用数字表示的数到用字母表示的数的转折;第三,从有理数到实数的转折。学好数学,既要过好大的转折关,也要过好小的转折关。

那么,究竟怎样做才能顺利地过好转折关呢?

第一,要抓住新知识的特点。

数学中的新知识大致有三种形成方式。一种是在原有知

识基础上增添了新因素后形成新知识。比如,在小学学过的数的基础上引进了相反意义的量,便产生出正数和负数两个新概念。在一元一次方程中再增加一个未知数,便成为二元方程。第二种是改变原知识的结构。如数的开方运算是在数的乘方运算的逆运算基础上提出来的新概念。第三种是建立全新的知识结构。比如方程的知识,它完全不同于数和式的知识,它有着自己一套完整的理论。函数知识是研究变量之间对应关系的理论,它的研究方法又与方程完全不同。

第二,要按新的思维方式思考问题和解决问题。

在我们明确新知识的特点之后,就要努力按照新的概念、新的方法,也就是新的思维方式去思考问题和解决问题,不断地克服原有思维习惯的消极影响,否则,就会发生概念性错误。

首先我们谈谈代数的思维方式。

有下面两个题目,请你说出它们的解错在哪里?

(1)比较 a 与 $-a$ 的大小。

(2)解方程 $\frac{x}{1-x} = \frac{x}{x-1}$ 。

解(1): $a > -a$,

解(2):由原方程可得 $1-x=x-1$ 。 $\therefore x=1$ 。是原方程的解。

容易看出,第一题的解错在把 a 看成正数, $-a$ 看成负数。这是受了用数字表示数的影响,把带有“+”号的数看作正数,如 $+3$;而把带“-”号的数看作负数,如 -1.7 。忘记了字母

表示数的任意性,即 a 既可以表示正数,也可以表示零或负数,而 $-a$ 表示 a 的相反数。第二题的解错在开头的第一步变形:从 $\frac{x}{1-x} = \frac{x}{x-1}$ 得出 $1-x=x-1$ 。为什么呢?原来这是受

“两个分数相等,如果分子相同,那么分母也相同”的影响。但是,这个判断只有在分子不为零的前提下才成立。而原方程左右两个分式的分子都是未知数 x ,它的值还没有确定,不能排除它等于零的可能性。所以,我们也就没有充分的理由得出两个分母 $1-x=x-1$ 。实际上,原方程确实有一个根为0,因此分母不一定相等。

不少初一的同学在初学列方程(组)解应用题的时候,总习惯用算术方法去做。如解应用题:

已知两数和为15,甲数比乙数大5,求二数。

一些同学这样做:设乙数为 x 。

列方程,得 $x = (15 - 5) \div 2$ 。 (1)

$$\therefore x = 5,$$

$$\therefore x + 5 = 5 + 5 = 10.$$

看上去,(1)是个方程,但是实际上这种解法仍然是算术解法。原因是(1)式的右边 $(15 - 5) \div 2$ 其实是一个求乙数的综合算式。它没有把题目条件中所表示的等量关系“翻译”成数学语言。一句话,没有按照列方程(组)解应用题的思维方式去做。那么,怎样做才是名符其实的代数解法呢?

列方程(组)解应用题的思维方式是找出题目条件中的等量关系,并把文字语言叙述的等量关系“翻译”成符号语言。然

后解方程,经过检验,得到应用题的解。按照这种思维方式,我们应该详细地写出思维过程:设甲数为 x ,乙数为 y 。

文字语言

符号语言

已知 ①两数和为15

$$x + y = 15$$

条件 ②甲数比乙数大5

$$x - y = 5$$

待求项 求甲、乙两数

$$\begin{cases} x = ? \\ y = ? \end{cases}$$

于是,自然地列出了二元一次方程组

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

如果你只设一个未知数,那么就需要用已知条件中的某一个等量关系去表示另一个未知数:

设乙数为 x ,则甲数为 $x + 5$ (条件②)。

再根据条件①列方程

$$(x + 5) + x = 15.$$

当然,也可以这样做:

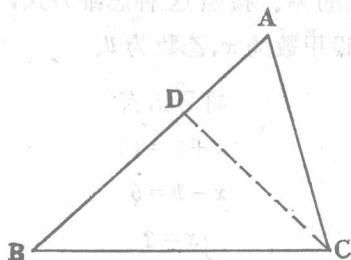
设乙数为 x ,则甲数为 $15 - x$ (条件①)

于是,由条件②列方程

$$(15 - x) - x = 5.$$

其次,我们再谈谈几何的思维方式。

结合图形展开推理论证,是几何特有的思维方式。解决几何问题既不能离开空间图形,又不能受图形直观的影响。凡是已知条件中没有给出的,在解题中又未经推理论证的东西,都不能凭图形想当然地当作自然成立的结论而加以直接运



用。这不但对于一个初学几何的同学来说是特别重要的,而且对几何学得很好、掌握得很熟的同学也是值得注意的。

例如,证明定理“大边对大角”,有同学是这样做的:

已知:在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$.

求证: $\angle C > \angle B$.

证明:过 C 点作射线 CD ,使 $\angle DCB = \angle B$

交 AB 于 D .

$\therefore CD$ 在 $\angle ACB$ 内部,

$\therefore \angle C > \angle DCB$,

$\therefore \angle C > \angle B$.

这个证明看上去似乎无懈可击,然而实际上却是错误的。为什么呢?因为证明中的第二步“ $\therefore CD$ 在 $\angle ACB$ 内部”,既不是已知给出的条件,也不是经过推理得出的结论,而是那位同学作辅助线后从图形上看出来的。

当然,在开始学习几何证明的时候,由于不熟悉它的思维方式,可能会不知不觉地利用了从图形看来是“显然”的事实。如果出现了这种情形,就要认真弄清楚自己是在什么地方发生了直观性错误的。只有这样才能正确地利用图形解决几何问题。

那么,怎样自我衡量是否过好转折关了呢?

过好转折关需要一定的时间.当你学习过一段时间(譬如一周、两周或更长一些时间)的新知识之后,可以就下面三个问题给自己打分,然后把三个分数相加,得出总分.总分 ≥ 10 分算过好转折关了.

1. 你对新知识特点了解了多少?

不了解	知道一些	比较清楚	完全清楚
1	2	3	4

2. 在解题时经常出现概念错误吗?

经常出现	有时出现	不出现
1	3	5

3. 运用新知识解题是否熟练?

不熟练、需查书	不查书、较熟练	很熟练
2	4	6

2. 与数学符号打交道

翻开初中数学课本,映入我们眼帘的除了文字和图形外,便是各种各样的数学符号了.虽然在小学数学课本里,你已经与一些数学符号如“ $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ ”打过多年交道,但毕竟是很少的,而且是一些比较简单的符号.到了中学,随着学习的深入,你会遇到越来越多的数学符号.面对纷繁的数学符号,怎样与它们打交道呢?能捋出一个头绪吗?下面就来谈谈这个问题.